NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Institutt for fysikk, Gløshaugen
Professor Arnljot Elgsæter, 73940078

EKSAMEN I EMNE SIF4002 FYSIKK

Mandag 6. mai 2002
Tid: 0900 - 1500
Sensuren uke 22.

Hjelpemidler:
B2 - Typegodkjent kalkulator,
Matematisk formelsamling (K. Rottmann),
Tabeller og formler i fysikk for 2FY og 3FY (Gyldendal)
NB: Det finnes et utvalg av formler bakerst i denne oppgaveteksten.

Oppgavene gitt i det følgende inneholder i alt 18 delspørsmål. Hvert av disse delspørsmålene teller like mye ved utregning av den endelige karakteren.

Oppgave 1

Grunnenhetene i Système International d'Unit*é*s (SI-systemet) er kilogram (kg), sekund (s), meter (m) og ampere (A).

a) Vis ved bruk av Newtons andre lov hvordan man kan uttrykke enheten (dimensjonen) til ei kraft ved hjelp av disse grunnenhetene. Hva heter enheten (dimensjonen) til kraft i SI-systemet?

b) Angi hva som menes med henholdsvis mekaniske spenninger og impulsstrømtettet (impulsfluks). Angi enheten (dimensjonen) til kraft per flateenhet i SI-systemet. Hva heter denne enheten? Vis ved bruk av Newtons andre lov at at mekaniske spenninger og impulsstrømtettheten har samme enhet (dimensjonen).

c) Betrakt en punktmasse som ved tida t= 0 s har hastighet v = 0 m/s. Punktmassen er påvirket av ei konstant kraft F (f.eks. fritt fall i homogent gravitasjonsfelt). Eksperimentelt finner man at distansen d som punktmassen med masse m beveger seg i løpet av tida t, kun er avhengig av akselrasjonen a. Det vil si at for denne eksperimentelle situasjonen er lengden d kun en funksjon av de fysiske størrelsene a og t. Hva kan du ut fra *analyse av kun enhetene (dimensjonen)* til disse fysiske parmeterene si om hvordan lengden d avhenger av de fysiske størrelsene a og t, dvs. hva kan du ut fra dimensjonsanalyse alene si om den matematiske funksjonssammenhengen $d = f(a, t)$.

d) For lamninær strømning i Newtonske fluider er den mekaniske spenninga T_{xy} gitt ved uttrykket

$$T_{xy} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y}, \tag{1}$$

hvor η er fluidets skjærviskositet. Lag en enkel figur som illustrerer hva parameterene T_{xy}, v_x og y står for. Bruk likning (1) til å ulede enheten (dimensjonen) til skjærviskositeten η.

For rørstrømning finner man eksperimentelt at væskestrømmen Q avhenger kun av skjærviskositeten η, rørradien R og trykkfallet per lengdeenhet $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$. Vis hvordan man ved bruk av *kun dimensjonsanalyse* kommer fram til at

$$Q \propto \frac{R^4}{\eta}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}. \tag{2}$$

Oppgave 2

a) Gitt en punktmasse med masse m som ved tida $t = 0$ befinner seg i posisjon $x = 0$ med hastighet $v_x = v_0$ og er påvirket av ei konstant kraft F_x i x-retning, dvs. man står matematisk sett overfor et endimensjonalt system. Ved integrasjon av Newtons andre lov utled de analytiske uttrykkene for punktmassens hastighet og posisjon som funsjon av tida.

b) Gitt samme punktmasse som ovenfor, bare med den forskjellen at denne gangen har den tidsuavhengige krafta komponenter forskjellig fra null langs alle de tre kartesiske koordinataksene, dvs. den tidsuavhengige krafta er en vektor $\vec{\boldsymbol{F}} = \{F_x, F_y, F_x\}$. Ved integrasjon av Newtons andre lov utled de analytiske uttrykkene for punktmassens hastighet $\vec{\boldsymbol{v}} = \{v_x, v_y, v_z\}$ og posisjon $\vec{\boldsymbol{r}} = \{x, y, z\}$ som funksjon av tida når man ved tida $t = 0$ har at $\vec{\boldsymbol{r}} = \{0, 0, 0\}$ og $\vec{\boldsymbol{v}} = \{v_0, 0, 0\}$.

c) Angi hvordan begrepet arbeid, W, er definert for en punktpartikkel. I varmelæra har man at uttrykket for arbeid er angitt som $\mathrm{d}W = p\mathrm{d}V$. Angi hva de forskjellige parameterene står for i dette siste tilfellet og hvorfor dette uttrykket er konsistent med uttrykket for arbeid, som du ga ovenfor, for en punktpartikkel.

d) Beskriv kort hva som menes med begrepet et konservativt potensial. Anta gitt et konservativt potensial $V(x)$. Gjør kort rede for hvorfor en punktmasse i statisk likevekt i dette potensialet alltid vil befinne seg i et punkt x_0 som svarer til et minimum i $V(x)$. Gjør kort rede for hvorfor man for små avvik fra likevekt har at den konservative krafta er proporsjonal med $x_0 - x$. Tips: Foreta ei Taylor rekkeutvikling av potensialet om $x = x_0$.

e) Anta gitt at man i en kubisk boks med volum V har N identiske punktpartikler med masse m. Støtene mellom punktpartiklene og veggen antas å være elastiske. Den kinetisk energi per punktpartikkel er oppgitt til å være E. Vis utledninga som gir som resultat at midlere kraft per flateenhet, p, på veggen pga. støtene mellom punktpartiklene og veggen er lik

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}E. \tag{3}$$

Tips: Gjør bruk av resultatet presentert i Oppgave 1 punkt b). Gjør kort rede for sammenhengen mellom dette resultatet fra punktmekanikken og den absolutte temperaturen til idelle gasser utledet ved bruk av kinetisk teori.

Oppgave 3

a) For roterende stive legemer antar Newtons 2. lov følgende form

$$I\ddot{\theta} = T. \tag{4}$$

Beskriv kort hver enkelt fysiske størrelsene i denne likninga og angi størrelsens enhet (dimensjon). Skriv ned eksempel på analytiske uttrykk for henholdsvis I og T.

b) En tynn homogen stav med lengde ℓ og masse m er hengt opp friksjonsfritt på en aksling med senter gjennom den ene enden. Beregn svingetida for denne pendelen når utsvingene er små.

c) Vi begrenser oss her til systemer med bølgelikning

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0. \tag{5}$$

Vis at følgende funksjon er en løsning av bølgelikninga

$$y = f(x \pm vt). \tag{6}$$

Hva er den fysiske tolkinga av parameter v? Gjør kort rede for forskjellen på ei vandrende og ei stående bølge. Gjør kort rede for forskjellen mellom transverselle og longitudinelle bølger, og gi minst ett eksempel på hver at disse typer bølger.

d) Gjør kort rede for hva som menes med henholdsvis konstruktiv og destruktiv interferens. Gi minst ett eksempel.

Oppgave 4 (Termisk fysikk).

a) Sett opp varmelæras 1. hovedsetning og gjør kort rede for hva de ulike parameterene som inngår, står for. Gjør kort rede for hva som menes med at en prosess er henholdsvis isoterm og adiabatisk. Sett opp varmelæras 1. hovedsetning for en adiabatisk prosess.

b) Sett opp pV-diagrammet for en idealisert Otto-syklus. Angi på figuren hvilke deler av pV-diagrammet svarer til de forskjellige mekaniske trinnene i Otto-syklusen. For den adiabatiske delen av prosessen har man at

$$TV^{\gamma-1} = \text{konstant}, \tag{7}$$

hvor T er lik den absolutte temperaturen og γ er adiabatkonstanten. Bruk dette til å finne et analytisk uttrykk for temperaturen inne i sylinderen like før tennpluggen aktiveres.

c) Skriv ned minst to ulike formuleringer av varmelæras 2. hovedsetning.

d) Beskriv Carnot-prosessen og gjør kort rede for hvorfor denne prosessen er den teoretisk maksimalt effektive termodynamiske kretsprosess som kan tenkes.

e) Gitt at Carnot-prosessen gjelder en ideell gass. Vis kort hvordan man kan finne analytiske uttrykk for varmemengdene Q_H og Q_L som går inn i og ut av gassen under de isoterme delene av prosessen som foregår ved henholdsvis høg og lav temperatur.

Bruk dette til å vise at for en Carnot prosess er virkningsgraden e lik

$$e = 1 - \frac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}, \tag{8}$$

hvor T_L og T_H er den absolutte temperaturen til lav og høgtemperatur sida av Carnot-prosessen.

Diskuter kort hvordan man bør velge T_L og T_H for å få størst mulig total samfunnsmessing nytte av f.eks. et gasskraftverk.

-ooOoo-

NB: Formeler på neste side.

Noen formler som vil kunne være til hjelp (samme symboler som i forelesningsnotatene):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[m(t)\dot{\vec{\boldsymbol{r}}}] = \vec{\boldsymbol{F}}(\vec{\boldsymbol{r}},t) \qquad \vec{\boldsymbol{F}} = m\,\vec{\boldsymbol{a}} \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,\vec{\boldsymbol{p}} = \vec{\boldsymbol{F}} \qquad E = \frac{1}{2}m\,\vec{\boldsymbol{v}}^2 + V(\vec{\boldsymbol{r}})$$

$$W_k = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad F_x = -\frac{\partial}{\partial x}V(x,y,z) \qquad \vec{\boldsymbol{F}}_f = -k_f\,\vec{\boldsymbol{v}}_f \qquad I = \sum_i m_i r_i^2$$

$$I = I_T + MR_T^2 \qquad \vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{p}} \qquad \vec{\boldsymbol{\tau}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{\boldsymbol{L}} \qquad T = F/A \qquad T = E\epsilon$$

$$T = \mu\gamma \qquad T(y) = Ey/r_0 \qquad \delta(\ell) = \frac{\ell^3}{3E\mathcal{I}}F \qquad p = p_0 + 2\gamma/R$$

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = konstant \qquad Q = \frac{\pi}{8}\frac{R^4}{\eta}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \qquad F = -6\pi\eta v r \qquad \ddot{\theta} + \frac{mgd}{I}\sin\theta = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{mgd/I} \qquad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad x(t) = Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d\,t + \theta_0) \qquad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0\cos\omega t \qquad X(t) = X_0\cos\omega t + \phi \quad \text{når } t \text{ er stor}$$

$$X_0 = a_0/\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2} \qquad y = y_0\cos(kx)\cos(\omega t) \qquad y = A\cos(kx \pm \omega t)$$

$$f = \pm\frac{\omega}{k} \qquad |v_f| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \qquad v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} \qquad y(x,t) = f(x \pm vt)$$

$$\ddot{\xi} - \frac{B}{\rho}\xi'' = 0 \qquad B = \sqrt{\gamma k_B T/m} \qquad v = \sqrt{E/\rho} \qquad P \propto v\omega^2 y_0^2$$

$$I = (p_{\text{lyd}}^2/2)/(\rho v) = (p_{\text{lyd}}^2/2)/\sqrt{\rho B} \qquad \beta = 10\ \log_{10}\frac{I}{I_{\min}}$$

$$\frac{\omega_{\mathrm{s}}}{\omega_{\mathrm{M}}} = \frac{f_{\mathrm{s}}}{f_{\mathrm{M}}} = \frac{1 - v_{\mathrm{S}}/v_{\mathrm{B}}}{1 - v_{\mathrm{M}}/v_{\mathrm{B}}} \qquad f_n = n\,\frac{v}{2L} \qquad S = 2A\cos\frac{\omega_{\mathrm{d}}}{2}t\cos\omega_0 t$$

$$pV = nRT \qquad \alpha = \frac{1}{\ell}\frac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{d}T} \qquad C = \frac{Q}{\Delta T} \qquad J_{\mathrm{Q}} = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x} \qquad R = \sigma T^4 \qquad R = e\,\sigma T^4$$

$$R_\nu(\nu,T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}/(e^{h\nu/k_{\mathrm{B}}T} - 1) \qquad p = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}/V \qquad pV = n\frac{2}{3}E \qquad E = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

$$\Delta Q = N\Delta(m\overline{v^2}/2) = N\frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}\Delta T \qquad \Delta W = p\Delta V \qquad \Delta Q = \Delta U + \delta W$$

$$\frac{\mathcal{C}_{\mathrm{P}}}{\mathcal{C}_{\mathrm{V}}} := \gamma = \frac{n_{\mathrm{f}} + 2}{n_{\mathrm{f}}} \qquad pV^\gamma = \text{konstant} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$$

$$v_{\text{lyd}} = \sqrt{\gamma k_{\mathrm{B}}T/m} \qquad \sigma = \pi\,d^2 \qquad \ell_0 = \frac{1}{n\sigma} \qquad \eta = \sqrt{mk_{\mathrm{B}}T/3}/\sigma$$

$$(p + \frac{a}{v_{\mathrm{M}}^2})(v_{\mathrm{M}} - b) = RT \qquad e = \frac{Q}{Q_H} \qquad e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \qquad e = 1 - \frac{T_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{H}}}$$

$$\sum\frac{\Delta Q}{T} = 0 \qquad \mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q_{\text{rev}}}{T} \qquad S = k_{\mathrm{B}}\ln w$$

$$f(x) = f(x_0) + \left.\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0}(x - x_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{\mathrm{d}^2 f(x)}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=x_0}(x - x_0)^2 + \ldots$$