1

SIF 2003.

Kontinuasjonseksamen 2/8-2003.

Oppgave 1

A = amplitude

a) $P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$ = midlere effekt μ = masse pr. lengdeenhet

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ der T = strekk-kraft.

Trådlengde l fordobles $\Rightarrow$ μ halveres

$$\frac{P'}{P} = \frac{\mu'}{\mu}\cdot\frac{v'}{v} = \frac{\mu}{2\cdot\mu}\,\frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu/2}} = \underline{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

Dobling av l endrer effekten med faktoren $1/\sqrt{2}$

b) $$\frac{P'}{P} = \frac{\omega'^2}{\omega}\cdot\frac{A'^2}{A^2} = \left(\frac{\omega}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{\omega^2}\cdot\frac{(2A)^2}{A^2} = \underline{1}$$

Samtidig fordobling av amplituden og halvering av frekvensen har ingen virkning på effekten.

c) $\omega = 2\pi f \quad f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Fordobling av λ halverer ω.

$$\frac{P'}{P} = \frac{\omega'^2}{\omega^2}\,\frac{A'^2}{A^2} = \left(\frac{\omega}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{\omega^2}\cdot\left(\frac{2A}{A}\right)^2 = \underline{1}$$

Samtidig fordobling av amplituden og bølgelengden endrer ikke effekten.

d) Endring av lengden vil endre massetettheten og dermed bølgehastigheten. Vinkelfrekvensen endres både pga endringen i hastigheten og pga endringen i bølgelengden

$$\frac{P'}{P} = \frac{\mu'\omega'^2 v'}{\mu\,\omega^2 v} = \frac{\mu}{2\mu}\left(\frac{2\pi}{\lambda/2}\sqrt{\frac{T}{\mu/2}}\right)^2\left(\frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{T}}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{T}{\mu/2}}\,\sqrt{\frac{\mu}{T}} = \underline{4\sqrt{2}}$$

Fordobling av lengden og samtidig halvering av bølgelengden øker midlere effekt med faktoren $4\cdot\sqrt{2}$

Oppgave 1 forts

e) Det blir max lydintensitet når det er stående bølge i røret. Det er da knute ved vannoverflaten med avstand $\lambda/2$ for de to tilfellene.

$\lambda = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = 2(1{,}0 - 0{,}6)\,m = 0{,}8\,m$

$v = f \cdot \lambda = 440 \cdot 0{,}8\ m/s$ $= \underline{352\ m/s}$

Oppgave 2

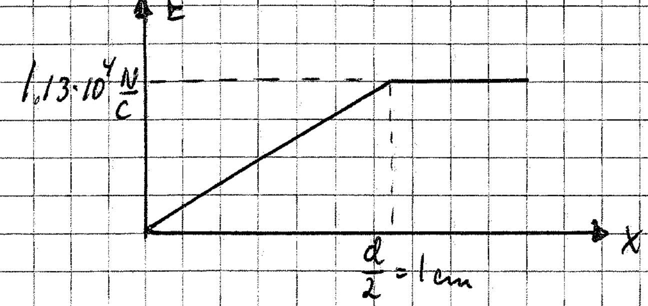
a) Av symmetrigrunner er feltet i A lik null. $\underline{E_A = 0}$
Vi tenker oss en sylindrisk Gaussflate med lengde x som har aksen vinkelrett på plateoverflaten og med den ene tverrenden ved $x=0$, dvs midt i platen.
Feltet vil være rettet utover, dvs parallelt med sylindersidene. Det er derfor flux bare gjennom den ytre tverrenden, dvs $\oint \bar{E}\,d\bar{A} = EA = \frac{Q_{omsl}}{\varepsilon_0}$
der A er arealet av sylindertverrenden og Q_{omsl} er omsluttet ladning.
For B, som er innenfor overflaten, er $x = x_1$, og omsluttet ladning er $\rho A x_1$

$$\Rightarrow E_B \cdot A = \frac{\rho A x_1}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow \underline{E_B = \frac{\rho x_1}{\varepsilon_0}}$$

$$E_B = \frac{10^{-5}\ \mathrm{N/cm}}{8.85 \cdot 10^{-12}} x_1 \qquad = \underline{1{,}13 \cdot 10^{6} \frac{N}{C\,m} \cdot x_1}$$

For C, som er utenfor overflaten, er $x = x_2$, og omsluttet ladning er $\rho \cdot A \cdot \frac{d}{2}$ med $\frac{d}{2} = 1\mathrm{cm}$

$$E_C = \underline{\frac{\rho \cdot d}{2\varepsilon_0}} = \frac{10^{-5} \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \frac{N}{C} \qquad = \underline{1{,}13 \cdot 10^{4} \frac{N}{C}}$$



Oppgave 2 forts

b) Vi finner potensialet ved å integrere langs x, dvs langs en linje vinkelrett på overflaten.

$$V_B = V_A - \int_0^x \bar{E}\,d\bar{s} = 0 - 1{,}13 \cdot 10^6 \frac{N}{C\,m} \int_0^{x_1} x\,dx$$

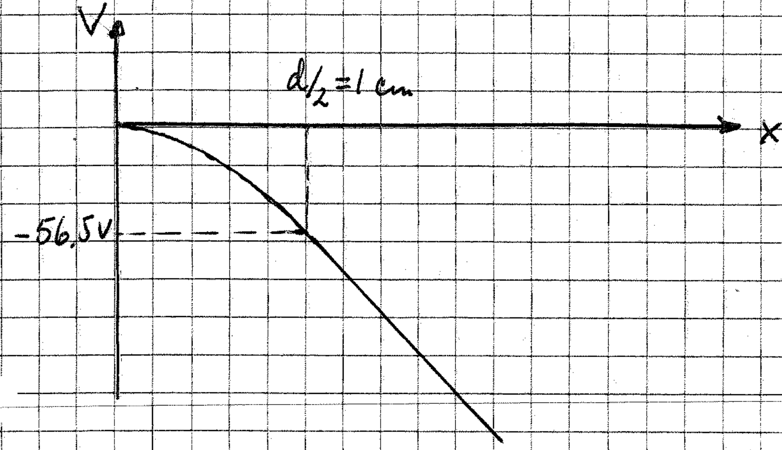
$$= 0 - 1{,}13 \cdot 10^6 \frac{V}{m^2} \cdot \frac{x_1^2}{2} \qquad = \underline{-5{,}65 \cdot 10^5 \frac{V}{m^2} \cdot x_1^2}$$

Potensialet på overflaten:

$$V_0 = -5{,}65 \cdot 10^5 \cdot 0{,}01^2\ V \qquad = \underline{-56{,}5\ V}$$

$$V_C = V_0 - \int_{d/2}^{x_2} \bar{E}\,d\bar{s} = -56{,}5V - 1{,}13 \cdot 10^4 \int_{0{,}01}^{x_2} dx\ \frac{V}{m}$$

$$= -56{,}5\,V - 1{,}13 \cdot 10^4 \frac{V}{m} (x_2 - 0{,}01\,m) \qquad = \underline{56{,}5\,V - 1{,}13 \cdot 10^4 \frac{V}{m} \cdot x_2}$$



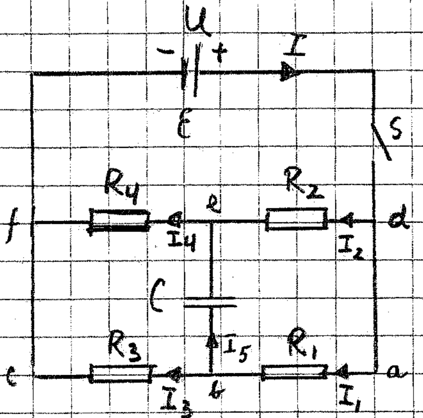
c) $$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R_1} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0{,}30}\ V \qquad = \underline{9 \cdot 10^4\ V}$$

d) Ladningen er bevart.

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R_2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0{,}21}\ V \qquad = \underline{1{,}3 \cdot 10^5\ V}$$

e) Ladningen presses sammen på et mindre (overflate)areal
$\Rightarrow$ Ladningstettheten øker $\rightarrow$ Potensiell energi øker.

Oppgave 3.



Ved steady state er $\underline{I_5 = 0}$. Da er

$\underline{I_1 = I_3}$ og $\underline{I_2 = I_4}$

$V_d - V_f = \mathcal{E} = I_2(R_2 + R_4)$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_4} = \frac{6}{180+60}\,A \qquad = \underline{0{,}025\,A}$$

$V_a - V_c = \mathcal{E} = I_1(R_1 + R_3)$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_3} = \frac{6}{35+25}\,A \qquad = \underline{0{,}10\,A}$$

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}10\,A + 0{,}025\,A \qquad = \underline{0{,}125\,A}$$

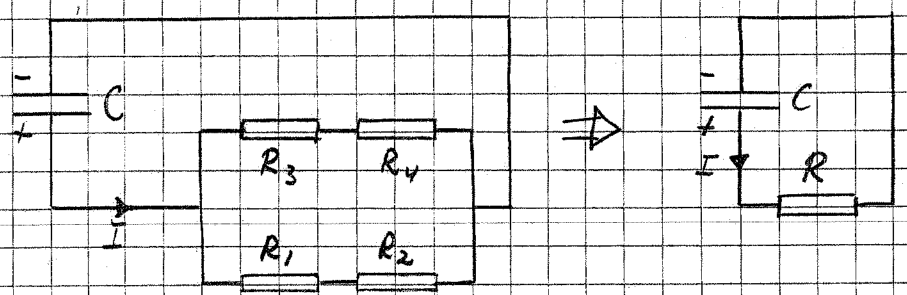
b) $V_b - V_e = V_b - V_c - (V_e - V_f) = I_3 R_3 - I_4 R_4 = I_1 R_3 - I_2 R_4$

$= (0{,}10 \cdot 25 - 0{,}025 \cdot 60)\,V = 1{,}0\,V$ dvs $V_C = \underline{1{,}0\,V}$

$V_b > V_e \Longrightarrow$ <u>Nedre kondensatorplate er positiv.</u>

$$Q_0 = C \cdot V_C = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}0\ C \qquad = \underline{5\,\mu C}$$

c)



$$R = \frac{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)}{R_3 + R_4 + R_1 + R_2} = \frac{(25+60)(35+180)}{25+60+35+180}\,\Omega = \frac{85 \cdot 215}{300}\,\Omega = \underline{60{,}9\,\Omega}$$

$$\frac{Q}{C} - IR = 0 \qquad I = -\frac{dQ}{dt} \Longrightarrow \frac{Q}{C} + \frac{dQ}{dt}R = 0$$

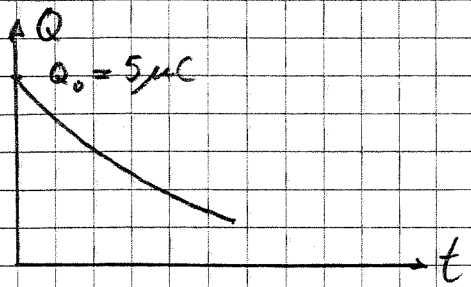
$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC} \Longrightarrow \ln Q = -\frac{t}{RC} + \text{konst} \Longrightarrow \underline{Q = Q_0 e^{-t/RC}}$$

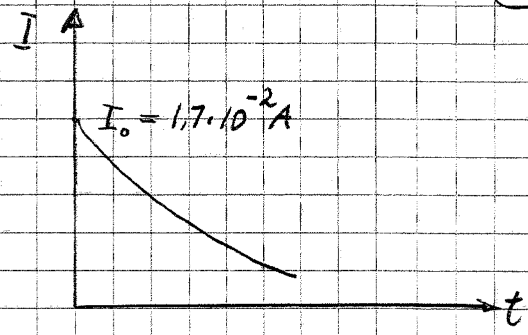
der $Q_0 = 5\,\mu C$ og $RC = 60{,}9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}\,s = \underline{3 \cdot 10^{-4}\,s}$

$$I = -\frac{dQ}{dt} \qquad \underline{I = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}}$$

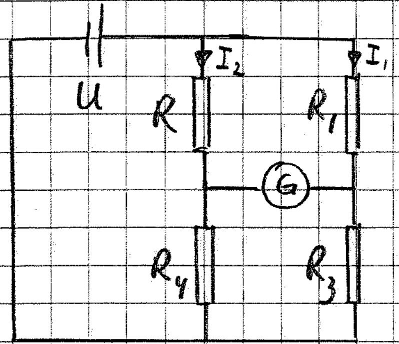
$$\frac{Q_0}{RC} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-4}}\,A = \underline{1{,}7 \cdot 10^{-2}\,A}$$

c) forts.





d)



$$I_2 (R + R_4) = I_1 (R_1 + R_3)$$

$$I_2 R = I_1 R_1 \Rightarrow I_2 = I_1 R_1 / R$$

$$\frac{I_1 R_1}{R}(R + R_4) = I_1 (R_1 + R_3)$$

$$\underline{R = \frac{R_1 R_4}{R_3}} = \frac{35 \cdot 60}{25}\ \Omega = \underline{84\ \Omega}$$

Oppgave 4.

a) Objektavstand s og billedavstand i

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f} \qquad s+i=D$$

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{D-s}=\frac{1}{f} \Rightarrow s^2-Ds+fD=0 \Rightarrow s=\frac{1}{2}\left(D\pm\sqrt{D^2-4fD}\right)$$

Det er altså to mulige objektavstander:

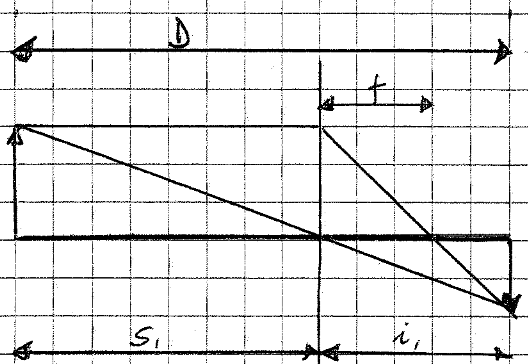
$$s_1=\frac{1}{2}\left(D+\sqrt{D^2-4fD}\right) \qquad s_2=\frac{1}{2}\left(D-\sqrt{D^2-4fD}\right)$$

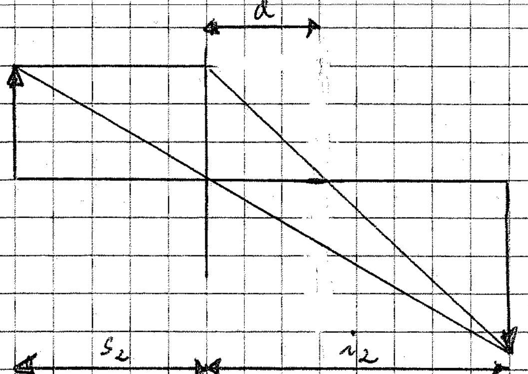
Avstanden d mellom disse to linseplasseringene:

$$d=s_1-s_2=\frac{1}{2}\left(D+\sqrt{D^2-4fD}\right)-\frac{1}{2}\left(D-\sqrt{D^2-4fD}\right)=\underline{\sqrt{D(D-4f)}}$$

q.e.d.

Vi anskueliggjør løsningen i en figur:





b) Forstørrelsen i de to tilfellene er

$$M_1=-\frac{i_1}{s_1} \qquad M_2=-\frac{i_2}{s_2}$$

$$i_1=D-s_1 \qquad i_2=D-s_2$$

b) forts.

$i_1 = D - \frac{1}{2}(D + \sqrt{D^2 - 4fD}) = \frac{1}{2}(D - d)$ $\qquad s_1 = \frac{1}{2}(D+d)$

$i_2 = D - \frac{1}{2}(D - \sqrt{D^2 - 4fD}) = \frac{1}{2}(D + d)$ $\qquad s_2 = \frac{1}{2}(D-d)$

Forholdet mellom billedstørrelsene er lik forholdet mellom forstørrelsene:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{-i_1/s_1}{-i_2/s_2} = \frac{(D-d)(D-d)}{(D+d)(D+d)} = \underline{\left(\frac{D-d}{D+d}\right)^2}$$

c) Maksima er gitt ved $\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$

der λ er bølgelengden, d er spalteavstanden og

$n = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$ er ordenen.

For nabomaksima er $\Delta n = 1$, slik at

$$\frac{\lambda}{d} = \Delta(\sin\theta) \Rightarrow d = \frac{\lambda}{\Delta(\sin\theta)} = \frac{600 \cdot 10^{-9}}{(0{,}36 - 0{,}30)}\,m = 10^4\,nm = \underline{10\,\mu m}$$

d) Minima for enkeltspaltediffraksjon er gitt ved

$\sin\theta = \frac{m \cdot \lambda}{a}$ der a er spalteåpningen og $m = \pm 1, \pm 2 \cdots$

Fjerde orden mangler $\Rightarrow \sin\theta = \frac{4\lambda}{d} = \frac{m\lambda}{a}$

Minst mulige verdi av a ved $m = 1$

$$\Rightarrow a = \frac{d}{4} = \frac{10\,\mu m}{4} = \underline{2.5\,\mu m}$$

Hver fjerde orden vil mangle. De mulige verdiene av n (pluss og minus) vil derfor være

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13 \cdots$