LØSNINGSFORSLAG EKSAMEN EMNE SIF4005 FYSIKK
For kjemi og materialteknologi
17 august 2002

Oppgave 1. Elektrostatikk

a) Gauss lov: $\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{inne}}{e_o}$

For en sylinder velges Gaussflaten som en sylinder med radius $r_1<r<r_2$ og endeflater i området der feltet skal beregnes. $\vec{E} \perp d\vec{A}$ på endeflaten og $\vec{E} \parallel d\vec{A}$ på sylinderflaten.

For $r_1<r<r_2$ er $Q_{inne}=Q$

Gauss lov gir <u>for $r_1<r<r_2$:</u>

$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_{sylinder} \vec{E} \cdot d\vec{A} + 2\iint_{ender} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_{sylinder} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 2p \cdot r \cdot l = \frac{Q}{e_o}$$

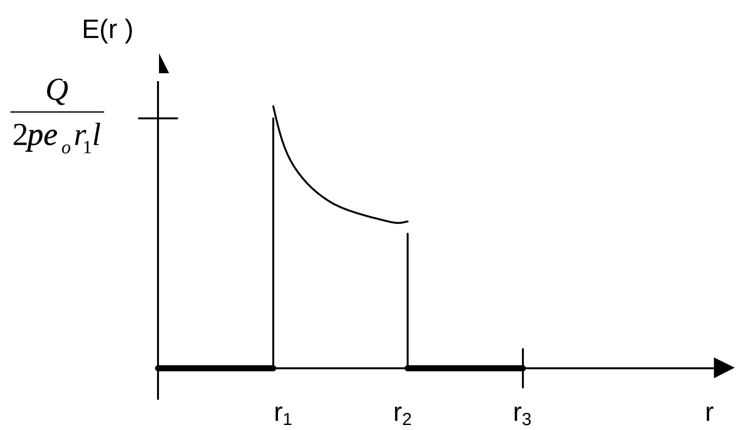
$$E(r) = \frac{Q}{2pe_o rl}$$

Ladningen på metallstav og ytre sylinder er like store og motsatt ladet.
<u>For $r>r_3$</u> er Q_{inne} =Q+(-Q)=0. Det gir:

$$E(r) = 0$$

Inne i metall som er elektrisk ledende er |E|=0. All ladning er på overflaten av elektrisk ledere.

<u>For $r<r_1$</u> E(r)=0
<u>For $r_2<r<r_3$</u> E(r)=0



b) Det elektriske potensialet er gitt ved:

$$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

<u>For r>r2</u> dvs også $r>r_3$ $E(r)=0$.
Velger referansepunkt $V(r_2)=0$

$$V(r_2) - V(r) = \int_{r_2}^{r} 0 \cdot dr = 0$$

$$\underline{\underline{V(r) = V(r_2) = O}}$$

<u>For $r_1<r<r_2$:</u>

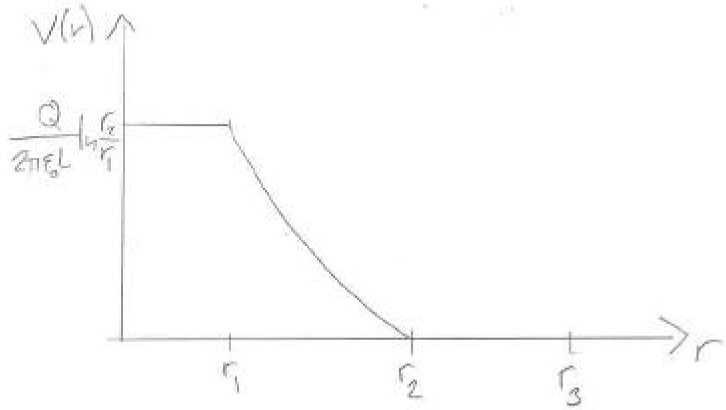
$$V(r) - V(r_2) = \int_{r}^{r_2} \frac{Q}{2pe_o rl} dr = \frac{Q}{2pe_0 l} \left[_r^{r_2} \ln r\right.$$

$$V(r) = V(r_2) + \frac{Q}{2pe_0 l} \ln \frac{r_2}{r} = \underline{\underline{\frac{Q}{2pe_0 l} \ln \frac{r_2}{r}}}$$

<u>For $r<r_1$:</u>

$$V(r_1) - V(r) = \int_{r_1}^{r} 0 \cdot dr = 0$$

$$V(r) = V(r_1) = \underline{\underline{\frac{Q}{2pe_o l} \ln \frac{r_2}{r_1}}}$$



c) Kondensatorens kapasitans for $r_1<r<r_2$

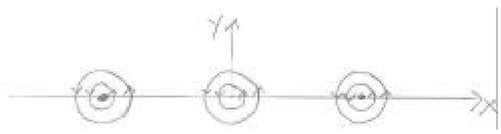
$$C=\frac{Q}{V}=\frac{Q}{\frac{Q}{2pe_0 l}\ln\frac{r_2}{r_1}}=\underline{\underline{\frac{2pe_0 l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}}}$$

Energien lagret i kondensatoren:

$$E=\frac{1}{2}Q\cdot V=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\underline{\underline{\frac{Q^2}{4pe_0 l}\ln\frac{r_2}{r_1}}}$$

Oppgave 2 Magnetisme

a) Feltlinjene rundt de to lederene



Feltet blir null på to symetriske punkter rundt origo og punktene ligger på x-aksen. Ved å bruke superposisijonsprinsippet får en at det magnetiske feltet er null når følgende kriterium er oppfylt:

$$B_{y1}\vec{j}-B_{y2}\vec{j}-B_{y3}\vec{j}=0$$

$$\frac{m_0 I}{2pr_1}-\frac{2m_0 I}{2pr_2}-\frac{m_0 I}{2pr_3}=0$$

$$\frac{1}{r_1}-\frac{2}{r_2}-\frac{1}{r_3}=0$$

Avstanden mellom de strømførende lederne er d.
Avstanden fra origo til punktet der det magnetiske feltet er null er $x_0=r_2$
Avstanden fra lederen lengst til venstre til punktet der felte er null er $r_1=d-r_2$
Avstanden fra lederen lengst til høyre til punktet der felte er null er $r_3=d+r_2$

$$\frac{1}{d-r_2}-\frac{2}{r_2}-\frac{1}{d+r_2}=0$$

$$\frac{r_2(d-r_2)+2(d+r_2)(d-r_2)-r_2(d+r_2)}{r_2(d+r_2)(d-r_2)}=0$$

$$r_2d-r_2^2+2d^2-2dr_2+2dr_2-dr_2-r_2^{\;2}=0$$

$$2d^2-4r_2^2=0$$

$$\underline{r_2=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}d}$$

Det magnetiske feltet er null i posisjon $\underline{\underline{\left(\frac{d}{\sqrt{2}},0\right) og \left(-\frac{d}{\sqrt{2}},0\right)}}$

b) Kraften på en leder er generelt:

$$d\vec{F} = I_2 \cdot d\vec{l} \times \vec{B} = I_2 \cdot d\vec{l} \cdot \vec{B}$$

Kraften fra et element dl langs venstre og høyre leder er på midtre leder som fører stømmen 2I er:

$$d\vec{F} = 2I \cdot d\vec{l} \cdot (\vec{B}_1 + \vec{B}_3)$$

$$B_1 + B_3 = \frac{m_0 I}{2pr_1} - \frac{m_0 I}{2pr_3} = \frac{m_0 I}{2p(d+x)} - \frac{m_0 I}{2p(d-x)} = \frac{m_0 I(d-x) - m_0 I(d+x)}{2p(d+x)(d-x)} = -\frac{m_0 I \cdot x}{p(d^2 - x^2)}$$

$$F = -2I \cdot l \frac{m_0 I \cdot x}{p(d^2 - x^2)} = \underline{-\frac{2m_0 \cdot l \cdot I^2 \cdot x}{p(d^2 - x^2)}}$$

Kraften per lengdeenhet:

$$\frac{F}{l} = \underline{\underline{-\frac{2m_0 I^2 x}{p(d^2 - x^2)}}}$$

Oppgave 3. Optikk

a) Linse 1 lager et intermediært bilde som benttes som objekt for linse2. Bildet av dette intermediære bildet er da bildet det sammensatte linsesystemet produserer. Benytter linseformelen for å finne posisjon av bildet: Bestemmer først bildeavstanden S_1^1 av det intermediære bildet.

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_1^1} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{S_1^1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{S_1} = \frac{1}{8cm} - \frac{1}{12cm}$$

$$\underline{S_1^1 = 24cm}$$

Det intermediære bildet benyttes som objekt for linse 2.
Objektavstand er S_2=36cm-24cm=12cm
Bildeavstand er S_2^1

$$\frac{1}{S_2^1} + \frac{1}{S_2} = \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{S_2^1} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{S_2} = \frac{1}{6cm} - \frac{1}{12cm}$$

$$\underline{\underline{S_2^1 = 12cm}}$$

Objektet avbildes i avstanden 12 cm tilhøyre for linse 2.

Bildet forstørres:

$$m = -\frac{S'}{S} = \left(-\frac{S_1'}{S_1}\right)\cdot\left(-\frac{S_2'}{S_2}\right) = \left(-\frac{24}{12}\right)\left(-\frac{12}{12}\right) = \underline{\underline{2}}$$

Forstørrelen er positiv og en faktor 2, dvs at <u>bildet har samme orientering som objektet</u> .

Størrelsen av objektet er y_1=m·y=2· 8cm=<u>16 cm</u>

b) Interferensmaksimum er gitt ved:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} d\cdot\sin\theta = 2\pi\cdot m$$

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{d}$$

1.ordens interferensmaksimum for m=1 og sinθ=m·λ/d

For λ_1=567nm $\theta = \arcsin\frac{\lambda_1}{d} = \arcsin\frac{567nm}{1mm} = \underline{\underline{0{,}0333°}}$

For λ_2=486nm $\theta = \arcsin\frac{\lambda_2}{d} = \arcsin\frac{486nm}{1mm} = \underline{\underline{0{,}0278°}}$

Alternativt kan dette bestemes på følgende måte:

$$\theta \approx \sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$

For λ_1=567nm $\theta = \frac{567nm}{1mm} = \underline{\underline{5{,}67\cdot 10^{-4}\,rad}}$

For λ_2=486nm $\theta = \frac{486nm}{1mm} = \underline{\underline{4{,}86\cdot 10^{-4}\,rad}}$

c)Avstanden y på skjermen som gir interferensmaksimum:

$$tg\theta = \frac{y}{l}$$

$$y = l\cdot tg\theta$$

For små θ er tgθ≈sinθ

Da interferensmaksimum er gitt ved sinθ=mλ/d er avstanden y gitt ved:

$$y = l\cdot tg\theta \approx m\frac{l\lambda}{d}$$

Interferensmaksimum for λ_1 faller sammen med interferensmaksimum for λ_2 når

$$m_1 \frac{l \cdot l_1}{d} = m_2 \frac{l \cdot l_2}{d}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{567nm}{486nm} = 1{,}1667 = \frac{7}{6}$$

$$y_1 = 6 \cdot \frac{1{,}5m \cdot 567nm}{1mm} = \underline{\underline{5{,}1mm}}$$

$$y_2 = 7 \cdot \frac{1{,}5m \cdot 486nm}{1mm} = \underline{\underline{5{,}1mm}}$$

Oppgave 4 Mekaniske svingninger

a) Bevegelseslikningen for et udempet svingesystem er:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$egenfrkvensw_o = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2p}{T}$$

Egenfrekvensen uten ekstravekter: $w_o = \frac{2p}{T_o} = \sqrt{\frac{k}{m_0}}$

Egenfrekvens med ekstravekter Δm: $w_{100} = \frac{2p}{T_{100}} = \sqrt{\frac{k}{m_0 + \Delta m}}$

$$\frac{w_0}{w_{100}} = \frac{\frac{2p}{T_o}}{\frac{2p}{T_{100}}} = \frac{T_{100}}{T_0} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_o}}}{\sqrt{\frac{k}{m_o + \Delta m}}}$$

$$\left(\frac{w_o}{w_{100}}\right)^2 = \left(\frac{T_{100}}{T_0}\right)^2 = \frac{m_0 + \Delta m}{m_0} = 1 + \frac{\Delta m}{m_0}$$

$$\left(\frac{0{,}80}{0{,}50}\right)^2 = 1 + \frac{100g}{m_0}$$

$$m_0 = \underline{\underline{64{,}1g}}$$

$$k = w_0^2 \cdot m = \left(12{,}56s^{-1}\right)^2 \cdot m_0 = \underline{\underline{10{,}1kg/s^2}}$$

b)Differential likningen for det dempede systemet er:

$$-kx + bv = ma$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

$$\underline{\underline{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0}}$$

Skal vise at $x = Ae^{-gt}\cos wt$ er en løsning for differential likningen:

$$\frac{dx}{dt} = -Age^{-gt}\cos wt - Ae^{-gt}w\sin wt$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = Ag^2e^{-gt}\cos wt + Age^{-gt}w\sin wt + Age^{-gt}w\sin wt - Ae^{-gt}w^2\cos wt$$

$$Ae^{-gt}\left(g^2\cos wt + 2gw\sin wt - w^2\cos wt\right) - Ae^{-gt}\cdot\frac{b}{m}\left(g\cos wt + w\sin wt\right) + \frac{k}{m}Ae^{-gt}\cos wt = 0$$

$$g^2\cos wt + 2gw\sin wt - w^2\cos wt - 2g^2\cos wt - 2gw\sin wt + \frac{k}{m}\cos wt = 0$$

$$-g^2 - w^2 + \frac{k}{m} = 0$$

$$w^2 = \frac{k}{m} - g^2 = \underline{\underline{w_0^2 - g^2}}$$

Det vil si at $x = Ae^{-gt}\cos wt$ er en løsning for differentiallikningen.