NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

EKSAMEN I EMNE SIF4002 FYSIKK
LØSNINGSSKISSE

Lørdag 10. august 2002
Tid: 0900 - 1500
Sensur uke 36.

Hjelpemidler:
- B2 - Typegodkjent kalkulator,
- Matematisk formelsamling (K. Rottmann),
- Tabeller og formler i fysikk for 2FY og 3FY (Gyldendal)
- NB: Det finnes et utvalg av formler bakerst i denne oppgaveteksten.

Oppgavene gitt i det følgende inneholder i alt 18 delspørsmål. Hvert av disse delspørsmålene teller like mye ved utregning av den endelige karakteren.

Oppgave 1

Grunnenhetene i Systѐme International d'Unités (SI-systemet) er kilogram (kg), sekund (s), meter (m) og ampere (A).

a) Newtons andre lov:

$$\frac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t} = F, \tag{1}$$

m er masse, v er hastighet, t er tid og F er kraft. Innsetting av dimensjoner gir

$$\underline{\underline{[F] = \frac{1}{\mathrm{s}}\ \mathrm{kg\ m/s} = \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{Newton} = \mathrm{N}}} \tag{2}$$

b)

<u>Mekanisk spenning = kraft per flateenhet.</u>

<u>Impulsstrømtetthet = impuls per flate og tidenhet.</u>

<u>Dimensjonen til kraft per flateenehet er $\mathrm{N/m^2}$=$((\mathrm{kg\ m})/\mathrm{s}^2)/\mathrm{m}^2 = \mathrm{kg}/(\mathrm{m\ s}^2)$ = Pascal=Pa.</u>

<u>[Impulsstrømtetthet] = $\mathrm{kg\ (m/s)/(m^2\ s)} = \mathrm{kg/(m\ s^2)}$</u>

Ved å sammenlikne utrykkene for dimensjonen til henholdsvis trykk og impulsstrømtetthet ser man direkte at dimensjonen for disse to størrelsene er den samme.

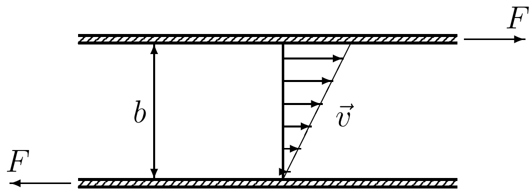
c) Ved bruk av standard framgangsmåten for dimensjonsanalyse får man at

$$[\mathrm{distanse}] = [\mathrm{hastighet}]^{\alpha} \times [\mathrm{tid}]^{\beta} \tag{3}$$
$$\mathrm{m} = (\mathrm{m/s})^{\alpha} \times \mathrm{s}^{\beta} = (\mathrm{m})^{\alpha}\mathrm{s}^{\beta-\alpha} \tag{4}$$

Dette gir at $\alpha = 1$ og $\beta = \alpha = 1$, som innebærer at

$$\underline{\underline{d = f(a,t) \propto\ a\, t.}} \tag{5}$$

d) Figur som illusterer definisjonen av skjærviskositet



Fra uttrykket gitt i oppgaveteksten får man at

$$\eta = T_{xy} / \frac{\partial v_x}{\partial y} \tag{6}$$

og at

$$\underline{\underline{[\eta] = \frac{\mathrm{N/m^2}}{\mathrm{(m/s)/m}} = \frac{\mathrm{N\ s}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{Pa\ s} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\ s}}}} \tag{7}$$

Gitt at partikkelhastighet v, partikkelradius r og skjærviskositeten η. Man finner da at

$$[F] = [\eta]^\alpha [v]^\beta [r]^\gamma \tag{8}$$

$$[\mathrm{N}] = (\mathrm{Ns/m^2})^\alpha\ (\mathrm{m/s})^\beta\ (\mathrm{m})^\gamma = \mathrm{N}^\alpha\ \mathrm{s}^{\alpha-\beta}\ \mathrm{m}^{\beta+\gamma-2\alpha} \tag{9}$$

Dette gir følgende likninger

$$\alpha = 1 \tag{10}$$

$$\alpha - \beta = 0 \tag{11}$$

$$\beta + \gamma - 2\alpha = 0 \tag{12}$$

Løsning av disse liknigene gir $\underline{\underline{\alpha = 1, \quad \beta = 1 \text{ og } \gamma = 1}}$, som er i overenstemmelse med den oppgitte formelen.

Oppgave 2

a) For et system med konstant masse gir Newtons andre lov at

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = F_x / m. \tag{13}$$

Når F_x er konstant, kan man lett finne hastigheten ved å integrere over tida, hvilket gir

$$v_x(t) = v_x(0) + \int_0^t \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t'} \mathrm{d}t' = v_x(0) + \int_0^t \frac{F_x}{m} \mathrm{d}t' = \underline{\underline{v_x(0) + \frac{F_x}{m} t}}. \tag{14}$$

Fordi

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{15}$$

kan man finne posisjonen som funksjon av tida ved å integrere uttrykket for hastigheten funnet i likning (14) over tida. Forutsatt at krafta $\vec{\boldsymbol{F}}$ er konstant gir dette

$$x(t) = x(0) + \int_0^t \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t'} \mathrm{d}t' = x(0) + \int_0^t \left\{ v_x(0) + \frac{F_x}{m}\ t' \right\} \mathrm{d}t' = \underline{\underline{x(0) + v_x(0) t + \frac{1}{2} \frac{F_x}{m} t^2}}. \tag{16}$$

b) Samme beregninga som under punkt a) skrevet på vektor form gir

$$\vec{\boldsymbol{v}}\ (t) = \vec{\boldsymbol{v}}\ (0) + \int_0^t \frac{\mathrm{d}\ \vec{\boldsymbol{v}}}{\mathrm{d}t'} \mathrm{d}t' = \vec{\boldsymbol{v}}\ (0) + \int_0^t \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{m} \mathrm{d}t' = \underline{\underline{\vec{\boldsymbol{v}}\ (0) + \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{m} t}}, \tag{17}$$

hvor det er forutsatt at krafta $\vec{\boldsymbol{F}}$ er konstant. Fordi

$$\vec{\boldsymbol{v}}\ (t) = \frac{\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{r}}\ (t)}{\mathrm{d}t}, \tag{18}$$

kan man finne posisjonen $\vec{\boldsymbol{r}}\ (t)$ som funksjon av tida ved å integrere uttrykket for hastigheten $\vec{\boldsymbol{v}}\ (t)$ funnet i likning (17) over tida

$$\vec{\boldsymbol{r}}\ (t) = \vec{\boldsymbol{r}}\ (0) + \int_0^t \frac{\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t'}\mathrm{d}t' = x(0) + \int_0^t \left\{ \vec{\boldsymbol{v}}\ (0) + \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{m}\ t' \right\} \mathrm{d}t' = \underline{\underline{\vec{\boldsymbol{r}}\ (0) + \vec{\boldsymbol{v}}\ (0)t + \frac{1}{2}\frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{m}t^2}}. \tag{19}$$

Gitt for kanonkula at $\vec{\boldsymbol{F}} = \{0, F, 0\} = \{0, -mg, 0\}$ og $\vec{\boldsymbol{v}}_0 = \{v_0, v_0, 0\}$. Innsatt i vektorlikninga gir dette at

$$x(t) = v(0)\ t \tag{20}$$

$$y(t) = v(0)\ t + \frac{1}{2}\frac{F}{m}\ t^2 \tag{21}$$

$$z(t) = 0 \tag{22}$$

Eliminasjon av tida fra de to første av de siste gir

$$y(x) = x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}\ x^2, \tag{23}$$

som viser at kulebanen er parabolsk.

c) Arbeid er definert som

$$\mathrm{d}W = \vec{\boldsymbol{F}} \cdot \mathrm{d}\ \vec{\boldsymbol{s}}, \tag{24}$$

hvor d $\vec{\boldsymbol{s}}$ utgått vei i kraftas retning. I varmelærea bruker mant at $\mathrm{d}W = p\mathrm{d}V$. Dimensjonen til det siste uttrykket er $(N/m^2)m^3 = N\ m$ som er det samme som for $\mathrm{d}W = \vec{\boldsymbol{F}} \cdot \mathrm{d}\ \vec{\boldsymbol{s}}$. De to ulike utrykkene for arbeid er derfor fullt ut konsistente, dvs. i overenstemmelse med hverandre.

d) Som eksempel på et konservativt potensial er det her naturlig å se på potensiell energi som skyldes feks. gravitsjonskrefter eller friksjonsfrie fjærer. At den potensielle energien i disse tilfellene kan beskrives som et konservativt potensial vil si at all energi som tilføres et slikt system fås tilbake når systemet bringes tilbake til starttilstanden.

Statisk likevekt er karakterisert ved at hastigheten $\vec{\boldsymbol{v}} = 0$ og dermed at $\mathrm{d}(m\ \vec{\boldsymbol{v}})/\mathrm{d}t = \vec{\boldsymbol{0}}$. Dette betyr at $\vec{\boldsymbol{F}} = \mathrm{d}(m\ \vec{\boldsymbol{v}})/\mathrm{d}t = \vec{\boldsymbol{0}}$.

Fordi

$$\vec{\boldsymbol{F}} = -\left\{ \frac{\partial V(x,y,x)}{\partial x}, \frac{\partial V(x,y,x)}{\partial y}, \frac{\partial V(x,y,x)}{\partial z} \right\} \tag{25}$$

innebærer dette at stabil statisk likevekt alltid svaret til et minimum i den potensielle energien.

For et endimensjonal problem gir rekkeutvikling rundt punktet som svarer til statisk likevekt alltid

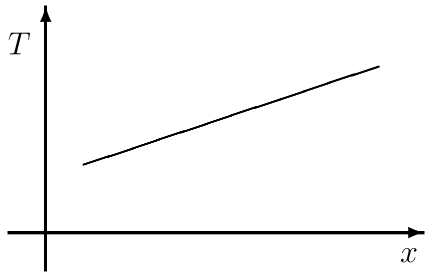
$$V(x) = V(x_0) + \left.\frac{\mathrm{d}V(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0}(x - x_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{\mathrm{d}^2V(x)}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=x_0}(x - x_0)^2 + \ldots$$

Fordi $\mathrm{d}V(x)/\mathrm{d}x = 0$ har man derfor at for små avvik fra statisk likevekt gjelder

$$V(x) - V(x_0) = \frac{1}{2}\left.\frac{\mathrm{d}^2V(x)}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=x_0}(x - x_0)^2, \tag{26}$$

som er et harmonisk potensial med samme matemiske form som det man finner for f.eks. lineræ re fjærer. Det matematiske apparat for analyse av slike systemer er godt utviklet.

e) (Eksamenssettets mest krevende oppgave)



Vi tar nå for oss en gass med en temperaturgradient, som vi kan anta konstant – i alle fall over et mindre område – $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$ = konstant.

Innstilling av trykklikevekt – det vi i termodynamikk kaller "mekanisk likevekt- er en hurtig prosess i forhold til temperaturutjevning ved varmeledning, så vi vil anta trykket p =konstant.

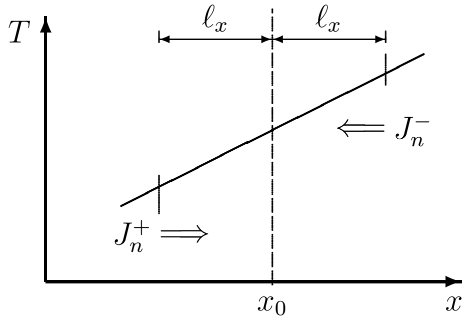
Varmestrømmen vil prøve å jevne ut temperaturgradienten, og går i retning mot denne. Etter *Fouriers lov er varmestrømtettheten*

$$\boxed{\mathrm{d}J_{\mathrm{Q}} = -\lambda \mathrm{d}T/\mathrm{d}x,} \tag{27}$$

hvor λ er varmeledningsevnen.

Og hva blir nå λ for vår modellgass av stive kuler?

En grov beregningsmodell er skissert nedenfor:



Stiller man seg opp i en posisjon x_0, vil man se partikler som strømmer mot høyre med strømtetthet J_n^+, og partikler som strømmer mot venstre med strømtetthet J_n^-.
Hver partikkel frakter i middel med seg en varmemengde $\mathcal{C}_p\, T(x)$, hvor x er stedet partikkelen kommer fra.

Og vi regner som om partiklene (i middel) alle kommer fra steder én fri veilengde ℓ_x fra x_0, $x_0 \pm \ell_x$.

Partikkelstrømtetthetene ($\#/m^2$) $J_n^{\pm}$ i én retning er gitt av produktet av antalltetthet n og hastighet $\overline{v}_x$ i den retningen – med tillegg av en faktor 1/2 fordi halvparten av partiklene går i motsatt retning. Og varmestrømtetthetene blir produkt av partikkelstrømtetthet og varmemengde som fraktes per partikkel,

$$J_n^{\pm}(x) = (1/2)n(x)\,\overline{v}_x(x) \tag{28}$$

$$J_Q^{\pm}(x) = J_n^{\pm}(x)\cdot(\mathcal{C}_p\, T(x)) = (1/2)n(x)\,\overline{v}_x\,\mathcal{C}_p\, T(x). \tag{29}$$

For middelhastigheten $\overline{v}_x$ bruker vi tilnærmelsen

$$\overline{v}_x \equiv |v_x| \approx \sqrt{\overline{v_x^2}} = \sqrt{k_{\mathrm{B}}T/m}, \tag{30}$$

og for varmekapasiteten setter vi inn $\mathcal{C}_p = (n_f + 2)k_{\mathrm{B}}/2$, hvor n_f er # frihetsgrader per partikkel. Dermed har vi – etter litt rydding –

$$J_Q^{\pm}(x) \approx (1/4)(n_f+2)(nk_\mathrm{B}T)\sqrt{k_\mathrm{B}T/m}. \tag{31}$$

Og her er – etter idéell gass-loven – $nk_\mathrm{B}T = p$, som er antatt konstant, dvs.

$$\boxed{J_Q^{\pm} \approx (p/4)(n_f+2)\sqrt{k_\mathrm{B}/m}\,T^{1/2},} \tag{32}$$

hvor den eneste størrelsen som varierer med posisjonen er $T(x)$.

Oppgave 3

a) For roterende stive legemer antar Newtons 2. lov følgende form

$$I\ddot{\theta} = \tau, \tag{33}$$

hvor I er treghetsmomentet som for en samling av N diskrete punkter er defnert som

$$I := \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2, \tag{34}$$

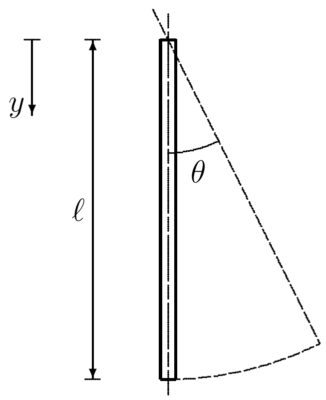
hvor m_i er massen til massepunkt i og r_i er dette punkts avstand fra rotasjonsaksen.

Størrelsen av dreiemomentet er definert som

$$\tau = |\,\vec{\boldsymbol{F}} \times \vec{\boldsymbol{r}}\,|, \tag{35}$$

hvor $\vec{\boldsymbol{F}}$ er krafta som virker på et punkt på legemet og $\vec{\boldsymbol{r}}$ er den kartesiske posisjonsvektoren til dette punktet.

b) En matematisk pendel består at et massepunkt forankeret i enden av en masseløs stiv stav



Den masseløse staven med lengde ℓ og er hengt opp friksjonsfritt på en aksling med senter gjennom det endepunktet hvor massen ikke befinner seg. Avstanden fra rotasjonsaksen til tyngdepunkt er da $d = \ell$.

Treghetsmomentet til staven om rotasjonsaksen kan skrives som summen av treghetsmomentene for elementer av aksen mellom y og $y + \Delta y$;

$$I \;=\; \sum \Delta I = \sum y^2\,\Delta m = m\,\ell^2 \tag{36}$$

Svingetida, ved små utslag, blir dermed

$$\begin{aligned} T &= 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I/mgd} = 2\pi\sqrt{m\ell^2/(mg\ell/2)} \\ &= 2\pi\sqrt{\ell/g}. \end{aligned} \tag{37}$$

c)

Ei vandrende bølge er ei bølge som brer seg utover slik som bølga baskrevet at $y = f(x \pm vt)$.

Ei stående bølge er ei bølge hvor knutepunktet og maksima ikke flytter seg som funsjon av tida, feks. $y(x,t) = sin(kx)sin(wt)$.

I longitudinelle bølger er alle forflytninger assosisert med bølga parallell med forplantningsretningen (Eksempel: lydbølger). I transverselle bølger er alle forflytninger assosisert med bølga normalt på forplantningsretningen (Eksempel: fiolin streng).

d)
Vi starter med en bølge – si en lydbølge med utslag $\xi(t)$ og hastighet $v_{\mathrm{B}} = \omega/k$ i positiv x-retning – av form

$$\xi(x,t) = \xi_0 \cos(kx - \omega t). \tag{38}$$

En observatør A som beveger seg med konstant hastighet v_{A} langs bølga, vil ha en posisjon

$$x_A(t) = x_A(0) + v_{\mathrm{A}} t, \tag{39}$$

og vil se et utslag

$$\begin{aligned}
\xi_{\mathrm{A}}(t) &= \xi(x_{\mathrm{A}}(t), t) && (40)\\
&= \xi_0 \cos[kx_{\mathrm{A}}(0) + kv_{\mathrm{A}}t - \omega t] && (41)\\
&= \xi_0 \cos[kx_{\mathrm{A}}(0) - \omega(1 - kv_{\mathrm{A}}/\omega)t] && (42)\\
&\overset{\omega/k=v_{\mathrm{B}}}{=} \xi_0 \cos[kx_{\mathrm{A}}(0) - \omega(1 - v_{\mathrm{A}}/v_{\mathrm{B}})t], && (43)
\end{aligned}$$

dvs. et utslag som varierer med vinkelfrekvens

$$\omega_{\mathrm{A}} = \omega(1 - v_{\mathrm{A}}/v_{\mathrm{B}}). \tag{44}$$

La det så være *to* observatører – én som ‘sender ut’ bølga ($A \to S$) og én som ‘mottar’ bølga ($A \to M$). Frekvensene disse to observerer, blir

$$\begin{aligned}
\omega_{\mathrm{S}} &= \omega\,(1 - v_{\mathrm{S}}/v_{\mathrm{B}}) && (45)\\
\omega_M &= \omega\,(1 - v_{\mathrm{M}}/v_{\mathrm{B}}) && (46)
\end{aligned}$$

og divisjon av disse to uttrykkene med hverandre gir

$$\boxed{\frac{\omega_{\mathrm{S}}}{\omega_M} = \frac{f_{\mathrm{S}}}{f_{\mathrm{M}}} = \frac{1 - v_{\mathrm{S}}/v_{\mathrm{B}}}{1 - v_{\mathrm{M}}/v_{\mathrm{B}}}} \tag{47}$$

som var hva vi skulle vise.

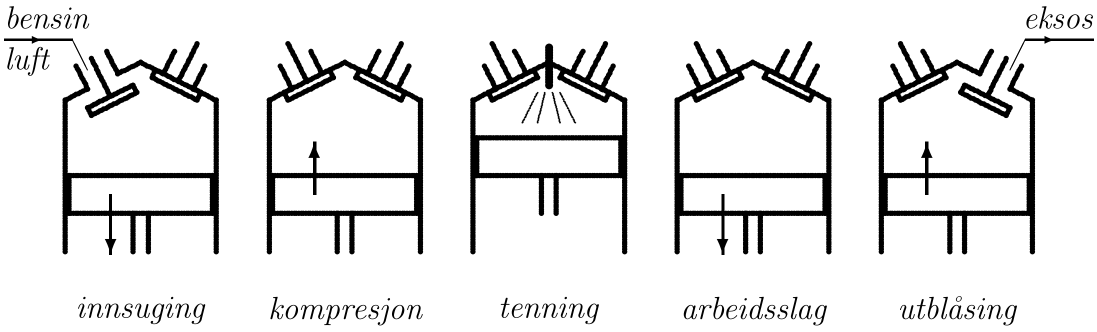
Oppgave 4 (Termisk fysikk).

a) Varmelæras 1. hovesetning lyder

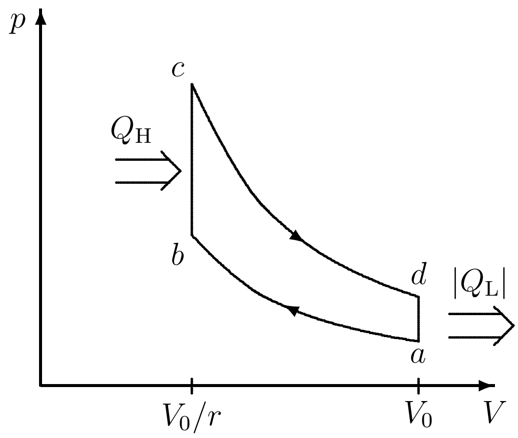
$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}W, \tag{48}$$

hvor $\mathrm{d}Q$ er varmeenergi tilført systemet, $\mathrm{d}U$ er endring i indre energi (kinetisk og potesielle energi) og $\mathrm{d}W$ arbeid utført av systemet på omgivelsene.

b) En arbeidssyklus for en vanlig 4-takts bensinmotor er vist nedenfor. Bensin-luft blanding fra forgasseren suges inn i sylinderen (nedadgående stempel, åpen innsugningsventil). blandinga komprimeres (oppadgående stempel, lukkete ventiler). Tennpluggen slår gnist ved maksimal kompresjon og blandinga forbrenner nær momentant, og stemplet drives nedover og utfører arbeid. Tilslutt blåses forbrente gasser ut (oppadgående stempel, åpen utblåsingsventil).



En idealisert modell av en syklus er vist i pV-diagram nedenfor.



Otto-syklus.

Vi starter etter innsugningen, når sylindervolumet V_0 er fylt med gass-bensin blanding ved lav temperatur (punkt a i diagrammet, temperatur T_a).

Gassen komprimeres så adiabatisk (pV^γ =konstant), til et minste volum V_0/r (punkt b i diagrammet, temperatur $T_{\rm B}$), hvor faktoren r er *kompresjonen.*

Så forbrenner gassen, fort, slik at stemplet ikke får flyttet seg – dvs. ved konstant volum. Gassen tilføres da forbrenningsvarmen $Q_{\rm H}$, og vi når punkt c i diagrammet (temperatur T_c).

Og så kommer *arbeidsslaget*, gassen ekspanderer adiabatisk tilbake til volum V_0 (punkt d i diagrammet, temperaturen T_d).

Tilslutt blåses gassen ut, kjøles av og avgir varmemengde $|Q_{\rm L}|$ – og så begynner man på nytt med samme mengde kald gass (tilbake i utgangspunktet a).

Kompresjonen fra a til b i pV-diagrammet er tilnærmet adiabatisk og for denne delen av prosessen har man at

$$TV^{\gamma-1} = \text{konstant}, \tag{49}$$

hvor T er lik den absolutte temperaturen og γ er adiabatkonstanten. Dvs. at

$$T_b V_b^{\gamma-1} = T_a V_a^{\gamma-1}, \tag{50}$$

og dermed

$$T_b = (r)^{\gamma-1} T_a \tag{51}$$

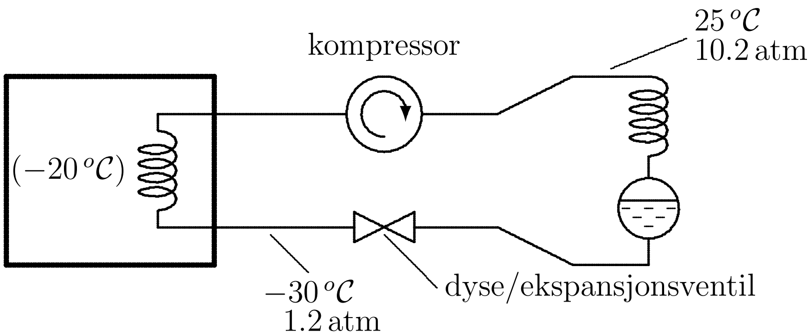
hvor kompresjonsforholdet er definert som

$$r := V_a/V_b. \tag{52}$$

c) Noen formuleringer av varmelæras 2. hovedsetning

- Det er umulig å flytte varme fra et kaldt til et varmt reservoar uten å utføre
- Det er umulig å transformere varme til arbeid uten å tape spillvarme.
- Det er umulig å lage en kretsprosess som er mer effektiv enn Carnotprosessen.
- Perpetuum mobile av 2. art er umulig.

d) Skjematisk skisse av kjøleanlegg med amoniakk (NH_3) som kjølefluid.



Enkelt NH_3-anlegg

Virkemåten er i hovedsak som følger:

– NH_3 (amoniakk) sirkulerer i lukket rørsystem.

– Rørspiraler brukes som varmevekslere.

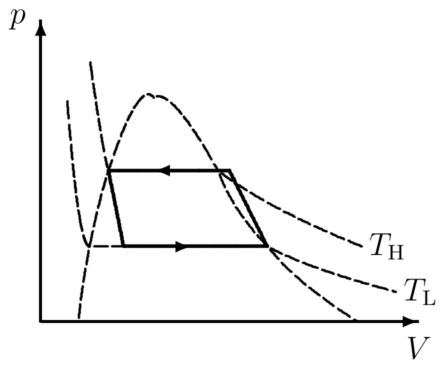
– Gass-væske likevekt både på høytemperatursida (T_H, p_H) og lavetemperatursida (T_L, p_L).

– I kondensatorspiralen avgis fordampningsvarme, og damp går over til væske.

– I dysa ekspanderer væske/damp adiabatisk, og kjøles ved avgivelse av fordampingsvarme fra væska.

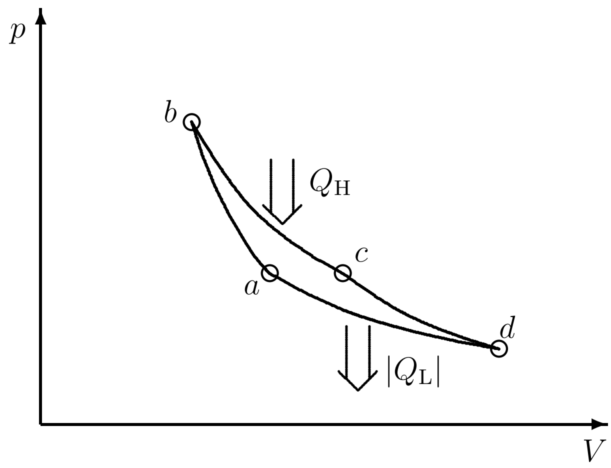
– I kjølespiralen opptas varme fra omgivelsene (fryserommet), og fordamper mer av væska.

– og så komprimeres dampen (adiabatisk) i kompressoren, og vandrer tilbake til kondensatorspiralen, hvor opptatt varmemengde dyttes ut i omgivelsene.



Et pV-diagram for en typisk kjøleprosess er vist skjematisk til venstre.
Isotermene $T = T_H$ og $T = T_L$ er tegnet inn, og også omhyllningskurven for sameksistensområdet for væske/damp fase.
Og ikke ta dette for bokstavelig: Diagrammet er *ikke* i realistisk skala.

e) Carnot-prosess i en idéell gass



Til venstre er vist en Carnot-prosess for en idéell gass, tegnet med $\gamma = \mathcal{C}_p/\mathcal{C}_V = 5/3$ (dvs. for en énatomig gass).

a–b: adiabatisk ($pV^\gamma =$ konst.)
b–c: isoterm ($pV =$ konst.)
c–d: adiabatisk
d–a: isoterm

Vi skal beregne virkningsgraden $e = W/Q_H = 1 - |Q_L|/Q_H$.

Isotermene b–c og d–a:
Temperaturen er konstant, og følgelig er indre energi konstant og $dU = 0$. Dermed er arbeidet lik tilført varmemengde, $dQ = dU + dW \rightarrow dW$, og vi har

$$dQ = dW = pdV = (Nk_BT/V)dV = Nk_BT\,d\ln V. \tag{53}$$

Brukt på de to isotermene fåes dermed

$$\begin{aligned} Q_H &= Nk_BT_H \textstyle\int_b^c d\, lnV &&= Nk_BT_H \ln(V_c/V_b) \\ Q_L &= \quad\dots &&= Nk_BT_L \ln(V_a/V_d) \;\; [< 0]. \end{aligned} \tag{54}$$

Adiabatene a–b og c–d:
$TV^{\gamma-1} =$ konst. dvs. $V \propto (1/T)^{1/(\gamma-1)}$.

Dertil er (fra isotermene) $T_c = T_B$ og $T_a = T_d$, og volumene V_d og V_a kan dermed skrives

$$\begin{aligned} V_d &= V_c(T_c/T_d)^{1/(\gamma-1)} = V_c(T_B/T_a)^{1/(\gamma-1)} \\ V_a &= V_b(T_B/T_a)^{1/(\gamma-1)} \\ &\text{og følgelig} \\ V_a/V_d &= V_b/V_c \quad . \end{aligned} \tag{55}$$

For prosessen totalt får vi dermed, når vi setter inn siste resultatet i uttrykkene for Q_H og

Q_L (og bruker at $\ln x = -\ln(1/x)$)

$$\begin{aligned} &Q_\mathrm{L}/Q_\mathrm{H} = -T_\mathrm{L}/T_\mathrm{H} \\ &e = 1 - T_\mathrm{L}/T_\mathrm{H}. \end{aligned} \tag{56}$$

Virkningsgraden e avhenger følgelig *bare* av temperaturforholdet $T_\mathrm{L}/T_\mathrm{H}$.

Problemet med alle varmekraftmaskiner er varmenergien Q_L som feks. i biler hvor litt går med til å vamre fører og pasasjerer, men hvor det aller meste går med til å vamre kråkene. De er dette som går at virkingsgraden blir så dårlig som den er. Passer man imidlertid på å la temperaturen assosiert med Q_L være høg nok til at man kan la Q_L gå inn i et fjernvarmeanlegg for indudri og private husholdninger er ikke Q_L lengre å regne som tapt varme og i prinsippet tilnærmet all energi som ble frigjort feks. ved forbrenninga av gassen har kommet til nytte. Utslippet av CO_2 er en annen sak og er ikke blant de tema som inngår i varmelæra.