

NORGES TEKNISK-  
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Inst. for fysikk, Gløshaugen  
Professor Bjørn Torger Stokke 735 93434

### KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE SIF4005 FYSIKK

For kjemi og materialteknologi  
Mandag 6. august 2001 kl. kl. 09.00 – 14.00.

Tillatte hjelpemidler: B2: Typegodkjent kalkulator med tomt minne i samsvar med liste utarbeidet av NTNU  
O. Jähren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk  
K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung  
K. Rottmann; Matematisk formelsamling  
S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

Sensurfrist: 1. september, 2001.

#### OPPGAVE 1.

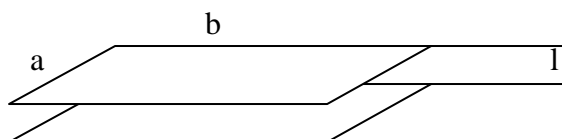
Et plan med uendelig utstrekning har uniform fordelt ladning med ladning per arealenhet  $\sigma$ .

a) Bruk Gauss' lov til å vise at størrelsen på det elektriske feltet er gitt av:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Tegn en figur som viser retningen på det elektriske feltet i tilfellet at  $\sigma$  er negativ.

En platekondensator består av to rektangulære plater med sidekanter  $a = 10$  cm, og  $b = 50$  cm plassert rett overfor hverandre som illustrert i Fig. 1.1



Figur 1.1 Illustrasjon av platekondensator

Avstanden mellom platene,  $l$ , kan varieres, og er i starten  $l = l_1 = 3.0$  mm. Det er luft mellom platene. Kondensatoren lades opp til en spenning  $U_1 = 200$  V.

- b) Beregn den elektriske feltstyrken  $|\vec{E}|$  mellom kondensatorplatene og kondensatorens kapasitans  $C$ . Hva er den elektriske feltstyrken over/under kondensatorplatene (begrunn svaret)?

Forbindelsen til spenningskilden brytes etter at kondensatoren er ladet. Avstanden mellom kondensatorplatene økes til  $l = l_2 = 6.0$  mm for akkurat å gi plass til en plate av dielektrisk materiale av samme tykkelse. Det dielektriske materialet fyller hele hulrommet mellom kondensatorplatene. Spenningen på kondensatoren bestemmes til 1/10 (10%) av den opprinnelige spenningen.

- c) Bestem dielektrisitetetskonstanten (relative permitivitet)  $\kappa$  for materialet som settes inn i platekondensatoren.

Platekondensatoren (Fig. 1.1) brukes nå til å måle væsknivået til en væske med dielektrisitetetskonstant  $\kappa = 35$  i et kar. Avstanden mellom platene er nå  $l = l_1 = 3.0$  mm, og platekondensatoren er satt ned i karet med den lengste enden på høykant, med nedre ende i en avstand  $c = 3.0$  cm fra bunnen (Fig. 1.2). Væsknivået bestemmes ut fra måling av kapasitansen til kondensatoren, og vi trenger en likning for omregning av målt kapasitans til væsknivå.

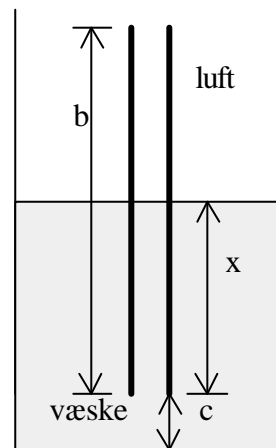


Fig. 1.2. Illustrasjon av platekondensator for væsknivåmåling

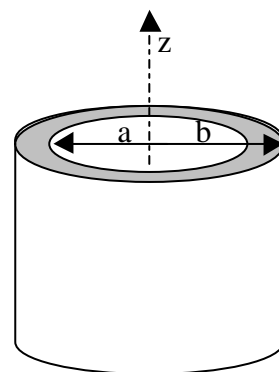
- d) Utled en likning for kapasitansen til kondensatoren som funksjon av væsknivået,  $x$ , målt fra nedre kant av kondensatoren. Hva er væsknivået i karet når kapasitansen har økt 10 ganger i forhold til uten noen væske tilstede?

## OPPGAVE 2

En lang, rett, sylinder med indre radius  $a = 4$  mm og ytre radius  $b = 5$  mm, er orientert med aksens langs  $z$ -aksen (Figur 2.1). Sylindren fører en strøm i positiv  $z$ -retning. Strømtettheten er symmetrisk om sentrum av sylindren, og gitt ved:

$$\vec{J}(r) = \frac{2I_0}{\rho(b^4 - a^4)} r^2 \vec{k} \quad \text{for } a \leq r \leq b$$

$$\vec{J}(r) = 0 \quad \text{for } r < a \text{ eller } r > b$$



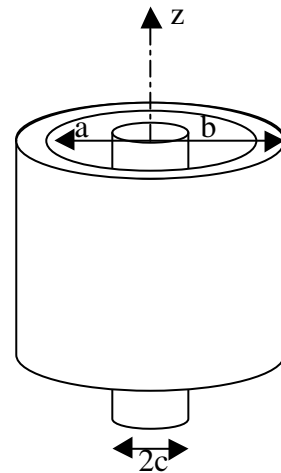
Figur 2.1. Illustrasjon av sylinder.

hvor  $r$  er radiell avstand fra sylinderaksen,  $I_0$  er en konstant, og  $\vec{k}$  er enhetsvektor i  $z$ -retningen.

- a) Vis at den totale strømmen som går i sylindere er  $I_0$ . Hvor stor andel av  $I_0$  går i sylindere for  $r \leq 4.6$  mm ?
- b) Bruk Amperes lov til finne et uttrykk for størrelsen av magnetfeltet  $\vec{B}$  for  $r > a$ . Hvilken retning har magnetfeltet for  $r > a$  ? Beregn den størrelsen på magnetfeltet ved  $r = 4.8$  mm når  $I_0 = 3.0$  A.

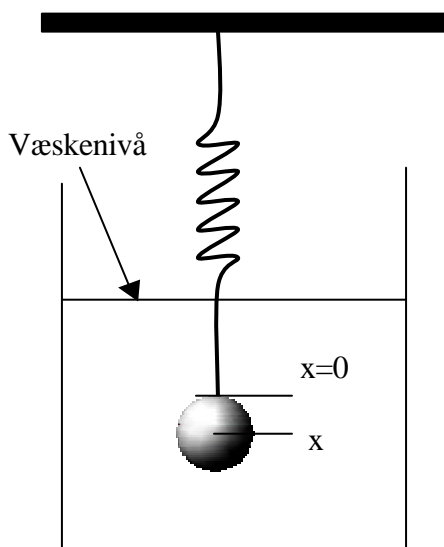
Vi lager nå en koaksialkabel ved å plassere en massiv sylinder med radius  $c = 1.5$  mm sentrert i sylindere illustrert i Figur 2.1, slik Figur 2.2 viser. Strømmen i den indre sylindere er homogen.

- c) Størrelsen på magnetfeltet for  $r > b$  er nå  $\vec{B} = 0$ . Hva er størrelse og retning på strømmen i den innerste sylindere ? Beregn strømtettheten i den indre sylindere.
- d) Beregn  $\vec{B}(r)$  for koaksialkabelen. Tegn opp størrelsene av  $\vec{B}(r)$  for den ytre sylindere (oppgave 2b), og koaksialkabelen som funksjon av  $r$ . Hvordan er retningen på magnetfeltet i koaksialkabelen i forhold til situasjonene i oppgave 2b ?



Figur 2.2. Illustrasjon av koaksialkabel.

## OPPGAVE 3



Figur 3.1

For å vise hvordan frie dempede svingninger kan brukes til å måle dynamisk viskositet  $\eta$  i en væske, brukes fjærsystemet vist i figur 3.3. En kule med masse  $m$  er opphengt i en fjær som regnes masseløs. Kulen er omgitt av væsken. Dempningens motstandskoeffisient  $b$  avhenger av viskositeten til væsken  $\eta$  og kulens radius,  $r$ , ved:  $b = 6\pi\eta r$

a) Ved første forsøk fjernes væsken og kulen settes i svingninger som vi regner som udedempede. Vi måler 100 svingninger (perioder) i løpet av 1 minutt. Hva er vinkelfrekvensen  $\omega$  for egensvingningene ?

b) Vi senker deretter kulen ned i væsken. Ved tiden  $t = 0$ , forskyves kulen til  $x(t = 0) = A_0 = 0.05$  m og slippes uten begynnelseshastighet. Systemets svingninger dempes med kraften:

$$F_b = -bv = -b \frac{dx}{dt}$$

Vi måler nå 99 hele svingninger per minutt. Hva er vinkelfrekvensen  $\omega'$  til de dempede svingningene ?

c) Still opp differensialligningen for kulens bevegelse. Løsningen av denne er på formen:

$$x(t) = A e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \phi)$$

Sett opp ligningene som bestemmer  $A$  og  $\phi$  ut fra startbetingelsene (gitt i Oppgave 3b). Vis at amplituden er gitt ved  $A = A_0 \omega / \omega'$  ut fra disse ligningene.

d) Hvor stor er motstandskoeffisienten  $b$  og viskositeten  $\eta$  når den spesifikke vekt  $\rho$  til materialet i kula er  $7.8 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup> og radius til kula er 0.010 m ?

e) Finn fasevinkelen  $\phi$  fra uttrykkene i oppgave 3c, og vis at hastigheten  $v$  til kulen kan skrives som:

$$v = -A\omega' e^{-\beta t} \sin(\omega' t)$$

f) Som et siste forsøk ønsker vi at dempningen skal være så stor at kula ikke skal passere likevektsposisjonen med de startbetingelsene som er gitt over (Oppgave 3b). Vi fyller derfor opp med en væske med større viskositet. Hva må viskositeten  $\eta_{\text{krit}}$  være for at dempningen skal være kritisk ?

**Oppgitte formler og enheter:**

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

For dempede, fri svingninger:

$$x(t) = A e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega_d t + \mathbf{j})$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

For tvungne svingninger:

$$x(t) = \frac{F_0}{\sqrt{b^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega k}\right)^2}} \cos(\omega t + \mathbf{j}) \quad ,$$

$$\tan(\mathbf{j}) = \frac{\omega m - \frac{1}{\omega k}}{b}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{inne} \quad \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{\epsilon}$$

Isotrope medier:  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{kryssende} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{kryssende}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Faradays lov:

$$\mathbf{e} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lenz lov: En induisert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \text{ eller: } \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

Snells brytningslov

$$n_1 \sin \mathbf{q}_1 = n_2 \sin \mathbf{q}_2$$

Bølge i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

**Dekadiske prefikser**

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

**Størrelse**

Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	$E$
elektrisk potensial	$V$
permittivitet	$\epsilon$
relativ permittivitet	$\epsilon_r$
elektromotorisk spenning/kraft	$e$
vinkelfrekvens	$\omega$
vinkel	$a, b, g \dots$
romvinkel	$W$
lengde	$l$
areal	$A$
volum	$V$
tid	$t$
frekvens	$f$
bølgelengde	$\lambda$
masse	$m$
kraft	$F$
trykk	$p$
arbeid	$A, W$
energi	$E, W$
effekt	$P$
termodynamisk temperatur	$T$
celcius temperatur	$t, \theta$
varme, varmemengde	$Q$
elektrisk strøm	$I$
elektrisk ladning	$Q, q$
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$
kapasitans	$C$
magnetisk feltstyrke	$H$
magnetisk fluks	$F_B$
magnetisk flukstetthet	$B$
hastighet	$v$
intensitet	$I$
induktans	$L$
resistans	$R$
kondutans	$G$
impedans	$Z$
reaktans	$X$

**SI – enhet**

Navn	Symbol
volt/meter	$V/m$
volt	$V$
farad/meter	$F/m$
volt	$V$
invers-sekund	$s^{-1}$
radian	rad
steradian	sr
meter	$m$
kvadratmeter	$m^2$
kubikkmeter	$m^3$
sekund	$s$
hertz	Hz
meter	$m$
kilogram	kg
Newton	$N = kg \ m \ s^{-2}$
Pascal	$Pa = N \ m^{-2}$
Joule	$J = Nm$
Joule	$J$
watt	$W = J/s$
Kelvin	K
grad celcius	$^{\circ}C$
joule	$J$
ampere	A
coloumb	$C = As$
volt	$V = kg \ m^2 \ s^{-3} \ A^{-1} = J \ A^{-1} \ s^{-1}$
farad	$F = As \ V^{-1}$
ampere pr. meter	$A/m$
weber	$Wb = Vs$
tesla	$T = Wb/m^2$
meter pr. sekund	$m/s$
watt pr. kvadratmeter	$W/m^2$
henry	$H = V \ A^{-1} \ s$
ohm	$\Omega = V \ A^{-1}$
siemens	$S = \Omega^{-1}$
ohm	$\Omega$
ohm	$\Omega$