NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK
Faglig kontakt under eksamen:
professor Asle Sudbø, tlf 93403

EKSAMEN I SIF4007 FYSIKK

Mandag 6. mai, 2002

09.00-15.00

Tillatte hjelpemidler :	K.Rottman, Matematisk formelsamling
	Godkjent kalkulator
Vekttall :	2.5
Språkform :	Bokmål
Antall sider :	6
Sensurdato :	30.mai

- Oppgave settet inneholder 3 oppgaver, med til sammen 10 deloppgaver. Hver deloppgave teller likt ved sensur.
- Bak oppgave settet finner du et vedlegg på to sider med formler som det kan, men ikke nødvendigvis vil, være bruk for. Kandidaten må tolke symbolene i oppgitte formler.
- Les hver oppgave nøye!

Oppgave 1

I denne oppgaven ser vi på en elektrostatisk kulesymmetrisk ladningsfordeling $\rho(r)$ fordelt inne i en kule med radius R, og som er slik at

$$\begin{aligned}\rho(r) &= \rho_0 + \rho_1(1 - \frac{r}{R}); \quad r \leq R \\ &= 0; \quad r > R\end{aligned}$$

og $\rho_0 > 0, \rho_1 > 0$.

a) Skisser $\rho(r)$, og finn kulas totale ladning

$$Q = \int_0^R \rho(r)\ 4\pi r^2\ dr$$

b) Vis at ladningen $\tilde{Q}(r)$ samlet innenfor en avstand $r < R$ fra kulas sentrum, er gitt ved

$$\tilde{Q}(r) = \frac{4\pi(\rho_0 + \rho_1)}{3}\ r^3 - \frac{3}{4}\ \frac{4\pi\rho_1}{3R}\ r^4$$

c) Bruk Gauss lov til å finne det elektriske feltet utenfor og inne i kula.

d) Finn den minste verdien som ρ_1 kan ha, $\rho_{1\min}$, for at feltet skal ha et maksimum inne i kula, og gi en *kortfattet* fysisk forklaring på hvorfor det er slik (en setning). Skisser feltet for begge tilfeller $\rho_1 < \rho_{1\min}$ og $\rho_1 > \rho_{1\min}$.

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på diffraksjon (bøyning) av lys i et Young **tre-spalte** eksperiment. Lyset sendes inn som monokromatiske planbølger $y(x,t)$ fra venstre mot høyre langs x-aksen

$$y(x,t) = y_0 \sin(kx - \omega t)$$

hvor k er et bølgetall relatert til bølgelengden av lyset via $k = 2\pi/\lambda$, og $\omega = 2\pi f$ der f er frekvensen til lyset.

Ved $x = 0$, i (y,z)-planet møter planbølgene en vegg med **tre** spalter. Spaltene ligger langs y-aksen og har hver en veldig liten bredde langs z-aksen, de kan derfor regnes som uendelig tynne. Spaltene er plassert i (y,z)-planet ved $z = -d, 0, d$. I (y,z)-planet, ved $x = R$, har vi plassert en observasjons skjerm.

a) Skisser systemet. For det tilfellet at $R >> d$, skal vi finne intensitets fordelingen for lyset på veggen ved $x = R$ som funksjon av spredningsvinkelen θ, som er vinkelen mellom x-aksen og lysets retning etter spredning. (Hint: Legg sammen bølgene fra hver av spaltene, kvadrer resultanten av dette og utfør en tidsmidling). Vis at svaret har formen

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = \left[\frac{1 + 2\,G(\phi)}{3}\right]^2$$
$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

og bestem derved $G(\phi)$. Skisser $I(\theta)/I(0)$ som funksjon av ϕ for $\phi \in [0, 2\pi]$, og angi høyden på alle maksimaene som opptrer i dette intervallet.

b) Det oppgis at $d = 2mm$, $R = 1.3m$, $\lambda = 760 \cdot 10^{-9}m$. Finn avstanden h fra senterlinjen $z = 0$ på observasjonsveggen til det første maksimumet etter sentermaksimumet.

c) Vi bytter ut lyskilden med en annen. Det viser seg da at avstanden fra senterlinjen til det andre minimumet fra senterlinjen på observasjonsveggen er $h = 0.12mm$. Finn λ til lyset fra denne nye lyskilden.

Oppgave 3

Vi ser på elektroner i en to-dimensjonal boks med sidekanter L_x og L_y. Kvantetallene som spesifiserer de mulige tilstandene hvert elektron kan være i, er gitt ved $n_x, n_y = 1, 2, 3, ...$ og $m_s = \pm 1$. Tilstandene som elektronene kan være i, er gitt ved

$$\begin{aligned} \Psi(x, y, t) &= \psi(x, y)\, e^{-iEt/\hbar} \\ \psi(x, y) &= \sqrt{\frac{2}{L_x}}\sqrt{\frac{2}{L_y}}\, \sin(\frac{n_x \pi x}{L_x})\, \sin(\frac{n_y \pi y}{L_y}) \end{aligned}$$

Her er $i = \sqrt{-1}$, og E energien som elektronene kan ha i boksen. $\Psi(x, y, t)$ og E finner vi fra Schrødinger-ligningen

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2 \Psi(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x, y, t)}{\partial y^2}\right] = i\hbar \frac{\partial \Psi(x, y, t)}{\partial t}$$

a) Formuler Pauli-prinsippet, og vis ved innsetting av $\Psi(x, y, t)$ i Schrødinger ligningen at de mulige energiene til systemet er

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m}\left[\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2\right]$$

b) For $L_x = 0.9 L_y$, finn det største mulige antall elektroner en kan finne i det fjerde laveste nivået for dette systemet.

c) Nå setter vi $L_x = L_y = L = 10^{-9} m$, og tenker oss dette todimensjonale systemet som et enkelt modell atom, som vi skal lage en to-dimensjonal halvleder krystall av.

NB! Dersom et energinivå (og alle lavere energinivåer) er fylt opp med størst mulig antall elektroner nivået kan ha, er modell atomet ikke egnet til å lage halvledere av.

Anta at modell atomet vårt, som er egnet til å lage en intrinsikk halvleder av, har et øverste besatt energinivå

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2) = 3.0\text{eV}$$

som inneholder halvparten av maksimalt antall elektroner nivået kan ha. Alle lavere nivåer er helt fylte, alle høyere nivåer er tomme. Nå skal vi bytte ut dette modell atomet i krystallet med et annet tilsvarende todimensjonalt modell atom, for enten å p-dope eller n-dope den intrinsikke halvlederen. Vi velger et atom som er mest mulig likt det vi brukte i den intrinsikke halvlederen. Hvor mange elektroner vil da modell atomet vi skal substituere med for å få hhv donor- og akseptor-nivå, inneholde?

OPPGITTE FORMLER

$$
\begin{aligned}
i &= \sqrt{-1} \\
e^{i\theta} &= \cos(\theta) + i\sin(\theta) \\
e^{-i\theta} &= \cos(\theta) - i\sin(\theta) \\
e^{i\pi/2} &= i \\
e^{i\pi} &= -1 \\
\mathrm{Im}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}] &= \sin\theta \\
\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}] &= \cos\theta
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sin(ax)}{dx} &= a\cos(ax) \\
\frac{d\cos(ax)}{dx} &= -a\sin(ax)
\end{aligned}
$$

$$\int dx\ x^n = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$$

Gauss sin lov

$$\int\int d\vec{S}\cdot\vec{E} = \frac{Q_{\mathrm{tot}}}{\varepsilon_0}$$

Permittiviteten for vakuum:

$$\varepsilon_0 = 8.8542\cdot 10^{-12}C^2/Nm^2$$

Permeabiliteten for vakuum:

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}Tm/A$$

Energien i en kapasitans

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Energien i en induktans

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Elektrisk felt mellom to kondensator plater med flateladning σ og et dielektrisk materiale imellom platene

$$E - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \kappa}$$

For små vinkler har vi

$$\tan\theta \approx \sin\theta$$

Plancks konstant

$$\begin{aligned} \hbar &= \frac{h}{2\pi} \\ h &= 6.6262 \cdot 10^{-34} Js \end{aligned}$$

En elektronvolt ($1eV$) er den energien et elektron får ved å aksellereres fra null hastighet over et spenningsfall på $1V$,

$$1eV = 1.602 \cdot 10^{-19} J$$

Elektronets masse

$$m = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$$