NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Inst. for fysikk, Gløshaugen
Professor Bjørn Torger Stokke 735 93434

NOREGS TEKNISK-
NATURVITENSKAPELEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Fagleg kontakt under eksamen:
Inst. for fysikk, Gløshaugen
Professor Bjørn Torger Stokke 735 93434

EKSAMEN I EMNE SIF4005 FYSIKK
Mandag 6. desember 1999 kl. kl. 09.00 – 14.00.

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator med tomt minne i samsvar med liste utarbeidet av NTNU
O. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung
K. Rottmann; Matematisk formelsamling
S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

Sensur faller i uke 1, 2000.

OPPGAVE 1.

En sfærisk symmetrisk ladningsfordeling $\rho(r)$ er gitt ved:

$$
\begin{aligned}
\rho(r) &= \beta && \text{for } r \le R/2 \\
\rho(r) &= 2\beta\left(1-(r/R)\right) && \text{for } R/2 \le r \le R \\
\rho(r) &= 0 && \text{for } r > R
\end{aligned}
$$

hvor β er en konstant (enhet C/m^3). Det er vakuum i området. Den totale ladningen Q til denne fordelinga er $4.5\cdot10^{-16}$ C, og radius R er $R = 3.0\cdot10^{-9}$m.

a) Bestem β gitt ved Q og R samt den numeriske verdien av β. Hvor stor andel av den totale ladningen befinner seg i området $r \le R/2$?

b) Utled uttrykk for det elektriske feltet for $0 \le r \le \infty$. Sjekk kontinuitet av det elektriske feltet i grensene $r = R/2$ og $r = R$. Vis at uttrykket for absoluttverdien det elektriske feltet for $r > R$ kan skrives som:

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

OPPGÅVE 1.

Ei ladningsfordeling $\rho(r)$ med kulesymmetri er gitt ved:

der β er ein konstant (enhet C/m^3). Det er vakuum i området. Den totale ladninga Q til denne fordelinga er $4.5\cdot10^{-16}$ C, og radius R er $R = 3.0\cdot10^{-9}$m.

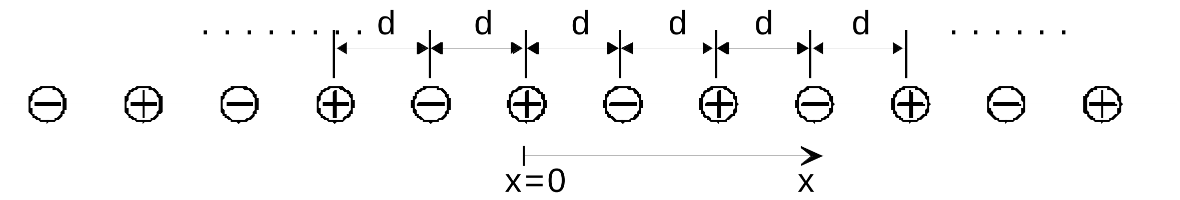
a) Rekn ut β gitt ved Q og R, og den numeriske verdien av β. Kor stor del av totalladninga er innanfor $r = R/2$?

b) Utlei uttrykk for det elektriske feltet for $0 \le r \le \infty$. Sjekk kontinuitet av det elektriske feltet i grensene $r = R/2$ og $r = R$. Prov at uttrykket for storleiken til det elektriske feltet for $r > R$ kan skrivast:

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

I en en-dimensjonal modell av krystallstrukturen til NaCl, er positive (Na^+) og negative (Cl^-) ordnet med innbyrdes like store avstander d, langs ei rett linje. Vi har valgt at dette er x-aksen (Fig. 1), og med posisjonen x = 0 er valgt til et natriumion. Ionene strekker seg ut til uendelig i både positiv og negativ x-retning.

I ein ein-dimensjonal modell av krystallstrukturen til NaCl, er positive (Na^+) og negative (Cl^-) ordna med like store avstandar d mellom kvart ion langs ei rett line. Denne linja er valgt som x-akse (Fig. 1), og staden x = 0 er valgt til et natriumion. Ionane strekker seg ut til uendeleg i både positiv og negativ x-retning.



Figur. 1 En-dimensjonal modell av NaCl krystall. Na^+ og Cl^- ionene er vist med + og – tegn.

c) Finn et uttrykk for den totale potensielle energien til det sentrale natriumionet (ved x=0) når det vekselvirker med de andre ionene i den en-dimensjonale krystallmodellen. Hva er den totale potensielle energien til et kloridion ?

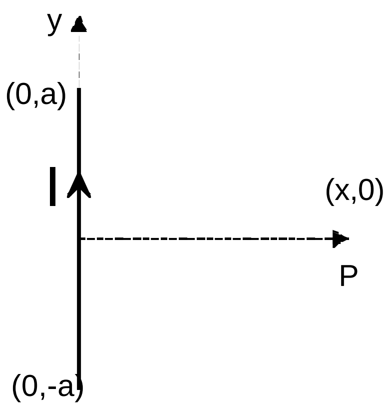
c) Finn eit uttrykk for den totale potensielle energien til det sentrale natriumionet (ved x=0) når det vekselverkar med dei andre ionane i den ein-dimensjonale krystallmodellen. Kva er den samla potensielle energien til et kloridion ?

OPPGAVE 2

OPPGÅVE 2

Figur 2 viser en elektrisk leder med lengde 2a, som er orientert langs y-aksen fra y = -a til y=a, og som fører en strøm I. Det er vakuum i området

Figur 2 viser ein elektrisk leiar med lengde 2a, som er retta langs y-aksen fra y = -a til y=a, og som førar ein straum I. Det er vakuum i området.



Figur 2.

Elektrisk leder med lengde 2a langs y-aksen

Elektrisk leiar med lengde 2a langs y-aksen

a) Utled et uttrykk for magnetfeltet, $\vec{B}$ eller $\vec{H}$, i et punkt P i posisjon (x,0) på x-aksen (x-aksen står normalt på, og midt på den strømførende lederen). Hva er retningen på magnetfeltet ? Vis at størrelsen på magnetfeltet i punktet P i grensen når $a \to \infty$ er det samme som kan beregnes fra Ampere’s lov:

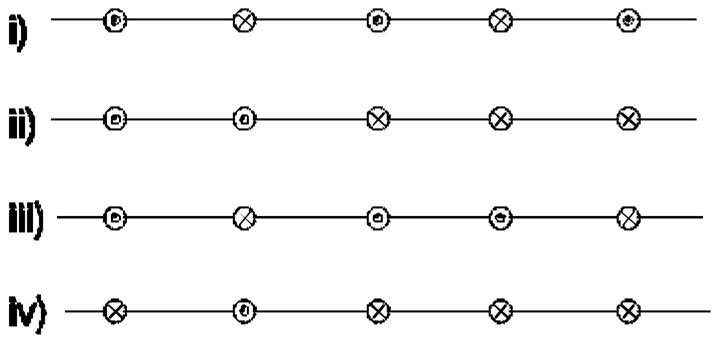
$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

a) Utlei eit uttrykk for magnetfeltet, $\vec{B}$ eller $\vec{H}$, i eit punkt P på staden (x,0) på x-aksen (x-aksen står normalt på, og midt på den straumførande leiaren). Kva er retninga på magnetfeltet ? Prov at storleiken på magnetfeltet på staden P i grensa når $a \to \infty$ er det same som kan reknas fra Ampere’s lov:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

b) Figur 3 viser fire ulike arrangement av fem ’uendelige’ lange, parallelle elektriske ledere med innbyrdes like stor avstand i et plan. Det går en like stor strøm I gjennom hver leder i retning ut av eller inn i papirplanet som angitt ved vektorsymbolene på endene. Ranger de ulike arrangementene i), ii), iii) og iv) etter størrelsen på nettokraften på den sentrale lederen på grunn av strømmen i de andre lederne i hvert arrangement. Angi rekkefølgen med størst nettokraft først, og begrunn svaret.

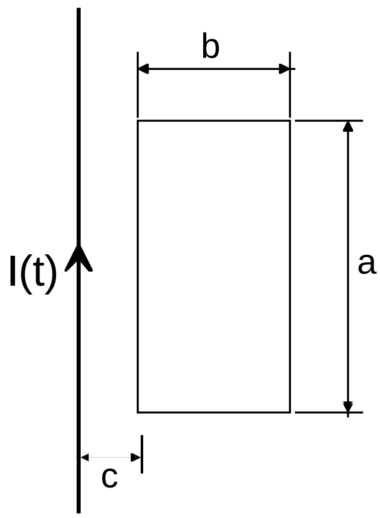
b) Figur 3 viser fire ulike plasseringer av fem ’uendelege’ lange, parallelle elektriske leiarar med like stor avstand i eit plan. Det går ein like stor straum I gjennom kvar leiar i retning ut av eller inn i papirplanet som vist ved vektorsymbola på endane. Sett opp rekkefølga på dei ulike arrangementa i), ii), iii) og iv) etter storleiken på nettokrafta på den sentrale leiaren grunna straumen i dei andre leiarane. Skriv opp rekkefølga med størst nettokraft først, og grunngje svaret.



Figur 3. ’Uendelige’ lange, parallelle, strømførende ledere i plan normalt på papirplanet

En lang, rett høyspenningsledning som fører strømmen $I(t) = I_0 \sin(\omega t) = I_0 \sin(2\pi f t)$ er plassert nær og i samme plan som en rektangulær strømsløyfe (Figur 4). Strømsløyfa har sidekanter a = 20.0 cm parallelt høyspenningsledningen, og b = 10 cm normalt på høyspenningsledningen. Avstanden fra høyspenningsledningen til den nærmeste, parallelle sidekanten av den rektangulære strømsløyfa er c = 2.5 cm.

Ein lang, rett høgspentleiar som fører straumen $I(t) = I_0 \sin(\omega t) = I_0 \sin(2\pi f t)$ er plassert nær og i same plan som ei rektangulær straumsløyfe (Figur 4). Staumsløyfa har sidekantar a = 20.0 cm parallelt høgspentleiaren, og b = 10 cm normalt på høgspentleiaren. Avstanden fra høgspentleiaren til den nærmaste, parallelle sidekanten av den rektangulære straumsløyfa er c = 2.5 cm.



Figur 4. Høyspentledning i nærheten av strømsløyfe

c) Vis at den induserte elektromotoriske spenningen ('emsen') i strømsløyfa på grunn av strømmen I(t) i høyspenningsledningen er gitt ved:

$$e = -m_0 \; a \; f \left[\ln\left(\frac{b+c}{c}\right) \right] I_0 \cos(2pft)$$

Beregn amplituden til den induserte elektromotoriske spenningen når I_0=500A og frekvensen f = 50.0 Hz.

c) Prov at den induserte elektromotoriske spenninga ('emsen') i straumsløyfa grunna straumen I(t) i høgspentleiaren er gitt ved:

$$e = -m_0 \; a \; f \left[\ln\left(\frac{b+c}{c}\right) \right] I_0 \cos(2pft)$$

Rekn ut amplituden til den induserte elektromotoriske spenninga når I_0=500A og frekvensen f = 50.0 Hz.

d) Strømsløyfa har en motstand R. Den induserte elektromotoriske spenningen gir dermed opphav til en strøm i sløyfa. Bestem nettokraften på strømsløyfa på grunn av magnetfeltet satt opp av den tidsvarierende strømmen i høyspentledningen. Hva er frekvensen på denne nettokraften, og forklar kort hvorfor.

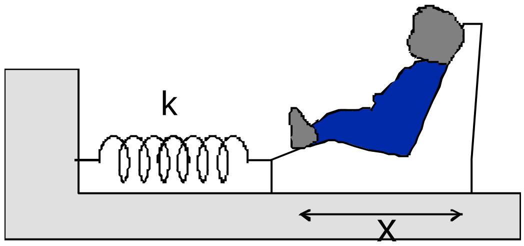
d) Straumsløyfa har ein motstand R. Den induserte elektromotoriske spenninga gjev derved opphav til ein straum i sløyfa. Rekn ut nettokrafta på straumsløyfa grunna magnetfeltet satt opp av den tidsvarierande straumen i høgspentleiaren. Kva er frekvensen på denne nettokrafta, og forklar kort kvifor.

OPPGAVE 3.

Figur 5 viser skjematisk et måleinstrument for å bestemme kroppsmassen til astronauter. Den er laget for at astronautene skal kunne måle kroppsmassen under 'vektløs' tilstand under romferder. Den består av en fjærmontert stol som har en friksjon mot underlaget. Perioden til svingningene, T, med eller uten astronauten bestemmes, og kroppsmassen kan bestemmes ut fra svingeperioden. Astronauten er godt festet til stolen slik at astronauten og stolen beveger seg som en enhet.

OPPGÅVE 3.

Figur 5 viser skjematisk eit måleinstrument til å måla kroppsmassa til astronauter. Den er laga for at astronautane skal kunne måla kroppsmassa under 'vektlause' høve under romferder. Den er samansatt av en fjørmontert stol som har ein friksjon mot underlaget. Perioda til svingingane, T, med eller utan astronaut blir målt, og kroppsmassa kan reknas ut fra svingeperioda. Astronauten er godt festa til stolen slik at astronauten og stolen flyttar seg som ei eining.



Figur 5. Illustrasjon av prinsipp til instrument for måling av kroppsmasse til astronauter

a) Anta at vi kan se bort fra friksjonen mellom stolen og underlaget, og vis at kroppsmassen til astronauten M er gitt ved:

$$M = \left(\frac{k}{4p^2} \right) T^2 - m$$

hvor k er fjærkonstanten, T er perioden til svingningen, og m er massen til stolen. Fjærkonstanten k for det måleinstrumentet som ble brukt på 'Skylab Mission Two' var k = 605.6 N/m. Svingeperioden til stolen uten astronaut ble bestemt til 1.53015 s, og for en av astronautene ble svingeperioden bestem til 2.48832 s. Hva er massen til stolen, og hva er kroppsmassen til astronauten ?

b) Det viste seg at antakelsen om at friksjonen ikke hadde noen innvirkning på bestemmelsen av kroppsmassen ga for store feil. Friksjonskoeffisienten b som beskriver sammenhengen mellom friksjonskraften og bevegelseshastigheten v, $F = -bv$, ble bestemt til 140 kg s^{-1}. Beregn kroppsmassen til astronauten når du også tar hensyn til friksjonen, ut fra de verdier som er gitt i oppgave 3a).

a) Sjå bort fra friksjonen mellom stolen og underlaget, og prov at kroppsmassa til astronauten M er gitt ved:

$$M = \left(\frac{k}{4p^2} \right) T^2 - m$$

der k er fjørkonstanten, T er perioda til svinginga, og m er massa til stolen. Fjørkonstanten k for det måleinstrumentet som vart nytta på 'Skylab Mission Two' var k = 605.6 N/m. Svingeperioda til stolen utan astronaut vart målt til 1.53015 s, og for ein av astronautane ble svingeperioda målt til 2.48832 s. Kva er massa til stolen, og kva er kroppsmassa til astronauten ?

b) Det viste seg at antakinga om at friksjonen ikkje påverka målinga av kroppsmassa ga for store feil. Friksjonskoeffisienten b som angjev samanhengen mellom friksjonskrafta og farta v til stolen, $F = -bv$, var målt til 140 kg s^{-1}. Rekn ut kroppsmassa til astronauten når du også tar omsyn til friksjonen, ut fra dei verdiar som er gitt i oppgåve 3a).

OPPGAVE 4

a) Et selvlysende objekt og en observasjonsskjerm er plassert vinkelrett på en optisk akse med innbyrdes avstand D. Vis at en konvergerende linse med fokallengde f, plassert mellom objektet og skjermen, vil danne et bilde på skjermen ved to posisjoner av linsa som har en innbyrdes avstand d gitt ved:

$$d = \sqrt{D(D-4f)}$$

Hva er forholdet mellom størrelsene på bildene for disse to plasseringene av linsa ?

b) Lys fra en spektrallampe sendes normalt inn mot et gitter, og bak gitteret er det en observasjonsskjerm i en avstand 2.0 m fra gitteret (Figur 6). Gitteret har 300 spalter pr. mm, og spaltebredden er tilstrekkelig liten til at vi kan se bort fra diffraksjon. Spektrallampen sender ut lys med bølgelengdene λ_1 = 655nm (rødt), λ_2 = 486 nm (blått) og λ_3 = 434 nm (fiolett). Gjør rede for linjemønsteret som observeres på skjermen i avstander y i intervallet 0.5 m til 2.0 m fra skjæringspunktet med den optiske aksen. Hvilken rekkefølge har de ulike fargene på observasjonsskjermen ?

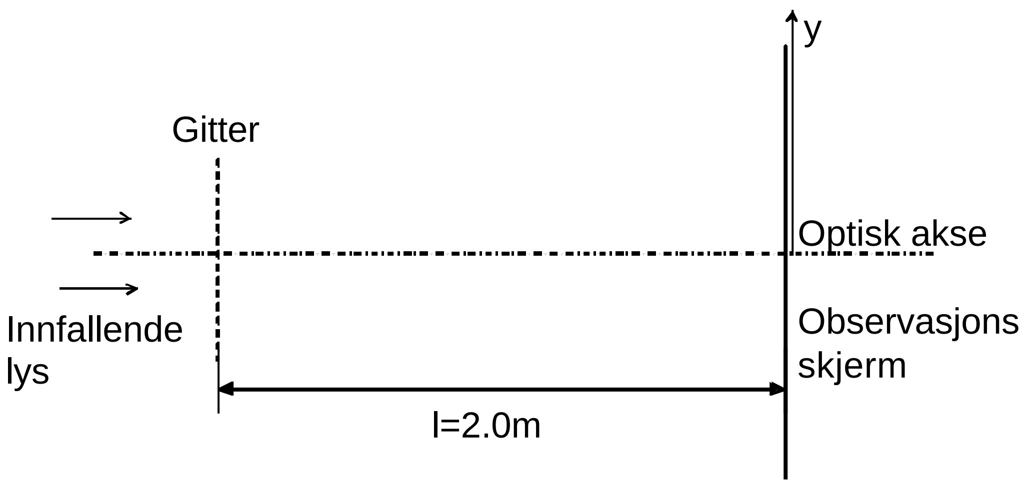
OPPGÅVE 4

a) Eit sjølvlysande objekt og ein observasjonsskjerm er plassert vinkelrett på ein optisk akse med innbyrdes avstand D. Prov at ei konvergerande linse med fokallengde f, plassert mellom objektet og skjermen, vil danne eit bilede på skjermen ved to posisjonar av linsa som har ein innbyrdes avstand d gitt ved:

$$d = \sqrt{D(D-4f)}$$

Kva er forholdet mellom storleikane på bileta for desse to plasseringane av linsa ?

b) Lys fra ei spektrallampe sendes normalt inn mot eit gitter, og bak gitteret er det en observasjonsskjerm i en avstand 2.0 m frå gitteret (Figur 6). Gitteret har 300 spalter pr. mm, og spaltebredda er tilstrekkeleg liten til at vi kan sjå bort frå diffraksjon. Spektrallampa sender ut lys med bølgelengdane λ_1 = 655nm (rødt), λ_2 = 486 nm (blått) og λ_3 = 434 nm (fiolett). Gjer greie for linjemønsteret som observerast på skjermen i avstandar y i området 0.5 m til 2.0 m frå skjæringspunktet med den optiske aksa. Kva rekkefølge har dei ulike fargane på skjermen ?



Figur 6. Oppsett med gitter og observasjonsskjerm

Oppgitte formler og enheter:

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

For dempede, fri svingninger:

$$x(t) = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)}\cos(w_d t + j) \qquad w_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

For tvungne svingninger:

$$x(t) = \frac{F_0}{\sqrt{b^2 + \left(w\,m - \frac{1}{w\,k}\right)^2}}\cos(w\ t + j) \quad ,$$

$$\tan(j) = \frac{w\,m - \frac{1}{w\,k}}{b}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4pe}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{A} = Q_{inne} \qquad \oiint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{e}$$

Isotrope medier: $\vec{D} = e\,\vec{E}$

Permittivitet:

$$e = e_r\,e_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = e\frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{m_0}{4p}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{kryssende} \qquad \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = m_0 I_{kryssende}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$$

Faradays lov:

$$e = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \text{ eller: } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Bølge i +x retning:

$$y(x,t) = A\sin(wt - kx), \quad k = \frac{2p}{l}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0\left[\frac{\sin\left(\frac{pa\sin q}{l}\right)}{\frac{pa\sin q}{l}}\right]^2\left[\frac{\sin\left(\frac{Npd\sin q}{l}\right)}{\sin\left(\frac{pd\sin q}{l}\right)}\right]^2$$

Fysiske konstanter:

$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m

$\varepsilon_0 = 8.85419\cdot 10^{-12}$ F/m

$e = 1.6019\cdot 10^{-19}$ C (elementærladning)

$m_e = 9.109\cdot 10^{-31}$ kg (elektronets masse)

$g = 9.807$ m/s^2

Dekadiske prefikser

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}
G	giga	10^{9}
M	mega	10^{6}
K	kilo	10^{3}
h	hekto	10^{2}
da	deka	10^{1}
d	desi	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
µ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}

Størrelse		**SI – enhet**	
Navn	Symbol	Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	E	volt/meter	V/m
elektrisk potensial	V	volt	V
permittivitet	e	farad/meter	F/m
relativ permittivitet	e_r		
elektromotorisk spenning/kraft	e	volt	V
vinkelfrekvens	w	invers-sekund	s^{-1}
vinkel	a,b,g, ….	radian	rad
romvinkel	W	steradian	sr
lengde	l	meter	m
areal	A	kvadratmeter	m^2
volum	V	kubikkmeter	m^3
tid	t	sekund	s
frekvens	f	hertz	Hz
bølgelengde	l	meter	m
masse	m	kilogram	kg
kraft	F	Newton	$N = kg\ m\ s^{-2}$
trykk	p	Pascal	$Pa = N\ m^{-2}$
arbeid	A,W	Joule	J = Nm
energi	E,W	Joule	J
effekt	P	watt	W=J/s
termodynamisk temperatur	T	Kelvin	K
celcius temperatur	t,	grad celcius	°C
varme, varmemengde	Q	joule	J
elektrisk strøm	I	ampere	A
elektrisk ladning	Q, q	coloumb	C = As
elektrisk potensialdifferanse, spenning	U,V	volt	$V = kg\ m^2 s^{-3} A^{-1} = J\ A^{-1} s^{-1}$
kapasitans	C	farad	$F = As\ V^{-1}$
magnetisk feltstyrke	H	ampere pr. meter	A/m
magnetisk fluks	F_B	weber	Wb = Vs
magnetisk flukstetthet	B	tesla	$T = Wb/m^2$
hastighet	v	meter pr. sekund	m/s
intensitet	I	watt pr. kvadratmeter	W/m^2
induktans	L	henry	$H = V\ A^{-1}\ s$
resistans	R	ohm	$\Omega = V\ A^{-1}$
kondutans	G	siemens	$S = \Omega^{-1}$
impedans	Z	ohm	Ω
reaktans	X	ohm	Ω