NTNU
Institutt for Fysikk

Faglig kontakt under eksamen:
Bård Tøtdal, tlf 73593594 eller 91512786

EKSAMEN I SIF4003 FYSIKK
for studenter ved Geofag og Petroleumsteknologi
6. desember 1999.
Tid: 6 timer (kl 0900 – kl 1500).

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator, **med tomt minne**, i henhold til liste fra NTNU.
Knutsen: Formler og Data i Fysikk
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.
Barnett & Cronin: Mathematical Formulae.
Jahren & Knutsen: Formelsamling i Matematikk.

\- - - - -

Sensur ferdig i løpet av uke 1, 2000.

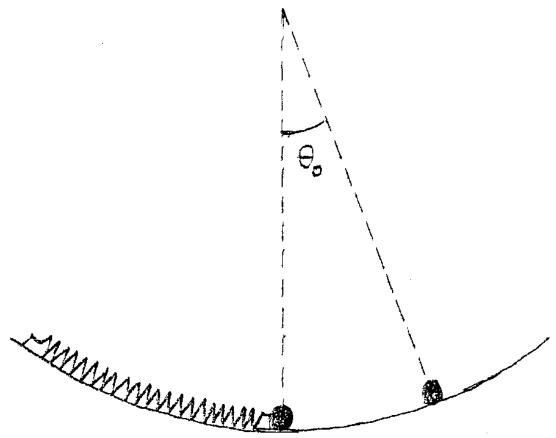
\- - - - -

Oppgave 1

Et svingesystem består av en kloss med masse m = 20 g som er forbundet med en horisontal masseløs fjær med fjærkonstant k = 7 N/m slik at massen kan svinge i horisontalplanet. Vi kan se bort fra friksjonskrefter. Massen dras 10 cm ut til siden og slippes.

a) Sett ved hjelp av Newtons 2. lov opp differensialligningen som beskriver bevegelsen. Finn betingelsen for at $x(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ er en løsning, og finn amplituden, oscillasjonsfrekvensen og perioden samt fasefaktoren φ.

b) Så flyttes svingesystemet til et spor som er halvsirkelformet med radius R = 1 m. Fjæren festes slik at når den har likevektslengde (dvs er hverken strukket eller sammentrykket), er klossen akkurat i sirkelbunnen. Vi forutsetter at fjæren følger sirkelbuen både når den strekkes og når den sammentrykkes, slik at den ikke får retning som en korde.



Klossen blir forskjøvet en vinkel $\theta_0 = 5°$ (kfr figuren) og slippes. Vi antar at $\sin\theta \approx \theta$, og vi ser stadig bort fra friksjon. Vi ser også bort fra at klossen egentlig utfører deler av en rotasjon og derfor får en viss rotasjonsenergi. Klossen betraktes derfor som et massepunkt.

Sett opp differensialligningen som beskriver bevegelsen, med vinkelen θ som den variable størrelsen, og finn betingelsen for at $\theta = B_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma)$ er en mulig løsning. Finn oscillasjonsperioden T og den største banehastigheten v_{max} som klossen beveger seg med.

c) Vi plasserer klossen ved $\theta_0' = 8°$ og slipper den. Hva blir nå perioden T og største banehastighet v_{max}?

d) Fra eksperimenter innser vi etter hvert at det nok er dempning i systemet likevel. Det arrangementet vi må bruke for å få fjæren til å følge sirkelbuen, medfører nemlig en

-Skal være 0.02 $\frac{Ns}{m}$

dempningskraft $F_d = -b \cdot v$ der $b = 0.02$ N/m og v er banehastigheten. Sett opp den differensialligningen som da må brukes for å beskrive bevegelsen av massen når den forskyves en vinkel $\theta_0 = 5^\circ$ og deretter slippes. En mulig løsning kan skrives som

$$\theta(t) = C \cdot \exp(-\alpha \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta)$$

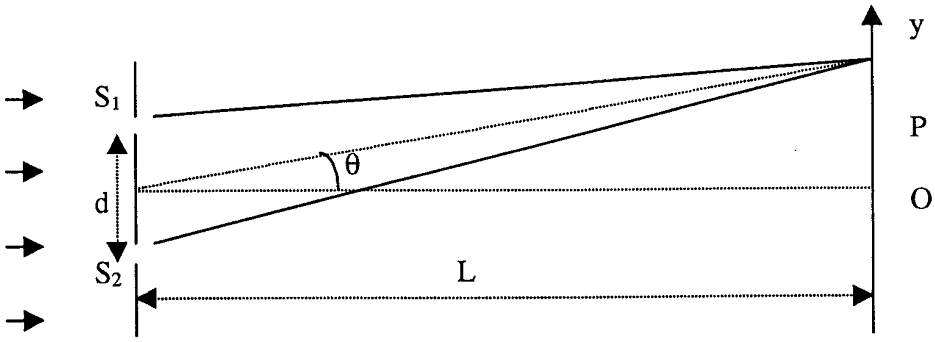
der $\alpha = \frac{b}{2m}$ og $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ og ω_0 er identisk med ω fra spørsmål b).

Vis ved hjelp av startbetingelsene at $\tan\delta = \frac{\omega}{\alpha}$ og at $C = \theta_0 \frac{\omega_0}{\omega}$.

e) Finn hvor mange hele perioder som må til før amplituden er redusert med 50% av opprinnelig verdi.

Oppgave 2

Koherent lys med bølgelengde λ faller vinkelrett inn mot to trange og like spalter S_1 og S_2



som har innbyrdes avstand d = 5 mm. Interferensmønsteret vises på skjermen P i avstanden L = 50 cm fra spaltene.

a) Utled, ved hjelp av viserdiagram eller analytisk, et uttrykk for det resulterende feltet E_θ for en vilkårlig avbøyningsvinkel θ, og vis at det kan skrives

$$E_\theta = 2 \cdot E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi/2) \cdot \cos(\varphi/2)$$

når $E_1 = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ og $E_2 = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ er de to likt orienterte feltvektorene som når et punkt på P fra henholdsvis S_1 og S_2.

(Hint: $\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$)

b) Uttrykk φ som funksjon av θ, d og λ når det er konstruktiv interferens.

c) Intensitetsfordelingen over skjermen P kan for y<<L uttrykkes ved

$$I = I_0 \cos^2(\frac{\pi d y}{\lambda L})$$ når vi måler y vertikalt på skjermen fra O.

Vi antar at lysbølgen mot spaltene består av to bølgelengder λ_1 og λ_2 som hver fører til samme intensitet $I(\lambda_1) = I(\lambda_2)$ på skjermen P.

Beregn og skissér intensitetsfordelingen som funksjon av y for y<<L.

Anta $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_m$ og $\lambda_1 - \lambda_2 = \Delta\lambda$.

(Hint: $\cos^2 A = \frac{\cos 2A + 1}{2}$ og $\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$)

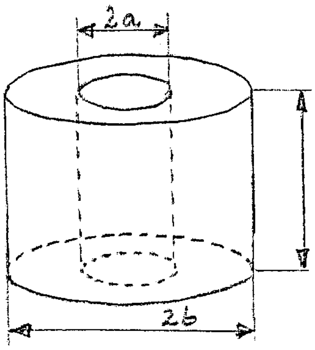
d) Den resulterende fordelingen har områder hvor interferensstripene forsvinner. Beregn hvor dette skjer første gang når de geometriske forhold er som i a) og $\lambda_1 = 500$ nm og $\lambda_2 = 505$ nm.

e) Vi antar igjen at belysningen av spaltene består av bare en enkelt bølgelengde $\lambda = 500$ nm, men fyller volumet mellom skjermen og spaltene med en væske med brytningsindeks n. Beregn n når stripeavstanden nær O måles til 33 μm.

Oppgave 3

a) Bruk Gauss' sats til å utlede et uttrykk for elektrisk feltstyrke $\vec{E}$ som funksjon av avstanden $\vec{r}$ fra en ladning Q som er jevnt fordelt på en tynn, rett tråd med lengde L. Vi ser bort fra ende-effekter.

b) Vi skal lage en sylindrisk kondensator ved at en tynn metallsylinder med radius b og lengde L er plassert konsentrisk omkring en rett metalltråd med radius a og lengde L. Vi antar at a<b<<L. I rommet mellom de to metalldelene er det et materiale med relativ permittivitet (dielektrisitetskonstant) κ.



Vis at kondensatorens kapasitans kan uttrykkes ved

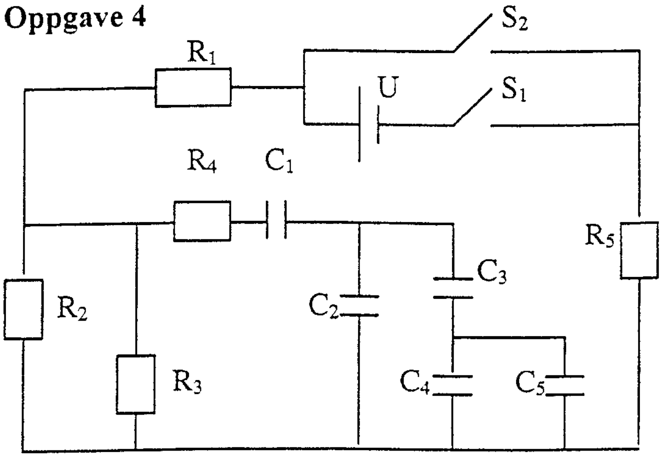
$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \kappa L}{\ln(\frac{b}{a})}$$

c) Vi lader opp kondensatoren ved å tilføre ladningene Q og –Q på de to metalldelene. Utled et uttrykk for energiinnholdet i kondensatoren.

d) Kondensatoren står på høykant som vist i skissen. Dielektrikumet er en væske med $\kappa = 80$. Finn kapasitansen, potensialet og energiinnholdet når kondensatoren er helt fylt med væsken, og a = 1mm, b = 2mm, L = 10 cm og $Q = 1{,}0 \cdot 10^{-10}$ C. Permittiviteten $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2.

e) Vi tapper ut væske til et nivå z (0<z<L), slik at resten av volumet er luft. Forklar hvordan vi kan oppfatte dette tilfellet som en kombinasjon av to kondensatorer. Gi tallsvar for kapasitans, potensial og energiinnhold for dette tilfellet når z = 1,0 cm.

Oppgave 4



En elektrisk krets ser ut som vist i figuren. Batteriet har spenning U = 12 V. Motstandene har resistanser henholdsvis $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$, $R_4 = 40\ \Omega$ og $R_5 = 50\Omega$. Vi ser bort fra indre motstand i batteriet. Kondensatorene har kapasitanser henholdsvis $C_1 = 1\ \mu F$, $C_2 = 2\ \mu F$, $C_3 = 3 \mu F$, $C_4 = 4\ \mu F$ og $C_5 = 5\ \mu F$. Bryteren S_2 er åpen, og S_1 lukket.

a) Finn resultantkapasitansen for kondensatorkoblingen.

b) Finn størrelse og retning av strømmene i de forskjellige strømsløyfene når kondensatorene er fullt oppladet ("steady state").

c) Hvor stor er da ladningen på hver kondensator?

d) Vi åpner S_1 og lukker S_2. Finn spenningsfallet over R_4 som funksjon av tiden etter at S_2 ble lukket.