

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Bjørn Torger Stokke

Tlf: 93434

**KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG SIF4005 FYSIKK**

Tirsdag 17. august 1999

Tid: kl. 0900 – 1400.

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator med tomt minne i hendhold til liste utarbeidet av NTNU

O. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

K. Rottmann: Matematische Formelsammlung

K. Rottmann; Matematisk formelsamling

S. Barrett og T.M. Cronin: Matematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

**OPPGAVE 1.**

En sfærisk symmetrisk ladningsfordeling  $\rho$  gir opphav til følgende elektrostatiske potensial:

$$V(r) = \frac{\rho_0 a^2}{18\epsilon_0} \left[ 1 - 3(r/a)^2 + 2(r/a)^3 \right] \quad \text{for } r \leq a$$

$$V(r) = 0 \quad \text{for } r > a$$

hvor  $\rho_0$  er en konstant (enhet C/m<sup>3</sup>) og  $a$  er konstant med enhet m.

- Utled et uttrykk for det elektriske feltet for  $r \leq a$  og  $r > a$ . Er det elektriske feltet kontinuerlig for  $r = a$  ?
- Utled et uttrykk for ladningsfordelingen  $\rho(r)$  for  $r \leq a$  og  $r > a$ .
- Vis at nettoladningen i området  $r > a$  er null. Er dette i samsvar med resultatet for det elektriske feltet som ble beregnet i oppgave a) ?

## OPPGAVE 2

- a) To lange parallelle ledninger ligger i x-y planet, er plassert parallelt med y-aksen og har en innbyrdes avstand  $b = 10$  cm. Den ene fører strømmen  $I_1 = 2.0$  A i positiv y-retning og den andre  $I_2 = 5.0$  A i samme retning (Fig. 1). Bruk Ampères lov til å finne magnetfeltet  $\vec{H}$ , midt mellom lederne. Definer  $x = 0$  for en av lederne og finn linjen for null magnetfelt i x-y planet. Vil det det magnetiske feltet være null utenfor x-y planet (begrunn svaret) ?

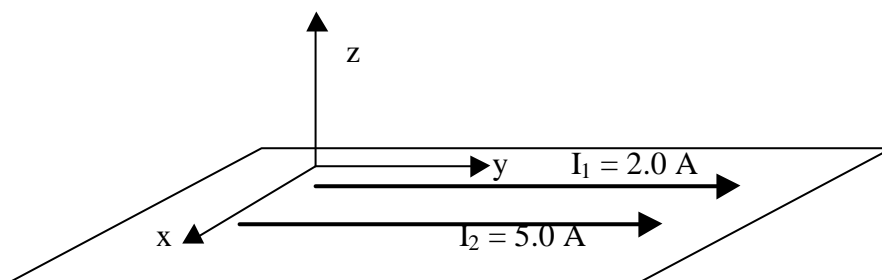


Fig. 1. Parallele, strømførende ledere i x-y planet.

- b) Det ligger en leder som fører strømmen  $I_1$  langs y-aksen i et rettvinklet koordinatssystem. En ledersløyfe ABC danner en rettvinklet trekant som er plassert i forhold til x-aksen som vist på figuren (Fig. 2).
- i) Vis at den magnetiske fluks gjennom ledersløyfens plan er (det går ingen strøm  $I_2$  i ledersløyfa ABC i dette tilfellet):

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \sqrt{3}} [b - a \ln(1 + b/a)]$$

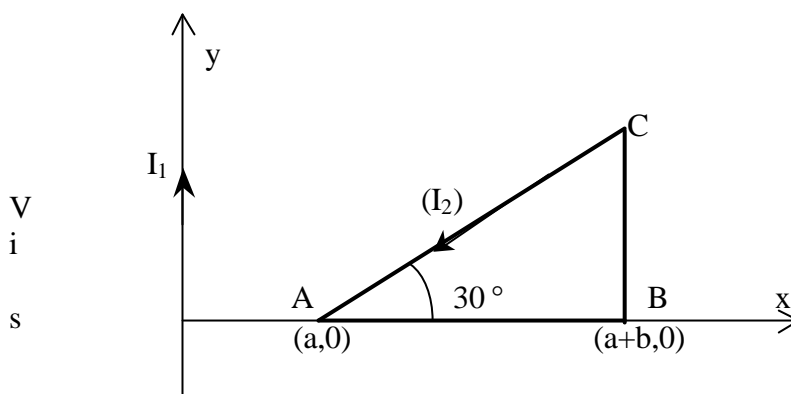
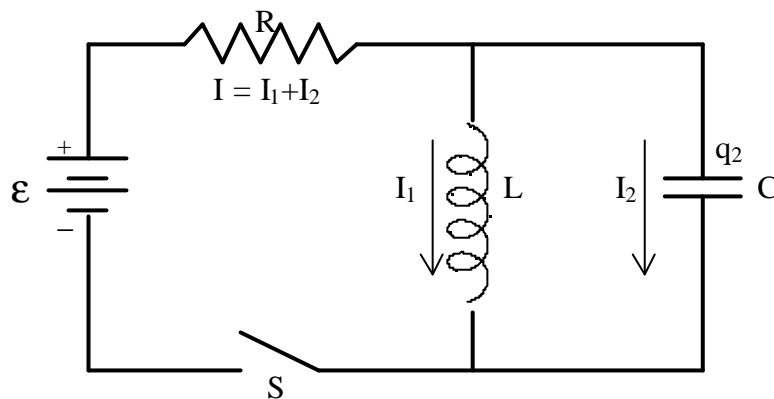


Fig. 2 Strømførende leder og ledersløyfe ABC i x-y planet.

- ii) I ledersløyfen ABC sendes det så en strøm  $I_2 = 5 \text{ A}$  i retning  $A \rightarrow B \rightarrow C$ , mens strømmen  $I_1$  er  $10 \text{ A}$ . Avstand  $a = 1 \text{ cm}$  og  $a+b = 11 \text{ cm}$ . Beregn størrelsene og retningene på kreftene på ledersløyfen ABC's sidekanter samt nettokraften som forårsakes av magnetfeltet fra strømmen i lederene parallelt y-aksen,  $I_1$ .
- c) Det antas nå at strømmen  $I_1 = \text{konstant}$  for situasjonen vist i Fig. 2. Ledersløyfen beveger seg i positiv x-retning med hastighet  $\vec{v} = v_x \vec{i}$ , hvor  $\vec{i}$  er enhetsvektor i x-retning.
- i) Beregn den induerte elektromotoriske spenningen i ledersløyfen ABC for en avstand  $x$ , målt fra ledere parallelt y-aksen til punktet A på strømsløyfen.
- ii) Hva blir den induerte elektromotoriske spenningen nå  $x \rightarrow \infty$ ?

## OPPGAVE 3

Den elektriske kretsen vist i Fig. 3 har følgende kretselementer: elektromotorisk spenning  $\mathcal{E} = 64.0 \text{ V}$ ,  $L = 20.0 \text{ H}$ ,  $C = 6.25 \mu\text{F}$  og  $R = 1000 \Omega$ .



Figur 3. Elektrisk krets.

Bryteren  $S_1$  lukkes ved tiden  $t = 0$ . Strømmen gjennom spolen er  $I_1$ , strømmen gjennom kondensatoren er  $I_2$  og ladningen på kondensatoren er  $q_2$ .

- a) Bruk Kirchoff's lover til å vise at ligningene som beskriver kretsen er gitt ved:

$$R(I_1 + I_2) + L \left( \frac{dI_1}{dt} \right) = \mathcal{E}$$

$$R(I_1 + I_2) + \frac{q_2}{C} = \mathcal{E}$$

Hva er initialverdiene (verdiene ved  $t = 0$ ) av  $I_1$ ,  $I_2$  og  $q_2$ ?

- b) Vis ved direkte innsetting at uttrykk for  $I_1$  og  $q_2$  på følgende form oppfyller ligningene for kretsen:

$$I_1 = \left(\frac{\mathbf{e}}{R}\right) \left\{ 1 - e^{-bt} \left[ (2\omega RC)^{-1} \sin(\omega t) + \cos(\omega t) \right] \right\}$$

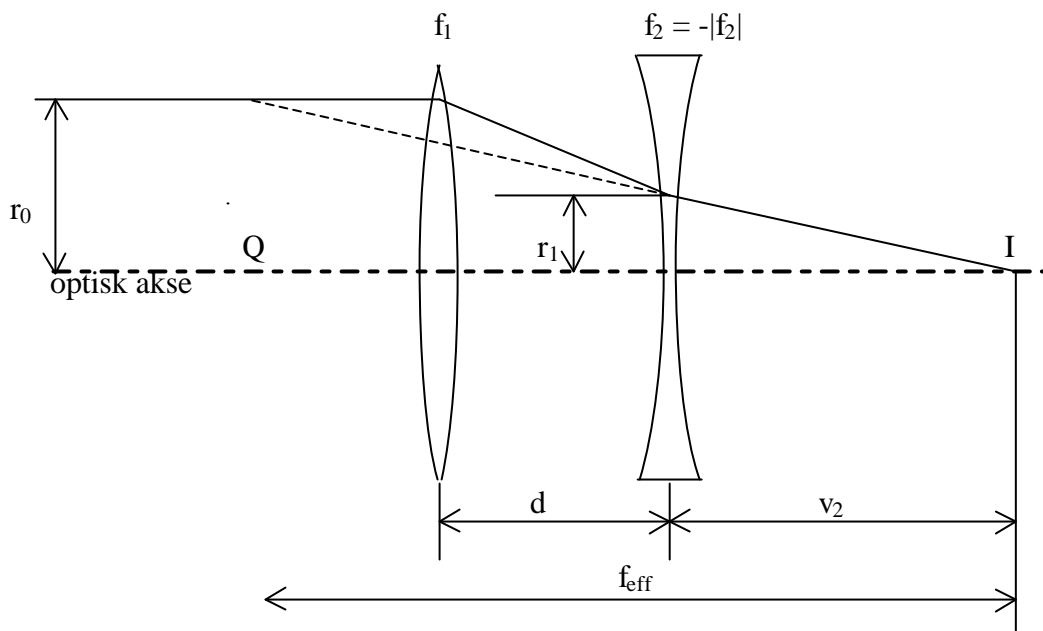
$$q_2 = \left(\frac{\mathbf{e}}{\omega R}\right) e^{-bt} \sin(\omega t)$$

Hva må  $\beta$  og  $\omega$  være for at disse ligningene skal oppfylle kretsligningene ?  
(Utrykk  $\beta$  og  $\omega$  både med symboler, og numerisk verdi for den aktuelle kretsen).

- c) Bestem tiden  $t_1$  når  $I_2$  første gang blir null. Angi svaret både med symboler og numerisk verdi.

#### OPPGAVE 4.

Figur 4 viser en konvergerende og en divergerende linse plassert på samme optiske akse. Dette er en forenklet versjon av en zoomlinse. Den konvergerende linsen har en fokalavstand  $f_1$ , og den divergerende en fokalavstand  $f_2 = -|f_2|$ . Den innbyrdes avstanden  $d$  kan varieres, men er alltid mindre enn  $f_1$ , og  $d$  kan varieres innenfor et område som gjør at ulikheten  $|f_2| > (f_1 - d)$  alltid er oppfylt.



Figur 4. Illustrasjon av prinsipp for en zoom-linse.

- a) Vis at radius på en innfallende strålebunt parallelt med optisk akse reduseres til

$$r_1 = r_0 (f_1 - d) / f_1$$

når den treffer den divergerende linsen.

- b) Vis at et objekt avbildes med bildeavstand:

$$v_2 = \frac{|f_2| (f_1 - d)}{|f_2| - f_1 + d}$$

i fra den divergerende linsen, når objektavstanden ved avbildning i den konvergerende linsen regnes om uendelig.

- c) Når de utgående, konvergerende (billedannende) strålene fra den divergerende linsen ekstrapoleres i retning av den innfallende strålen (stiplet linje, Fig. 4), vil de oppnå en radius  $r_0$  ved en bestemt avstand (ved punkt Q i Fig. 4). Avstanden fra bildepunktet I til Q er den effektive fokallengden,  $f_{\text{eff}}$ , til zoomlinsen. Utled et uttrykk for  $f_{\text{eff}}$ . Beregn maksimum og minimum  $f_{\text{eff}}$  når  $f_1 = 10.0$  cm,  $f_2 = -15.0$  cm, og avstanden  $d$  kan varieres mellom 0 og 7.0 cm. Hvilken verdi av  $d$  gir  $f_{\text{eff}} = 15.0$  cm ?

## Oppgitte formler og enheter:

Definer alle størrelser i formlene du bruker.

Differensiallikning for harmonisk, dempet bevegelse:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\mathbf{g} \frac{dx}{dt} + \mathbf{w}_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin(\mathbf{w}_f t)$$

For dempede, fri svingninger:

$$x(t) = A e^{-\mathbf{g}t} \cos(\mathbf{w}_d t + \mathbf{j})$$

For tvungne svingninger

$$x(t) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\mathbf{w}_f^2 - \mathbf{w}_0^2)^2 + (2\mathbf{g}\mathbf{w}_f)^2}} \sin(\mathbf{w}_f t + \mathbf{j})$$

$$\tan \mathbf{j} = \left( \frac{\mathbf{w}_f^2 - \mathbf{w}_0^2}{2\mathbf{g}\mathbf{w}_f} \right)$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{inne}$$

Isotrope medier:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mathbf{m}}{4\mathbf{p}} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{kryssende}$$

Isotrope medier:

$$\vec{B} = \mathbf{m} \vec{H}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Faradays lov:

$$|\mathbf{e}| = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenz lov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Bølge i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(\mathbf{w}t - kx), \quad k = \frac{2\mathbf{p}}{\lambda}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{pa \sin \theta}{l}\right)}{\frac{pa \sin \theta}{l}} \right]^2 \cdot \left[ \frac{\sin\left(\frac{Npd \sin \theta}{l}\right)}{\sin\left(\frac{pd \sin \theta}{l}\right)} \right]^2$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladningen)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

Dekadiske prefikser

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

Størrelse	Symbol	SI – enhet	Symbol
Navn		Navn	
elektrisk feltstyrke	$E$	Volt/meter	V/m
elektrisk potensial	$V$	Volt	V
permittivitet	$\epsilon$	Farad/meter	F/m
relativ permittivitet	$\epsilon_r$		
elektromotorisk spenning/kraft	$e$	Volt	V
vinkelfrekvens	$\omega$	Invers-sekund	$s^{-1}$
vinkel	$a, b, g \dots$	Radian	rad
romvinkel	$W$	Steradian	sr
lengde	$l$	Meter	m
areal	$A$	Kvadratmeter	$m^2$
volum	$V$	Kubikmeter	$m^3$
tid	$t$	Sekund	s
frekvens	$f$	Hertz	Hz
bølgelengde	$\lambda$	Meter	m
masse	$m$	Kilogram	kg
kraft	$F$	Newton	$N = kg \ m \ s^{-2}$
trykk	$p$	Pascal	Pa
arbeid	$A, W$	Joule	$J = Nm$
energi	$E, W$	Joule	J
effekt	$P$	Watt	J/s
termodynamisk temperatur	$T$	Kelvin	K
celcius temperatur	$t, \theta$	Grad celcius	$^{\circ}C$
varme, varmemengde	$Q$	Joule	J
elektrisk strøm	$I$	Ampere	A
elektrisk ladning	$Q, q$	Coloumb	C
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$	Volt	V
kapasitans	$C$	Farad	F
magnetisk feltstyrke	$H$	Ampere pr. meter	A/m
magnetisk fluks	$F_B$	Weber	Wb
magnetisk flukstetthet	$B$	Tesla	$T = Wb/m^2$
hastighet	$v$	Meter pr. sekund	m/s
intensitet	$I$	Watt pr. kvadratmeter	$W/m^2$
induktans	$L$	Henry	H
resistans	$R$	Ohm	$\Omega$
kondutans	$G$	Siemens	S
impedans	$Z$	Ohm	$\Omega$
reaktans	$X$	Ohm	$\Omega$