

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Kåre Olaussen

Telefon: 9 36 52

**Eksempel på eksamensoppgaver for
SIF4004
FYSIKK FOR ELEKTROTEKNIKK OG TELEKOMMUNIKASJON**

Tirsdag 24. november 1998

Tid: 09:00—15:00

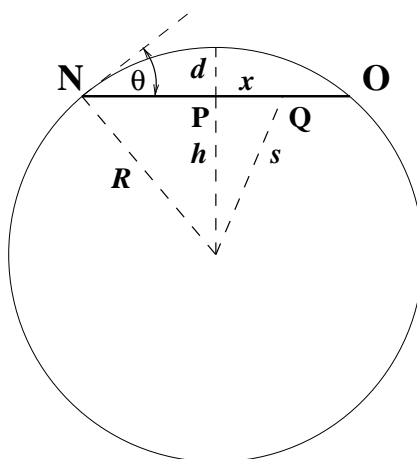
Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator tillatt. K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver). O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk.

Dette eksamenssettet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 1 side.

(Dette oppgavesettet utgjør øving 14 og 15 i kurset, og er samtidig ment å gi en indikasjon av formatet på eksamenssettet, samt type og vanskelighetsgrad på oppgavene dere vil få til eksamen.)

De som leverer inn besvarelser på dette sette kan ikke regne med å få tilbake rettede kommentarer før eksamen. De som trenger å få godkjent dette settet for å få godkjent tilstrekkelig mange øvinger må levere inn besvarelsen før **fredag 27. november klokken 08.00**.

Oppgave 1:



Styret i A/S Gardermobanen har besluttet å gi opp arbeidet med Romeriksporten, og istedet grave en tunnel fra Oslo (O) til New York (N) — som skissert på figuren over. Denne forventes å ta unna så mye trafikk at hovedflyplassen kan flyttes tilbake til Fornebu. Det er også liten fare for at vannpyttene over *denne* tunnelen blir tørrlagt pga lekkasje.

- a) Oslo ligger på 60° N, 11° Ø. New York ligger på 41° N, 74° V. Jordens radius kan settes til $R = 6366$ km.
Velg koordinatsystem jordas sentrum som origo, og skriv ned uttrykk for posisjonene \vec{r}_O og \vec{r}_N til henholdsvis Oslo og New York.
- b) Bestem avstanden gjennom tunnelen fra Oslo til New York.
- c) Bestem også innslagsvinkelen θ for tunnelen, og dybden d ned til midtpunktet \mathbf{P} i tunnelen.
- d) Anta, noe urealistisk, at jordas massetetthet er konstant over det hele, og se forløbige bort fra korreksjoner pga jordas rotasjon.
Bestem (som formeluttrykk) størrelse og retning på gravitasjonskraften i punktet \mathbf{Q} , i avstand x fra midtpunktet av tunnelen og s fra jordas sentrum.
- e) Vis at komponenten av gravitasjonskraften langs tunnelen (som bestemmer akselerasjonen av toget) er proporsjonal med x , og bestem den tilhørende proporsjonalitetskonstanten.
- f) Sett opp bevegelsesligningen for et tog som slippes gjennom tunnelen. Se foreløbige bort fra alle friksjonskrefter.
- g) Tyngdens akselerasjon ved jordas overflate kan settes til $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
Hva blir reisetiden τ fra New York til Oslo med dette toget?
- h) Hva er togets hastighet ved midtpunktet \mathbf{P} i tunnelen?
- i) Skriv ned uttrykket for posisjonen $\vec{r}(t)$ til et tog som starter i New York ved tiden $t = 0$.
- j) På grunn av jordas rotasjon vil det også virke sentrifugal- og Coriolis-krefter på toget. Uttrykket for sentrifugalkraft er

$$\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \quad (1)$$

og uttrykket for Corioliskraft er

$$\vec{F}_C = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}, \quad (2)$$

der \vec{v} er hastigheten målt i det roterende koordinatsystemet. Bestem disse kreftene for den aktuelle bevegelsen, og finn hvilket arbeid de utfører på toget.

- k) Hvordan vil kreftene i forrige punkt påvirke togets mulighet til å nå fram når (i) det slippes fra New York til Oslo, (ii) fra Oslo til New York?
Tips: Du kan analysere dette punktet ved energibetraktninger uten å bruke resultatene fra forrige punkt.
- l) I virkeligheten vil det også virke friksjonskrefter på toget. Hvilke former for friksjon forventer du? Hvordan avhenger de av hastigheten? Hvilken tror du er av størst betydning?

Oppgave 2:

Av hensyn til passasjerenes velvære må toget fra Oslo til New York gis god termisk isolasjon. Dette er viktig fordi jordas temperatur kan regnes å øke med 20 K pr. km dybde. (Dette gjelder egentlig bare nær overflaten, men her velger vi å bruke denne verdien overalt.)

- a) Hva er (ifølge modellen over) temperaturen T utenfor toget når det befinner seg ved midtpunktet \mathbf{P} i tunnelen? Hva er temperaturen T utenfor når toget befinner seg i avstand x fra \mathbf{P} ?

I det følgende kan du gjøre forenklingen (jfr. figuren først i oppgavesettet)

$$s = \sqrt{h^2 + x^2} \approx h + \frac{x^2}{2h} \quad (3)$$

- b) Hva er middeltemperaturen \bar{T} utenfor toget, tidsmidlet over en reise fra New York til Oslo?

$$\bar{T} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau dt T(t). \quad (4)$$

- c) Du kan regne togets innvendige volum som en sylinder med lengde $\ell = 100$ m og radius $\rho = 5$ m. Lufta i sylindere består av 79 vektprosent nitrogen (N_2 , med atomvekt 28) og 21 vektprosent oksygen (O_2 , med atomvekt 32), og kan regnes som en ideell gass.

Hvor mange molekyler er det på toget når temperaturen er $20^\circ\text{C} = 293.16$ K og trykket er $1 \text{ atm} = 101\,325$ Pa?

Oppgitt: Boltzmanns konstant $k = 1.380\,558 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$.

- d) Hvor mange N_2 molekyler er der? Hvor mange O_2 molekyler?
- e) Benytt Boltzmann's hastighetsfordeling til å anslå antallet N_2 molekyler på toget med hastighet (i) $v > 1\,000$ m/s, (ii) $v > 3\,000$ m/s, og (iii) $v > 10\,000$ m/s, når forholdene er som over.
- f) Hvilken tilført varmemengde Q vil øke temperaturen på toget med 1 K?
- g) Skriv ned uttrykket for varmestrømmen inn i toget, uttrykt ved den termiske ledningsevnen λ i veggene, tykkelsen a av veggene og temperaturen utenfor. Du kan ignorere varmestrømmen gjennom endene av toget.
- h) Hva blir (formeluttrykket for) den totale tilførte varmemengden i løpet av en reise fra New York til Oslo?
- i) Man har funnet fram til en isolasjon med termisk ledningsevne $\lambda = 0.05$ W/mK. Hvor tykke må veggene være for at ikke temperaturen på toget skal øke med mere enn 1 K? (Hvis du ikke har funnet fram til reisetiden τ kan du her sette inn en verdi på 45 minutter).
- j) Det faktum at temperaturen øker nedover i jorda betyr at det må produseres energi i jordas indre. Den termiske ledningsevnen til jordskorpa er ca. 3 W/mK, og temperaturforskjellen var altså ca. 20 K/km.

Anslå den totale energiproduksjonen i jorda indre.

Vedlegg 1:

Newtons 2. lov: $\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$, der \vec{F} kan være en vektorsum av mange enkeltbidrag.

Newtons 3. lov: $\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$ (virkning er lik motvirkning).

Kraftmoment (moment of force): $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, eller mer generelt en sum av slike bidrag.

Spinn (angular momentum): $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$.

Bevegelsesligning for spinn: $\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}I\vec{\omega}$, med $\vec{\omega}$ vinkelhastigheten.

Treghtetsmoment: $I = \int d^3x \rho(\vec{x}) r^2$, med r avstanden til akse det regnes med hensyn på.

Betingelse for mekanisk likevekt: $\vec{F} = 0$, $\vec{M} = 0$.

Tyngdekraft nær jordas overflate: $\vec{F} = m\vec{g}$, der $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ er tyngdens akselerasjon.

Friksjonskraft: $\vec{F}_f = \mu\vec{N}$, der \vec{N} er normalkraften.

Newton's gravitasjonslov: $\vec{F} = -m_1m_2G\vec{r}/r^3$, der $G = 6.672\,59 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ er gravitasjonskonstanten.

Fjærkraft: $F = -Kx$.

Sentrifugalkraft: $\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$. Corioliskraft: $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$.

Kinetisk energi: $K_t = \frac{1}{2}m\vec{v}^2$, $K_r = \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2$.

Potensiell energi i jorden tyngdefelt: $U = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$.

Gravitasjonsenergi: $U = -m_1m_2G/r$.

Energi i fjær: $U = \frac{1}{2}Kx^2$.

Ideell gasslov: $pV = NkT$, der $k = 1.380\,658 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ er Boltzmanns konstant.

Den termodynamiske identitet: $dQ = TdS = dU + pdV$.

Entalpi: $H = U + pV$. Helmholtz fri energi: $F = U - TS$. Gibbs fri energi: $G = U + pV - TS$.

Stefan-Boltzmanns lov: $j_Q = \varepsilon\sigma T^4$, der $\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

Varmeledning: $j_Q = \lambda \frac{dT}{dx}$.