NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Dag Østvang
Telefon: 5 10 94

Eksamen i fag SIF4004 FYSIKK for
ELEKTROTEKNIKK OG TELEKOMMUNIKASJON
Mandag 7. august 2000
Tid: 09:00—15:00

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator. K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver). O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk. Et a4-ark med fysikkformler for SIF4004, egne notater på dette arket er tillatt.

Dette settet er på 4 sider pluss et generelt vedlegg på 3 sider. Det tas sikte på å gi punkt **1a)** firedobbel vekt i sensuren. Sensur legges ut på
`http://www.phys.ntnu.no/~kolausen/SIF4004-1999/`
straks den er klar.

Oppgave 1:

Nedenforstående notis er tatt fra Adresseavisen's utgave den 12. juli 2000:

Fart er relativt

Tenk deg at du kjører i 80 *km/t, og plutselig ser en elg i veien rundt svingen. Du bråbremser og stopper akkurat i tide. Men hva hadde skjedd hvis du hadde kjørt i* 100 *km/t? Vel,* $100 - 80$ *er* 20*, altså* 20 *km/t. Trodde du. Men så enkelt er det nok ikke. Bremselengde øker med kvadratet på farten, og faktum er at du med samme reaksjonstid da ville kjørt på elgen med* 70 *km/t! Og hadde du bare økt til* 90 *km/t, ville kollisjonen med elgen skjedd i* 50 *km/t. (Statens Vegvesen).*

En erfaren avisleser, med daglig virke på Gløshaugen, slites mellom to instinktive reaksjoner (fordommer):

i) Journalister kan overhodet ikke regne, og roter alltid til tekniske utsagn. Så innholdet i notisen er helt sikkert ikke korrekt.

ii) Informasjonen kommer tydeligvis fra Statens Vegvesen, høyst sannsynlig fra en topp utdannet (altså NTNU) sivilingeniør. Så innholdet i notisen er helt sikkert korrekt.

a) Analyser problemstillingen i notisen, og ta på grunnlag av dette standpunkt til om innholdet kan sies å være korrekt eller ikke.

En fullstendig besvarelse av oppgaven krever at du setter opp, og løser, en matematisk modell av problemet. For dette bør du lese notisen grundig, slik at du gjør de samme antagelsene som den ser ut til å legge til grunn. Du bør også nevne eventuelle fysiske effekter som du velger å se bort fra i modellen — og helst også i hvilken retning du tror slike vil påvirke resultatet.

Merk: Rene gjetteløsninger på dette punktet belønnes med delkarakteren 8.0, uansett om det gjettes rett eller galt. (Sivilingeniører fra NTNU skal ikke gamble.)

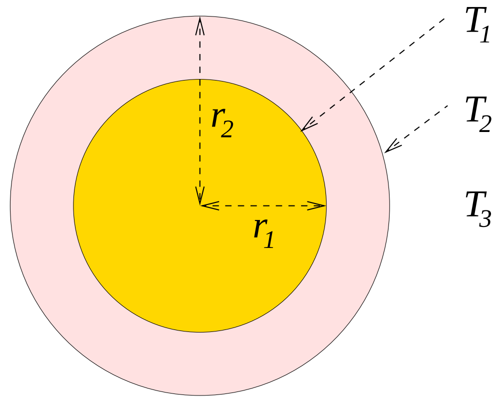
b) Anta at den omtalte bilen med innhold veier 800 kg, og er utstyrt med skivebremser av stål (jern), der hver bremsetrommel veier 3 kg. Atomvekten til jern er 55.8.

Hva er den spesifikke varmekapasiteten for jern ifølge Dulong og Petit's lov?.

c) Bilen stanser så raskt at friksjonsvarmen mellom bremse-sko og -tromler ikke får tid til å dissipere ved varmetransport. Anta videre at veien er horisontal, og at bremseskoene ikke absorberer varme.

Hvor stor er temperaturøkningen i bremsetromlene når det blir bremset ned fra 80 km/t?

Oppgave 2:



En koppertråd med sirkulært tversnitt og radius $r_1 = 10$ mm har en varmeutvikling på

$$i_Q = \frac{dQ}{dt} = 125\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}} \tag{1}$$

når den fører en elektrisk strøm på 1500 A. Tråden er isolert med et materiale med varmeledningskoeff-isient $\lambda = 0.20$ W/mK. Varmeovergangstallet mellom isolasjonsmaterialet og luften omkring settes til $h = 17.5$ W/m^{2}K. Luften omkring holder en temperatur $T_3 = 20\,^\circ$C.

Denne oppgaven går ut på å dimensjonere tykkelsen på isolasjonsmaterialet slik at varmen som utvikles i lederen blir transportert mest mulig effektivt til omgivelsene, og å bestemme de resulterende temperaturene.

a) Skriv ned sammenhengen mellom varmefluksen j_Q i avstand $r > r_1$ fra sentrum av koppertråden, og varmestrømmen i_Q.

b) Anta at isolasjonsmaterialet har tykkelse $d = r_2 - r_1$, slik at radius til overflaten av isolasjonen er r_2.

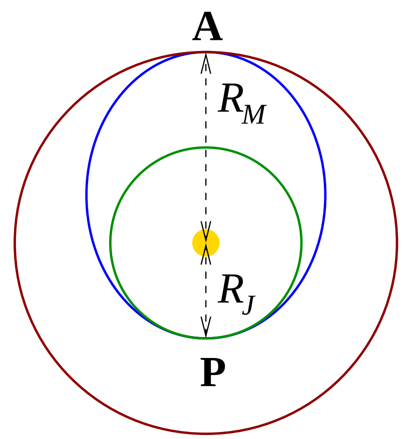
Finn sammenhengen mellom varmestrømmen i_Q og temperaturfallet $\Delta T_{1\to 2}$ over isolasjonen. Du trenger foreløbig ikke sette inn tallverdier i svaret.

c) Finn sammenhengen mellom varmestrømmen i_Q og temperatutfallet $\Delta T_{2\to 3}$ mellom overflaten av isolasjonen og den omliggende luften. Du trenger foreløbig ikke sette inn tallverdier i svaret.

d) Bestem radius r_2 slik at temperaturfallet $\Delta T_{1\to3} = \Delta T_{1\to2} + \Delta T_{2\to3}$ blir minst mulig (når alle de andre parametrene i problemet er fastholdt). Du trenger foreløbig ikke sette inn tallverdier i svaret.

e) Finn tilslutt tallverdiene for r_2, $T_2 = \Delta T_{2\to3} + T_3$, og $T_1 = \Delta T_{1\to3} + T_3$.

Oppgave 3:



I denne denne oppgaven skal du se på forskjellige aspekter ved reiser i solsystemet, og tilslutt navigasjon fra jorda til Mars ved bruk av en såkalt *Hohmann transfer orbit*, dvs. reise langs en ellipse som tangerer jordbanen i perihelium (**P**, der ellipsen er nærmest sola) og Marsbanen i apihelium (**A**, der ellipsen er lengst fra sola). Som en god og nødvendig tilnærming antas det at både jorda og Mars går i perfekte sirkelbaner, og at all bevegelse skjer i samme plan.

a) Se først på bevegelse av en masse m langs en sirkel med radius R,

$$\vec{r}(t) = R\left[\cos\frac{2\pi t}{T}\,\hat{e}_x + \sin\frac{2\pi t}{T}\,\hat{e}_y\right], \tag{2}$$

og finn hastigheten $\vec{v}(t) = d\vec{r}(t)/dt$, og akselerasjonen $\vec{a}(t) = d\vec{v}(t)/dt$ for dennne bevegelsen.

b) Anta at sola befinner seg i sentrum av sirkelen. Skriv ned gravitasjonskraften $\vec{F}$ fra sola på massen m, og bruk Newton's andre lov til å finne sammenhengen mellom omløpstiden T og baneradien R, uttrykt på symbolsk form ved solmassen M og Newton's gravitasjonskonstant G_N.

c) Jorda har baneradius på $R_J = 0.1496 \times 10^{12}$ m og omløpstid på $T_J = 1$ år. Mars har baneradius på $R_M = 0.2279 \times 10^{12}$ m og omløpstid på $T_M = 1.88$ år. Kontroller at disse tallverdiene er i overensstemmelse med den sammenhengen du fant i forrige punkt.

d) Skriv ned uttrykkene for energien E og dreieimpulsen $L = |\vec{r}(t) \times m\vec{v}(t)|$ til massen m, når den er i en sirkulær bane med radius R.

Vis ved utregning at $\delta \equiv \dfrac{EL^2}{m^3M^2G_N^2}$ er en dimensjonsløs konstant for alle sirkulære baner i solsystemet (og angi denne konstanten).

e) Hvor mye energi må tilføres for å løfte 1 kg masse fra jordbanen til Marsbanen? Har 1 kg masse i jordbanen større eller mindre dreieimpuls enn 1 kg masse i Marsbanen?

f) Vi skal nå gå over til å analysere mer generell bevegelse (dvs. elliptiske baner). Disse er forsatt karakterisert ved at dreieimpulsen L og energien E er bevegelseskonstanter, men kombinasjonen δ er ikke lenger lik den konstanten som ble funnet i pkt **3d**).

Vis, fra de generelle uttrykkene for energi E og dreieimpuls L, at vi har sammenhengene

$$v(t)^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2MG_N}{R(t)}, \qquad u(t)^2 = \left(\frac{L}{mR(t)}\right)^2, \tag{3}$$

der $R(t) = |\vec{r}(t)|$ er (den nå tidsavhengige) avstanden fra sola, $v(t) = |\vec{v}(t)|$ er absoluttverdien til hastigheten, og $u(t) = |\hat{r}(t) \times \vec{v}(t)|$ er absoluttverdien til den komponenten av hastigheten som står normalt på posisjonsvektoren.

g) Når massen m er i perihelium og apihelium må $u(t) = v(t)$. Hvorfor? Bruk denne betingelsen til å finne en kvadratisk ligning for avstandene $R_\mp$ til perihelium/apihelium, og løs denne ligningen.

h) Bruk løsningen fra forrige punkt til å uttrykke bevegelseskonstantene E og L ved avstandene R_+ og R_- (foruten m, M og G_N).

Tips: Energien E kan bestemmes når *summen* $R_+ + R_-$ er kjent. Parameteren δ, definert i punkt **3d)**, kan bestemmes når *forholdet* R_-/R_+ er kjent.

i) Finn de numeriske verdiene for E og L for 1 kg masse i en *Hohmann transfer orbit* fra jorda til Mars.

FORMLER FOR FAG SIF4004 FYSIKK

Denne formelsamlingen (3 sider kopiert ned på et a4-ark) kan tas med på eksamen 7. august 2000. Det er tillatt å tilføye private notater på arket.

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, kraftlover etc.

Newtons 2. lov	$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\vec{v}$	der $\vec{F}$ kan være vektorsum av mange bidrag $\vec{p}$ bevegelsesmengde. Engelsk: *Momentum*
Newtons 3. lov	$\vec{F}_{A\to B} = -\vec{F}_{B\to A}$	virkning er lik motvirkning
Tyngdekraft	$\vec{F} = m\vec{g} = -mg\hat{e}_z$	$g \approx 9.81\ \mathrm{m/s^2}$ er tyngdens akselerasjon
Gravitasjonskraft	$\vec{F} = -m_1 m_2 G\vec{r}/r^3$	der $G = 6.672\,59 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$
Friksjonskraft (s)	$F_f \le \mu_s N$	der N er normalkraften (en føringskraft)
Friksjonskraft (k)	$F_f = \mu_k N$	μ_s statisk, μ_k kinetisk friksjonskoeffisient
Fjærkraft	$\vec{F} = -K\vec{r}$	der $\vec{r}$ er utslaget fra likevektsposisjonen
Fra potensial	$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla U(\vec{r})$	for konservative krefter, $\nabla \times \vec{F}(\vec{r}) = 0$
Sentrifugalkraft	$\vec{F}_s = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	også lik $m\,\omega^2\vec{r}_\perp$ (der $\vec{r}_\perp \cdot \vec{\omega} = 0$)
Corioliskraft	$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$	
Kraftmoment	$\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i$	Engelsk: *Moment of force*
Dreiemoment	Kraftmoment	når $\sum_i \vec{F}_i = 0$. Engelsk: *Torque* $\vec{T}$
Treghetsmoment:	$I = \int d^3r\, \rho(\vec{r})\, r_\perp^2$	$r_\perp$ avstanden til rotasjonsaksen Engelsk: *Moment of inertia*
Treghetsmoment:	Homogen (i) radius r sylinder: $I = \frac{1}{2}Mr^2$, (ii) radius r kule: $I = \frac{2}{5}Mr^2$, (iii) rektangulær $a \times b$ plate: $I = \frac{1}{2}M\left(a^2 + b^2\right)$. M total masse.	
Treghetsmoment:	$I = I_C + M\ell^2$	parallellakseteoremet; ℓ avstand til massesenterakse C
Dreieimpuls	$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i$	Også kalt spinn. Engelsk: *Angular momentum*
Dreieimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	Brukes forsiktig! Om symmetriakser er OK
Likevektsbetingelse:	$\vec{F} = 0$, $\vec{M} = 0$	
Spinndynamikk	$\vec{M} = \frac{d}{dt}\vec{L} = \frac{d}{dt}I\vec{\omega}$	med $\vec{\omega}$ vinkelhastigheten.
Arbeid	$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (forskyvning), $dW = \vec{T} \cdot d\vec{\theta}$ (dreining)	
Effekt	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (forskyvning), $P = \vec{T} \cdot \vec{\omega}$ (dreining)	

Punktlegemers og stive legemers mekanikk, bevaringslover

Total energi E, total bevegelsesmengde $\vec{p}$, og total dreieimpuls $\vec{L}$ er bevart i et lukket system

Kinetisk energi	$K_t = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2m}\vec{p}^2$	translasjonsbevegelse
Kinetisk energi	$K_r = \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2 = \frac{1}{2I}\vec{L}^2$	rotasjonsbevegelse
Potensiell energi	$U = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$	i jordens tyngdefelt
Gravitasjonsenergi	$U = -m_1 m_2 G/r$	G gravitasjonskonstanten
Energi i fjær	$U = \frac{1}{2}Kr^2$	

Kontinuumsmekanikk

Tetthet	$\rho(\vec{r}) = m\, n(\vec{r})$	n antallstetthet, m molekylmasse, ρ massetetthet
Molekylmasse	$m = Am_u$	A total atomvekt, $m_u = 1.660\,540 \times 10^{-27}$ kg
Mol	n mol $= n\, N_A$	der $N_A = 6.022\,137 \times 10^{23}$ er Avogadro's tall
		(1000 mol molekyler med atomvekt A veier A kg)
Young's modul E	$EdL = (L/A)dF$	Prøve med lengde L og tykkelse A, strekkraft F
Termisk utvidelse	$dL = \alpha_L\, L\, dT$	L lengde, T temperatur, α_L lineær utvidelseskoeff.
Bulkmodul K	$KdV = -(V/A)dF$	Prøve med volum V og overflate A, trykkraft F
	$K = -VdP/dV$	kalles også kompressibilitet
Termisk utvidelse	$dV = \alpha_V\, V\, dT$	L lengde, T temperatur, $\alpha_V = 3\alpha_L$ kubisk utv.koeff.
Skjærmodul G	$Gd\phi = (1/A)dF$	ϕ vridningsvinkel, F kraft langs flate A
Volumarbeid	$dW = pdV$	trykk p, volum V
Flatearbeid	$dW = \gamma dA$	Overflatespenning γ, areal A
Strekkarbeid	$dW = Fd\ell$	Strekkraft F, lengde ℓ
Bernoulli's lov	$\frac{1}{2}v^2 + \mathcal{A} + gh$	er konstant langs strømlinjer. ρ massetetthet, h høyde,
		$\mathcal{A} = \int_{p_0}^{p} \frac{dp'}{\rho(p')}$

Masse- og varmetransport

Massestrøm/areal	$\vec{j}_m = \rho\,\langle\vec{v}\rangle$	Massetetthet ganger midlere hastighet
Massestrøm	$I_m = \frac{\pi}{8}\frac{\rho r^4}{\eta}\frac{dp}{dx}$	Laminært i radius r rør; ρ massetetthet, η viskositet
Varmeledning	$j_Q = \lambda\frac{dT}{dx}$	λ varmeledningskoeffisient, j_Q varmemengde transportert gjennom en flate, pr. areal- og tidsenhet
Varmeovergang	$j_Q = h\Delta T$	h varmeovergangstall (overflate $\longrightarrow$ konveksjon)
Stefan-Boltzmann	$j_Q = \varepsilon\sigma T^4$	$\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8}$ Wm^{-2}K^{-4}. Svart stråling: $\varepsilon = 1$

Termodynamikk, statistisk fysikk

Ideell gasslov	$pV = Nk_BT$	med $k_B = 1.380\,658 \times 10^{-23}$ J/K (Boltzmann)
Adiabatisk prosess	$pV^\gamma = p_0V_0^\gamma$	når $\gamma = C_p/C_V$ er konstant under prosessen
Termodynamisk id.	$TdS = dU + pdV$	innholder i termodynamikkens første lov
Entalpi	$H = U + pV$	nyttig for prosesser under konstant trykk
Fri energi	$F = U - TS$	Helmholts fri energi
Fri entalpi	$G = H - TS$	Gibbs fri entalpi (også kalt Gibbs fri energi)
Ekvipartisjonspri.	$C_V = \frac{1}{2}fNk_B$	Enatomig gass: $f = 3$, toatomig: $f = 5$.
Dulong-Petit	$C = 3Nk_B$	for *solider*
RMS-hastighet	$v_{\text{rms}}^2 = 3k_BT/m$	Midlere kvadratiske hastighet
Maxwellfordeling	$\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{3/2} \mathrm{e}^{-m\vec{v}^2/2k_BT}$	sannsynlighetstetthet for hastighet $\vec{v}$

Noen fysiske konstanter

$m_e = 9.109\,390 \cdot 10^{-31}$ kg	$m_u = 1.660\,540 \cdot 10^{-27}$ kg	$N_A = 6.022\,137 \cdot 10^{23} = 1\ \mathrm{g}/m_u$
$k_B = 1.380\,658 \cdot 10^{-23}$ J/K	$R = N_A k_B = 8.314\,510$ J/mol K	$\sigma = 5.670\,51 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$
1 atm = 101 325 Pa ($\mathrm{kg/ms^2}$)	0 °C = 273.16 K	$N_2 : A = 28,\ O_2 : A = 32$
$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$	$G = 6.672\,59 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$	

Dekadiske prefikser

E	exa	10^{18}	P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}	G	giga	10^{9}
M	mega	10^{6}	k	kilo	10^{3}
h	hekto	10^{2}	da	deka	10^{1}
d	desi	10^{-1}	c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}	μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}	p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}	a	atto	10^{-18}

Størrelse		**SI-enhet**	
Navn	**Vanlig symbol**	**Navn**	**Symbol**
Vinkelfrekvens	ω	invers-sekund	$\mathrm{s^{-1}}$
Vinkelakselerasjon	α	sekund^{-2}	$\mathrm{s^{-2}}$
Vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$	radian	rad
Romvinkel	Ω	steradian	sr
Lengde	ℓ	meter	m
Areal	A	kvadratmeter	$\mathrm{m^2}$
Volum	V	kubikkmeter	$\mathrm{m^3}$
Tid	t	sekund	s
Hastighet	u, v	meter pr. sekund	m/s
Frekvens	f, ν	Hertz	$\mathrm{Hz=s^{-1}}$
Bølgelengde	λ	meter	m
Masse	m	kilogram	kg
Kraft	F	Newton	$\mathrm{N=kgm/s^2}$
Trykk	p	Pascal	$\mathrm{Pa=N/m^2}$
Arbeid	A, W	Joule	$\mathrm{J=kgm^2/s^2}$
Energi	E, W	Joule	J=Ws
Effekt	P	Watt	W=J/s
Termodynamisk temperatur	T, Θ	Kelvin	K
Celsiustemperatur	T, t, Θ	grad Celcius	°C
Varme, varmemengde	Q	Joule	J=VAs
Varmestrøm	I_Q	Watt	J/s=W
Varmestrømtetthet	j_Q	Watt pr. $\mathrm{m^2}$	$\mathrm{J/m^2s=W/m^2}$