

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Kåre Olaussen

Telefon: 9 36 52

**Eksempel på eksamen i fag SIF4004 FYSIKK for
ELEKTROTEKNIKK OG TELEKOMMUNIKASJON**

Lørdag 27. november 1999

Tid: 09:00—15:00

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.

K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver).

O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk.

Dette settet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 3 side.

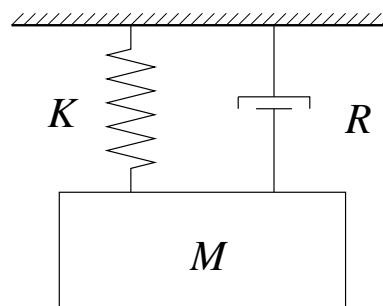
(Dette oppgavesettet utgjør øving 14 og 15 i kurset, og er samtidig ment å gi en indikasjon på formatet av eksamenssettet, samt type og vanskelighetsgrad på oppgavene dere vil få til eksamen.)

De som leverer inn besvarelser på dette settet kan ikke regne med å få tilbake rettede kommentarer før eksamen. De som trenger å få godkjent dette settet for å få tilstrekkelig mange godkjente øvinger må levere inn besvarelsen i posthylla til faglærer (1. etg i Teoretisk fysikk bygget) senest **mandag 29. november klokken 09.00**. Løsningsforslag legges ut i løpet av formiddagen 29. november.

Oppgave 1:

a)

En masse M er opphengt i en fjær med fjærkonstant K og dempningskonstant R slik som vist på figuren til høyre. Utled differensialligningen som beskriver massens bevegelse og skriv ned den generelle løsningen. Bestem konstantene i den generelle løsningen når svingningene starter med et utsving slik at den potensielle energien er E_0 og hastigheten er 0 når $t = 0$



b) Still opp et uttrykk for massens totale energi og vis at energien tilnærmet avtar som

$$E = E_0 e^{-t/\tau} \quad (1)$$

Finn energiens tidskonstant τ . Anta i denne del av oppgaven at dempningen er liten og ta bare med γ når den forekommer i et eksponensialuttrykk. Hva er totalenergien til systemet ved $t = 5$ s når $E_0 = 1.25$ J, $R = 0.5$ Ns/m, $K = 500$ N/m, og $M = 1$ kg?

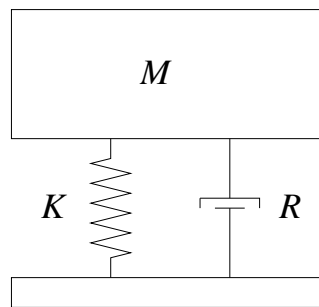
c)

Ved forsendelse av kostbare instrumenter pakkes de i en dempet fjærende opphengning slik som vist på figuren. Vi antar at kassa, som regnes masseløs, faller i bakken med hastighet v ved $t = 0$, og at det i fallet ikke overføres noen krefter mellom massen og kassa. Se bort fra muligheten av at kassa hopper på underlaget. Finn en formel som beskriver massens vertikale utsving for $t \geq 0$.

Anta så at v er stor nok til at det statiske nedhenget pga. tyngden kan neglisjeres, og finn tidsforløpet for massens akselerasjon. Skriv svaret på formen

$$x(t) = Ae^{-\gamma t} \cos(\omega t + \delta), \quad (2)$$

og bruk størrelsene ω , γ og v til å finne uttrykk for akselerasjonen a og δ .



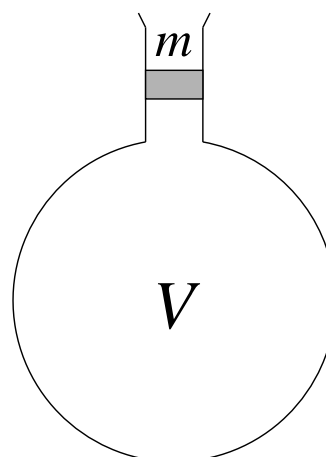
Oppgave 2:

- a) Formuler termodynamikkens 1. hovedsetning. Skriv ned tilstandsligningen for n mol ($n \times N_A$ molekyler) av en ideell gass. Hva er den indre energien til en slik gass, dersom den består av (i) én-atomige molekyler, (ii) to-atomige molekyler? Definer de molare varmekapasitetene C_p og C_V .
- b) Hva kjennetegner en adiabatisk prosess? 5 mol av en ideell gass med to-atomige molekyler (adiabatkonstant $\gamma = 7/5$) opptar et volum på 0.121 m^3 ved 1.0 atm . Gassen ekspanderer adiabatisk til et volum på 0.750 m^3 . Bestem temperaturen før og etter ekspansjonen. Finn også endringen i indre energi. Hvor stort er arbeidet utført av gassen? Hva blir tilført varme, $Q = \Delta U + W$.

Oppgitt: Gasskonstanten $R = 8.31 \text{ J/mol K}$, $1 \text{ atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

c)

I halsen til en gassbeholder (se figuren til høyre) kan et stempel med radius r og masse m bevege seg friksjonsløst opp og ned. Stempelet slutter tett til. Det utvendige trykket på stempelet er p_0 . I likevekt er volumet til gassen i beholderen lik V . Stempelet gis en dytt nedover i halsen, og settes derved i svingninger. Disse svingningene er ikke raskere enn at vi med rimelighet kan regne som om gassen til enhver tid er i termodynamisk likevekt. På den annen side er svingningene raske nok til at varmeutvekslingen gjennom beholderens vegger kan neglisjeres, og prosessen derved kan regnes som adiabatisk. Vi regner også gassen i beholderen som ideell.



Finn stempelets bevegelsesligning når du antar adiabatisk ekspansjon/kompresjon og utnytter at endringen i den innestengte gassens volum er relativt små under svinge-

bevegelsen. Hva er stempelets egenfrekvens (sirkelfrekvens) ω_0 uttrykt ved γ , r , m , V , p_0 , og tyngdens akselerasjon g ?

Tips: Foreta en rekkeutvikling til første orden i stempelets bevegelse x og finn derav en effektiv "fjærkonstant".

- d) Vi vil måle C_p/C_V , og observerer at stempelet utfører 10 hele svingninger i løpet av 15.4 s. Dessuten er $r = 1$ cm, $m = 20$ g, $V = 50$ liter, $p_0 = 1.01 \cdot 10^5$ Pa, og $g = 9.81$ m/s². Regn ut γ . Kan gassen i beholderen være luft?

Oppgave 3:

- a) Atomvekten til jern er 55.8. Hva er varmekapasiteten $c_{\text{stål}}$ for jern ifølge Dulong og Petit's lov?
- b) En bil på 1200 kg med hastighet 100 km/h stanser ved oppbremsing. Den totale massen til bremsetromlene, som er laget av jern, er 20 kg. Bilens stanser så raskt at friksjonsvarmen mellom bremsesko og bremsetromler ikke får tid til å dissipere ved varmetransport. Hvor stor er temperaturøkningen i bremsetromlene? Anta at bremseskoene ikke absorberer varme.

Oppgave 4:

Kathrine og Emil sitter i hver sin etasje i SII og leker med trøndersk blåleire. Kathrine sitter i 13. etg og slipper leirklumper ut fra 42 meter over bakkenivå. Emil sitter i 11. etg og slipper leirklumper ut fra 35 meter over bakkenivå. Siden de er meget samstemte faller leiren etter *nøyaktig* samme loddrette linje. Leken går ut på at (i) leiren fra de to etasjene skal rekke å støte sammen før den når bakken, og (ii) energien ΔE som konverteres i det fullstendig uelastiske støtet skal være minst mulig.

- a) Hva er den minst mulige ΔE , når leirklumpene antas å veie nøyaktig 1 kg?
- b) Hvilke hastigheter har de to leirklumpene ved sammenstøtet?

Vedlegg 1:

FORMLER FOR FAG SIF4004 FYSIKK

Denne formelsamlingen (3 sider kopiert ned på et a4-ark) kan tas med på eksamen 1. desember 1999. Det er tillatt å tilføye private notater på arket.

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, kraftlover etc.

Newton's 2. lov	$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$	der \vec{F} kan være vektorsum av mange bidrag \vec{p} bevegelsesmengde. Engelsk: <i>Momentum</i>
Newton's 3. lov	$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$	virkning er lik motvirkning
Tyngdekraft	$\vec{F} = m\vec{g} = -mg\hat{e}_z$	$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ er tyngdens akselerasjon
Gravitasjonskraft	$\vec{F} = -m_1m_2G\vec{r}/r^3$	der $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$
Friksjonskraft (s)	$F_f \leq \mu_s N$	der N er normalkraften (en føringskraft)
Friksjonskraft (k)	$F_f = \mu_k N$	μ_s statisk, μ_k kinetisk friksjonskoeffisient
Fjærkraft	$\vec{F} = -K\vec{r}$	der \vec{r} er utslaget fra likevektsposisjonen
Fra potensial	$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$	for konservative krefter, $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
Sentrifugalkraft	$\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	også lik $m\omega^2\vec{r}_\perp$ (der $\vec{r}_\perp \cdot \vec{\omega} = 0$)
Corioliskraft	$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$	
Kraftmoment	$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$	Engelsk: <i>Moment of force</i>
Dreiemoment	Kraftmoment	når $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Engelsk: <i>Torque</i> \vec{T}
Trehetsmoment:	$I = \int d^3r \rho(\vec{r}) r_\perp^2$	r_\perp avstanden til rotasjonsaksen Engelsk: <i>Moment of inertia</i>
Trehetsmoment:	Homogen (i) radius r sylinder: $I = \frac{1}{2}Mr^2$, (ii) radius r kule: $I = \frac{2}{5}Mr^2$, (iii) rektangulær $a \times b$ plate: $I = \frac{1}{2}M(a^2 + b^2)$. M total masse.	
Trehetsmoment:	$I = I_C + M\ell^2$	parallellakse-teoremet; ℓ avstand til massesenterakse C
Dreieimpuls	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i$	Også kalt spinn. Engelsk: <i>Angular momentum</i>
Dreieimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	Brukes forsiktig! Om symmetriakser er OK
Likevektsbetingelse:	$\vec{F} = 0, \vec{M} = 0$	
Spinndynamikk	$\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}I\vec{\omega}$	med $\vec{\omega}$ vinkelhastigheten.
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (forskyvning), $dW = \vec{T} \cdot d\vec{\theta}$ (dreining)	
Effekt	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (forskyvning), $P = \vec{T} \cdot \vec{\omega}$ (dreining)	

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, bevaringslover

Total energi E , total bevegelsesmengde \vec{p} , og total dreieimpuls \vec{L} er bevart i et lukket system

Kinetisk energi	$K_t = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2m}\vec{p}^2$	translasjonsbevegelse
Kinetisk energi	$K_r = \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2 = \frac{1}{2I}\vec{L}^2$	rotasjonsbevegelse
Potensiell energi	$U = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$	i jordens tyngdefelt
Gravitasjonsenergi	$U = -m_1m_2G/r$	G gravitasjonskonstanten
Energi i fjær	$U = \frac{1}{2}Kr^2$	

Kontinuumsmekanikk

Tetthet	$\rho(\vec{r}) = m n(\vec{r})$	n antallstetthet, m molekylmasse, ρ massetetthet
Molekylmasse	$m = A m_u$	A total atomvekt, $m_u = 1.660\,540 \times 10^{-27}$ kg
Mol	$n \text{ mol} = n N_A$	der $N_A = 6.022\,137 \times 10^{23}$ er Avogadro's tall (1000 mol molekyler med atomvekt A veier A kg)
Young's modul E	$E dL = (L/A) dF$	Prøve med lengde L og tykkelse A , strekkraft F
Termisk utvidelse	$dL = \alpha_L L dT$	L lengde, T temperatur, α_L lineær utvidelseskoeff.
Bulkmodul K	$K dV = -(V/A) dF$ $K = -V dP/dV$	Prøve med volum V og overflate A , trykkraft F kalles også kompressibilitet
Termisk utvidelse	$dV = \alpha_V V dT$	L lengde, T temperatur, $\alpha_V = 3\alpha_L$ kubisk utv.koeff.
Skjærmodul G	$G d\phi = (1/A) dF$	ϕ vridningsvinkel, F kraft langs flate A
Volumarbeid	$dW = p dV$	trykk p , volum V
Flatearbeid	$dW = \gamma dA$	Overflatespenning γ , areal A
Strekkarbeid	$dW = F d\ell$	Strekraft F , lengde ℓ
Bernoulli's lov	$\frac{1}{2}v^2 + \mathcal{A} + gh$	er konstant langs strømlinjer. ρ massetetthet, h høyde, $\mathcal{A} = \int_{p_0}^p \frac{dp'}{\rho(p')}$

Masse- og varmetransport

Massestrøm/areal	$\vec{j}_m = \rho \langle \vec{v} \rangle$	Massetetthet ganger midlere hastighet
Massestrøm	$I_m = \frac{\pi r^4}{8} \frac{\rho r^4}{\eta} \frac{dp}{dx}$	Laminært i radius r rør; ρ massetetthet, η viskositet
Varmeledning	$j_Q = \lambda \frac{dT}{dx}$	λ varmeledningskoeffisient, j_Q varmemengde transportert gjennom en flate, pr. areal- og tidsenhet
Varmeovergang	$j_Q = h \Delta T$	h varmeovergangstall (overflate \rightarrow konveksjon)
Stefan-Boltzmann	$j_Q = \varepsilon \sigma T^4$	$\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$. Svart stråling: $\varepsilon = 1$

Termodynamikk, statistisk fysikk

Ideell gasslov	$pV = N k_B T$	med $k_B = 1.380\,658 \times 10^{-23}$ J/K (Boltzmann)
Adiabatisk prosess	$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$	når $\gamma = C_p/C_V$ er konstant under prosessen
Termodynamisk id.	$T dS = dU + p dV$	innholder i termodynamikkens første lov
Entalpi	$H = U + pV$	nyttig for prosesser under konstant trykk
Fri energi	$F = U - TS$	Helmholts fri energi
Fri entalpi	$G = H - TS$	Gibbs fri entalpi (også kalt Gibbs fri energi)
Ekvipartisjonspri.	$C_V = \frac{1}{2} f N k_B$	Enatomig gass: $f = 3$, toatomig: $f = 5$.
Dulong-Petit	$C = 3 N k_B$	for <i>solider</i>
RMS-hastighet	$v_{\text{rms}}^2 = 3 k_B T / m$	Midlere kvadratiske hastighet
Maxwellfordeling	$\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} e^{-m\vec{v}^2/2k_B T}$	sannsynlighetstetthet for hastighet \vec{v}

Noen fysiske konstanter

$$m_e = 9.109\,390 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$k_B = 1.380\,658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa (kg/ms}^2)$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$m_u = 1.660\,540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$R = N_A k_B = 8.314\,510 \text{ J/mol K}$$

$$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273.16 \text{ K}$$

$$G = 6.672\,59 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

$$N_A = 6.022\,137 \cdot 10^{23} = 1 \text{ g}/m_u$$

$$\sigma = 5.670\,51 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

$$N_2 : A = 28, \text{ O}_2 : A = 32$$

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^9
M	mega	10^6	k	kilo	10^3
h	hekto	10^2	da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Størrelse		SI-enhet	
Navn	Vanlig symbol	Navn	Symbol
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	s^{-1}
Vinkelakselerasjon	α	sekund ⁻²	s^{-2}
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	l	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	m^2
Volum	V	kubikmeter	m^3
Tid	t	sekund	s
Hastighet	u, v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\text{Hz} = \text{s}^{-1}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\text{N} = \text{kgm/s}^2$
Trykk	p	Pascal	$\text{Pa} = \text{N/m}^2$
Arbeid	A, W	Joule	$\text{J} = \text{kgm}^2/\text{s}^2$
Energi	E, W	Joule	$\text{J} = \text{Ws}$
Effekt	P	Watt	$\text{W} = \text{J/s}$
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	T, t, Θ	grad Celcius	$^\circ\text{C}$
Varme, varmemengde	Q	Joule	$\text{J} = \text{VAs}$
Varmestrøm	I_Q	Watt	$\text{J/s} = \text{W}$
Varmestrømtetthet	j_Q	Watt pr. m^2	$\text{J/m}^2\text{s} = \text{W/m}^2$