

NORGES TEKNISK- NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
 INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Bjørn Torger Stokke

Tlf: 93434

**EKSAMEN I FAG SIF4005 FYSIKK**

Mandag 7. desember 1998

Tid: kl. 0900 – 1400.

Tillatte hjelpemidler: B2- Typegodkjent lommekalkulator med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU.

O. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung

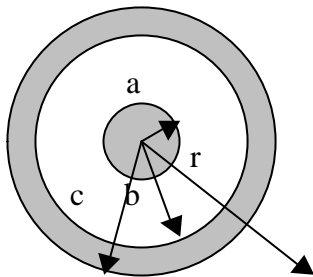
K. Rottmann: Matematisk Formelsamling

S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

**OPPGAVE 1.**

En sylinderkondensator består av en indre sylindrisk stav med radius  $a$ , og en konsentrisk plassert sylindere med indre radius  $b$  og ytre radius  $c$ . Disse delene er laget av metall. Dette er illustrert i Figur 1.



Figur 1. Tverrsnitt av sylinderkondensator

a) Det er luft i rommet mellom staven og sylindere. Kondensatoren lades opp ved hjelp av en likespenningskilde med en spenning  $V$ . Den lineære ladningstettheten (ladning pr lengdeenhet langs stav / sylindere) er nå  $-\lambda$  på den sentrale staven, og  $\lambda$  på den ytre sylindere.

i) Bruk Gauss lov til å vise at størrelsen på den elektriske feltstyrken,  $E(r)$ , i området  $a < r < b$  er gitt ved:

$$\vec{E}(r) = \frac{-\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{e}_r$$

hvor  $\epsilon_0$  er permittiviteten til luft, og  $\vec{e}_r$  er enhetsvektoren i radiell retning. Forklar og illustrer hvordan du velger Gaussflater.

ii) Hva er størrelsen på den elektriske feltstyrken for  $r < a$  og  $r > b$  ?

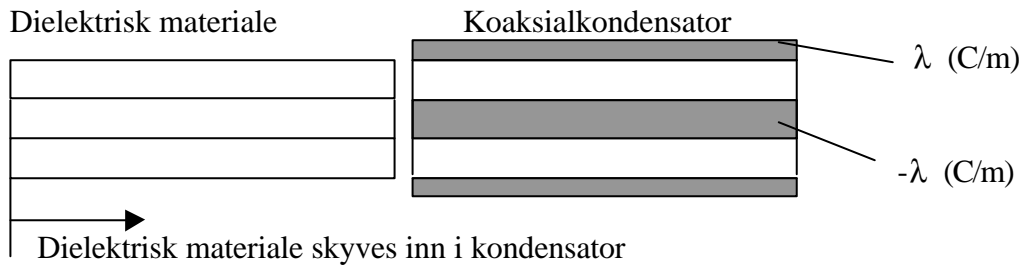
iii) Tegn opp  $|E(r)|$ .

b) Bruk resultatet fra delspørsmål 1a) til å finne potensialet  $V(r)$  for  $r \geq 0$ . Tegn opp  $V(r)$ .

- c) Vis at kondensatorens kapasitans per lengdeenhet ( $C/l$ ) avhenger av dimensjonene til kondensatoren ved uttrykket:

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)}$$

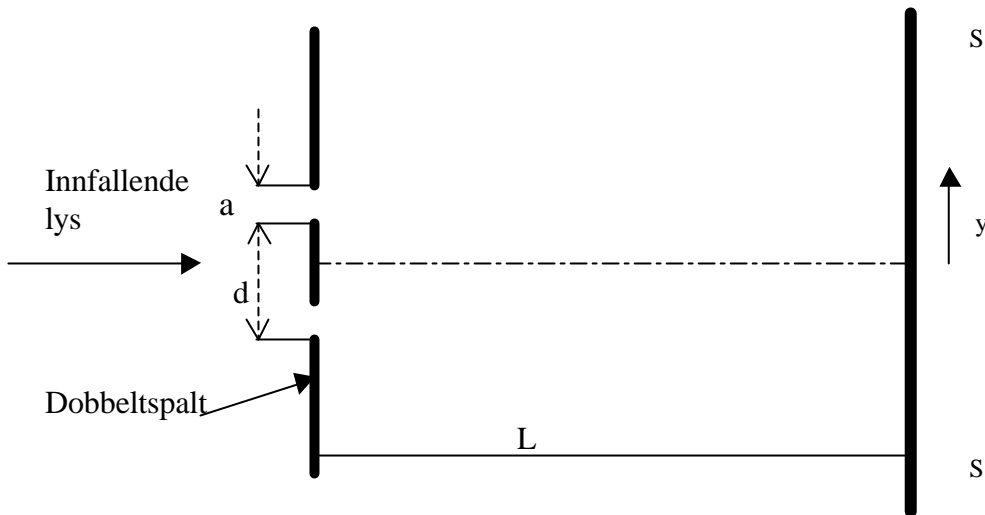
- d) Det settes inn et dielektrisk materiale med dielektrisitetskonstant  $\epsilon$  mellom staven og cylinderen mens disse har ladningstettheter som gitt over. Dette materialet har en sylinderform med en indre radius  $a$  og ytre radius  $b$  slik at det fyller hele hulrommet som tidligere var fylt med luft. Den dielektriske sylindere settes inn i kondensatoren fra den ene enden (Se Fig. 2). Hvilken kraft virker på den dielektriske sylindere når den settes inn ?



Figur 2. Lengdesnitt gjennom koaksialkondensator og dielektrisk materiale.

## OPPGAVE 2

Vi skal undersøke minste antall spalter som trengs i et gitter for å kunne skille bølgelengdene  $\lambda_a = 589.0 \text{ nm}$  og  $\lambda_b = 589.6 \text{ nm}$  fra Na. Figur 3 viser skjematisk oppsettet som brukes. Lys sendes normalt inn mot dobbeltspalt/gitteret og vi observerer på en skjerm  $SS'$  i avstand  $L = 1.5 \text{ m}$  fra dobbeltspalten / gitteret.



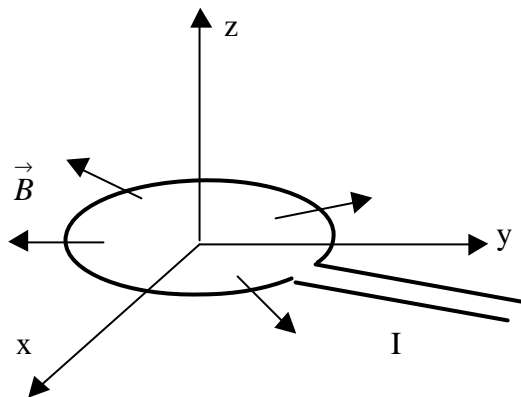
Figur 3

- a) Vi bruker først en dobbeltspalt med spalteavstand  $d = 3 \mu\text{m}$ , og spaltebredde  $a = 1 \mu\text{m}$ . Vi belyser først dobbeltspalten med lys med bølgelengde  $\lambda_a$ , og så med bølgelengde  $\lambda_b$ . Hvor på skjermen observeres intensitetsminimum for  $\lambda_a$  ? Hvor på skjermen observeres intensitetsmaksimum for  $\lambda_b$  ?

- b) Dobbeltspalten byttes så ut med et gitter som har samme spalteavstand og spaltebredde som dobbeltspalten. Antall spalter som trengs for å kunne observere forskjellige posisjoner for maksima i intensitetsfordelingen for to ulike bølgelengder ('løse opp') er bestemt ved at forskjellen mellom posisjonene til maksima mellom de to bølgelengdene er større eller lik forskjellen mellom maksimum og nærmeste minimum for en bølgelengde. Bestem minste antall spalter som trengs for å kunne løse opp  $\lambda_a = 589.0 \text{ nm}$  og  $\lambda_b = 589.6 \text{ nm}$  for Na, for andre ordens hovedmaksimum.
- c) Dobbeltspalten og gitteret brukt i eksperimentene over er laget ved å fotografere en dobbeltstripe og et stripemønster ved hjelp av et vanlig kamera utstyrt med en linse med fokallengde 50 mm. Dobbeltspalten for avbildning ble laget ved hjelp av en laserskriver og bestod av to parallelle streker med en tykkelse på 0.2 mm og senter-til-senter avstand på 0.6 mm. På tilsvarende måte bestod stripemønsteret som ble brukt for fotografering av 0.15 mm brede, parallelle striper med innbyrdes avstand (senter-til-senter) på 0.45 mm. Hvordan ble dobbeltstripespalten og stripemønsteret plassert under avfotograferingen, og hva var avstand fra linsen til filmen? (Det antas at vi kan bruke formlene for tynn-linse avbildning).

### OPPGAVE 3

Figur 4 viser en sirkulær strømsløyfe plassert i x-y planet med senter i z-aksen. I området er det et magnetfelt med flukstetthet  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_r$ , hvor  $\vec{e}_r$  er enhetsvektor i radiell retning.



Figur 4. Strømsløyfe i radielt magnetfelt

- a) Det sendes en likestrøm med strømstyrke  $I_0$  i retning mot klokka gjennom strømsløyfa. Vis at størrelsen på kraften som virker på strømsløyfa er:

$$F = 2\pi I_0 R B_0$$

hvor  $R$  er radius til den sirkulære strømsløyfa. (se bort fra tilførselsledningene)

Hva er retningen på  $\vec{F}$ ?

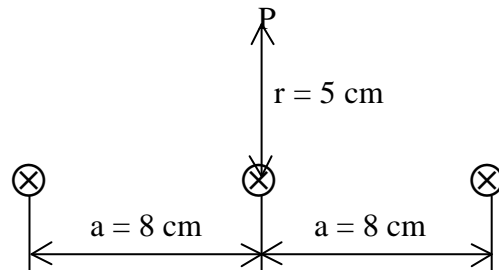
Figur 5 viser en prinsippskisse av en elektrodynamisk høyttaler. Høyttaleren består av en konisk membran som er opphengt ved hjelp av et fjærende oppheng. I motsatt ende av konen er det festet en sylinder med radius  $r = 2.5 \text{ cm}$ . Det er viklet  $n = 4000$  omdreininger av en elektrisk leder til denne sylinderen, og vi kan sende strøm gjennom viklingene ved kontaktpunktene A og B på figuren. Sylinderen på membranen er plassert slik at alle viklingene vil være i det radielt rettede magnetfeltet satt opp av en permanentmagnet. Flukstettheten i det sirkulære gapet mellom nordpol og sydpol er  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_r$ , hvor  $B_0 = 0.3 \text{ T}$ . Den effektive massen til membranen med sylinder og viklinger er 10 g. Ved bevegelse av sylinderen antas det at den koniske membranen beveges udeformert, og membranoppheget oppfører seg i følge Hooke's lov med hensyn til bevegelse i z-retning (som angitt):

$$F_1 = -kz$$



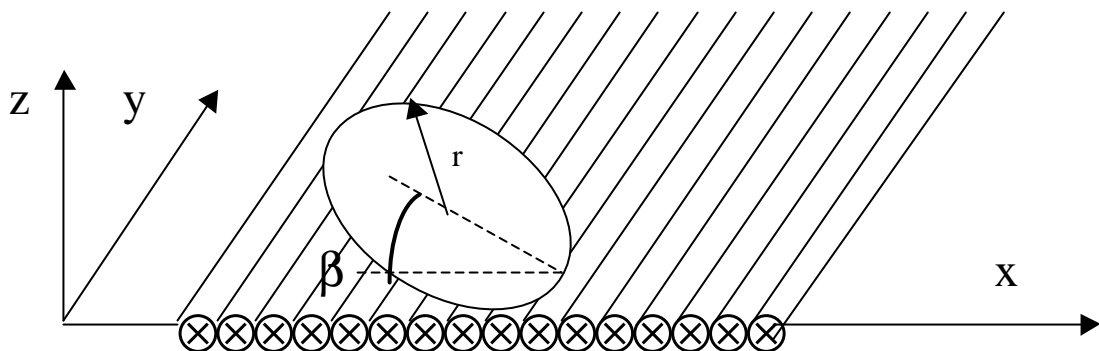
## OPPGAVE 4

- a) Tre lange, parallelle ledere som hver fører en strøm  $I = 5 \text{ A}$  i samme retning (normalt på papirplanet) er plassert som vist i Figur 6. Bruk Ampères lov til å finne magnetisk feltstyrke rundt en leder. Hva er den magnetiske feltstyrke i punktet P på figuren i en avstand  $r = 5 \text{ cm}$  fra den midterste lederen ?



Figur 6.  
Tre strømførende ledere som magnetfeltkilde

- b) Vi lager et strømførende plan ved å legge mange ledere tett sammen (illustrert i Fig. 7 i forbindelse med oppgave 4c). Alle lederne fører strøm i samme retning. Strømmen i hver leder er den samme,  $I = 5 \text{ A}$ , og det er 500 ledninger per meter målt på tvers av ledningene. Vis at det magnetiske feltet i nærheten av planet er et homogent felt. (Vi ser bort fra eventuelle kanteffekter). Bruk Ampères lov til å finne den magnetiske feltstyrken  $H$  i en avstand  $h = 5 \text{ cm}$  over planet av strømførende ledere.
- c) Strømmen i lederne i det strømførende plan avtar slik at  $I(t) = I_0(1 - \alpha t)$ , over et gitt tidsintervall.  $I_0$  er strømmen som er angitt tidligere og lik  $5 \text{ A}$ , og  $\alpha$  skal bestemmes. Like over planet for lederne er det plassert en sirkulær strømsløyfe med radius  $r = 10 \text{ cm}$ , og total motstand  $R = 2 \Omega$ . Planet til den sirkulære strømsløyfa danner en vinkel  $\beta$  med  $xy$ -planet. Det observeres at strømmen i strømsløyfa er  $0.2 \text{ mA}$  når strømmen i lederne avtar som angitt, og når  $\beta = 60^\circ$ . Hvilken retning har den induerte strømmen, og hvor stor er  $\alpha$  ?



Figur 7. Strømførende plan med sirkulær strømsløyfe.

**Oppgitte formler og enheter:**

Definer alle størrelser dersom du bruker i formlene

Differensiallikning for harmonisk, dempet bevegelse:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2g \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin(\omega_f t)$$

For dempede, fri svingninger:

$$x(t) = A e^{-gt} \cos(\omega_d t + \mathbf{j})$$

For tvungne svingninger

$$x(t) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + (2g\omega_f)^2}} \sin(\omega_f t + \mathbf{j})$$

$$\tan \mathbf{j} = \left( \frac{\omega_f^2 - \omega_0^2}{2g\omega_f} \right)$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{inne} \quad \text{Isotrope medier: } \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{kryssende}$$

Isotrope medier:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Faradays lov:

$$|\epsilon| = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenz lov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Bølge i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{pa \sin q}{l}\right)}{\frac{pa \sin q}{l}} \right]^2 \cdot \left[ \frac{\sin\left(\frac{Npd \sin q}{l}\right)}{\sin\left(\frac{pd \sin q}{l}\right)} \right]^2$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladningen)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

Dekadiske prefikser

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

Størrelse	Symbol	SI – enhet	Symbol
Navn		Navn	
elektrisk feltstyrke	$E$	Volt/meter	V/m
elektrisk potensial	$V$	Volt	V
permittivitet	$\epsilon$	Farad/meter	F/m
relativ permittivitet	$\epsilon_r$		
elektromotorisk spenning/kraft	$e$	Volt	V
vinkelfrekvens	$\omega$	Invers-sekund	s <sup>-1</sup>
vinkel	$a, b, g \dots$	Radian	rad
romvinkel	$W$	Steradian	sr
lengde	$l$	Meter	m
areal	$A$	Kvadratmeter	m <sup>2</sup>
volum	$V$	Kubikmeter	m <sup>3</sup>
tid	$t$	Sekund	s
frekvens	$f$	Hertz	Hz
bølgelengde	$\lambda$	Meter	m
masse	$m$	Kilogram	kg
kraft	$F$	Newton	N = kg m s <sup>-2</sup>
trykk	$p$	Pascal	Pa
arbeid	$A, W$	Joule	J = Nm
energi	$E, W$	Joule	J
effekt	$P$	Watt	J/s
termodynamisk temperatur	$T$	Kelvin	K
celcius temperatur	$t$	Grad celcius	°C
varme, varmemengde	$Q$	Joule	J
elektrisk strøm	$I$	Ampere	A
elektrisk ladning	$Q, q$	Coloumb	C
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$	Volt	V
kapasitans	$C$	Farad	F
magnetisk feltstyrke	$H$	Ampere pr. meter	A/m
magnetisk fluks	$F_B$	Weber	Wb
magnetisk flukstetthet	$B$	Tesla	T = Wb/m <sup>2</sup>
hastighet	$v$	Meter pr. sekund	m/s
intensitet	$I$	Watt pr. kvadratmeter	W/m <sup>2</sup>
induktans	$L$	Henry	H
resistans	$R$	Ohm	$\Omega$
kondutans	$G$	Siemens	S
impedans	$Z$	Ohm	$\Omega$
reaktans	$X$	Ohm	$\Omega$