

NORGES TEKNISK- NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
 INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
 Institutt for fysikk, Realfagbygget
 Professor Catharina Davies 73593688

BOKMÅL

EKSAMEN I EMNE SIF4005 FYSIKK

For kjemi og materialteknologi

Onsdag 12. desember 2001 kl. 09.00 – 14.00.

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator med tomt minne i samsvar med liste utarbeidet av NTNU
 O. Jähren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
 K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung
 K. Rottmann; Matematisk formelsamling
 S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt.

Sensur faller uke 2, 2002.

Oppgave 1: Elektrostatikk

En kule har et sfærisk hulrom slik at indre radius av skallet er r_1 og ytre radius $r_2=2r_1$. Materialet i kulen er ladet, og ladningstettheten varierer med r :

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \cdot r_1/r & \text{for } r_1 \leq r \leq r_2 \\ \rho &= 0 & \text{for } r > r_2 \end{aligned}$$

a) Vis at den totale ladningen i materialet er Q dersom:

$$\rho_0 = \frac{Q}{6\pi r_1^3}$$

Skisser ρ som funksjon av r for $0 \leq r \leq 3r_1$

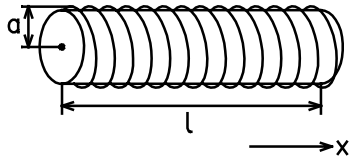
b) Bruk Gauss lov til å bestemme det elektriske feltet $E(r)$ for de tre områdene:

I $r < r_1$, II $r_1 \leq r \leq r_2$ og III $r > r_2$

Skisser $E(r)$ for $0 \leq r \leq 4r_1$. Angi maksimalverdien for E . Er E kontinuerlig for $r=r_1$ og $r=r_2$?

c) Bestem det elektriske potensialet $V(r)$ for de samme tre områdene III, II og I som i b). Skisser $V(r)$ for $0 \leq r \leq 4r_1$. Er $V(r)$ kontinuerlig for $r=r_1$ og $r=r_2$?

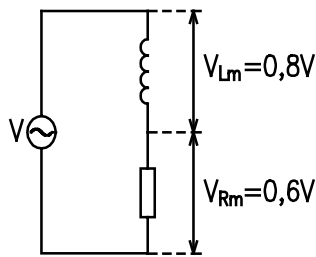
Oppgave 2: Magnetisme. Spole



- a) En luftfylt spole har lengde l og er tett og jevnt viklet med N sirkulære viklinger med radius a . Strømmen I går i spolen. Bruk Amperes lov til å bestemme det magnetiske feltet på aksene inne i spolen. Forutsett at $l \gg a$, og at retningen av strømmen er slik at det magnetiske feltet på aksene er i positiv x -retning. Spolen ligger parallelt med x -aksen som vist på figuren.

- b) Utled uttrykket for selvinduktansen L for spolen som viser at L bare avhenger av geometrien til spolen.

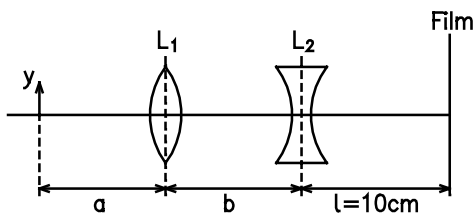
Vis at spolens lagrede energi U_L kan uttrykkes ved selvinduktansen L og strømmen I .



- c) Spolen plasseres i en elektrisk krets som vist på figuren, tilsluttet en vekselstrømskilde med spenning V og frekvens $f=1000\text{Hz}$. Motstanden i kretsen er $R=20\ \Omega$. Spenningen over motstanden har amplitude $V_{Rm}=0,6\ \text{V}$ og spenningen over spolen har amplitude $V_{Lm}=0,8\ \text{V}$. Bestem faseforskjellen mellom strøm og spenning over henholdsvis motstanden og spolen.

Beregn den induktive reaktansen X_L og induktansen L .

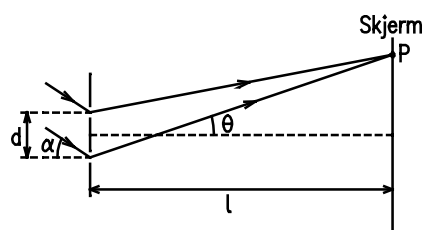
Oppgave 3: Optikk



Et teleobjektiv består av to tynne linser, en konveks linse L_1 med fokalavstand $f_1=20\ \text{cm}$ og en konkav linse L_2 med fokalavstand $f_2 = -10\ \text{cm}$. Lensene er plassert langs den optiske aksene som vist på figuren, med avstand b mellom lensene. b kan variere. Linse L_2 er nærmest filmen i avstanden $l=10\ \text{cm}$ fra filmen.

- a) Bestem avstanden b mellom lensene når objektet avbildes skarpt på filmen. Vi forutsetter at objektavstanden a fra linse L_1 er endelig, men så stor at det intermediære bildet fra L_1 tilnærmet faller i fokalpunktet for L_1 .

Bestem den totale forstørrelsen m for dette linsesystemet. Anta samme forutsetning om objektavstanden a som over. Forstørrelsen m gis som funksjon av objektavstanden a .

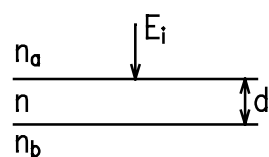


- b) En planbølge av monokromatisk lys med bølgelengde λ sendes inn mot en dobbeltspalt med spalteaavstand d under en vinkel α med dobbeltspalt-normalen som vist på figuren. Bredden av hver av spaltene antas $\ll \lambda$ (dvs vi kan se bort fra diffraksjon, kun interferens mellom de to spaltene). Interferensmønsteret observeres på en skjerm plassert i en avstand $l \gg d$ fra dobbeltspalten. Skjermen er parallell med dobbeltspalten

Hva er faseforskjellen for lyset som går gjennom hver av de to spaltene og treffer skjermen i et punkt P under en avbøyningsvinkel θ ?

Tegn intensitetsfordelingen $I(\theta)$ for interferensmønsteret på skjermen som en funksjon av $\sin\theta$. Angi posisjonen til 0-te ordens hovedmaksimum, og angi for hvilke verdier $\sin\theta$ det oppstår maksima og minima.

- c) Vi ønsker å finne et materiale med tykkelse d og brytningsindeks n som kan brukes som antirefleksbelegg på grenseflaten mellom to medier med brytningsindeks n_a og n_b , $n_a < n < n_b$. Grenseflatene er plane som vist på figuren.



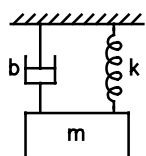
Når en elektromagnetisk bølge med amplitude E_i kommer gjennom et medium 1 og treffer grenseflaten mot medium 2 vinkelrett på, vil amplituden til den reflekterte bølge E_r være gitt ved:

$$E_r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_i$$

Bruk denne likningen og utled et uttrykk for den ideelle brytningsindeksen n til antirefleksbelegget som gir 100% destruktiv interferens. n uttrykkes som funksjon av n_a og n_b . Anta at amplituden E_r til den reflekterte bølgen $E_r \ll E_i$.

Utled et uttrykk for tykkelsen d på antirefleksbelegget som gir 100% destruktiv interferens. d uttrykkes som funksjon av bølglengden λ .

Oppgave 4: Mekaniske svingninger



En kloss med masse $m=10,0$ kg henger i en fjær festet i taket. Fjæren har fjærstivhet $k=1000$ N/m. Parallelt med fjæren mellom klossen og taket, er det et dempningsledd. Svingsystemet er vist i figuren. Klossen skyves vertikalt avstanden x_0 til systemet får en potensiell energi E_0 , og slippes så uten begynnelsefart $v(0)=0$.

Klossen kommer i vertikale svingninger og dempes med kraften $F_b = -b \cdot v$. Utslaget reduseres til $1/4$ av den opprinnelige verdien etter 5 hele svingninger som følger etter hverandre, etter at klossen er sluppet fra utgangsposisjon.

- a) Still opp differensiallikninga for oscillator bevegelsen ved hjelp av Newtons 2. lov. Innfør $\alpha = b/2m$ og $\omega_0^2 = k/m$.

En mulig løsning av likningen har formen:

$$x(t) = A e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \phi)$$

der

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

Hva er betingelsen for at denne løsningen skal være gyldig?

b) Bruk startbetingelsene til å sette opp likningen som bestemmer A og faseforskyvningen ϕ .

Vis at:

$$A = \sqrt{\frac{2E_o}{k}} \left(\frac{\omega_o}{\omega} \right)$$

c) Hvor stor er dempingskoeffisienten b?

OPPGITTE FORMLER OG ENHETER

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

For udempet harmonisk oscillator,

Bevegelseslikning:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$$

med løsning:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

der vinkelfrekvensen er:

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

For dempet harmonisk oscillator,

Bevegelseslikning:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$x(t) = A e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \sin(\omega_d t + \varphi)$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

For tvungne svingninger:

$$x(t) = \frac{F_0}{\omega_r \sqrt{b^2 + \left(\omega_r m - \frac{k}{\omega_r}\right)^2}} \sin(\omega t + \varphi)$$

Resonansfrekvensen er:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{2m^2}}$$

Bølge i +x retning:

$$y(x,t) = y_0 \sin(kx - \omega t), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

Elektrisk feltstyrke fra en kontinuerlig ladningsfordeling:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

Elektrisk potensial

$$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Potensiell energi til en ladning i elektrisk felt:

$$U = qV$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{\epsilon}$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Elektrisk energi lagret i en kondensator:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Et magnetisk felt forårsaker kraften F på en ladning med hastighet v:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{innenfor}$$

Faradays lov:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

der Φ_B er magnetisk fluks

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Potensiell energi til en ladning i elektrisk felt:

$$U = qV$$

Gauss lov:

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{\epsilon}$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Elektrisk energi lagret i en kondensator:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Serikopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Et magnetisk felt forårsaker kraften F på en ladning med hastighet v :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{innenfor}$$

Faradays lov:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

der Φ_B er magnetisk fluks

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Indusert elektromotorisk spenning skyldes et elektrisk felt E :

$$\mathcal{E} = -\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Selvinduksjon:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f}$$

Snells brytningslov

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra to spalter

$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{N\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s (lyshastighet)}$$

Dekadiske prefikser

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}
G	giga	10^9
M	mega	10^6
K	kilo	10^3
h	hekto	10^2
da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}