NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Lars Petter Endresen
Telefon: 9 36 63

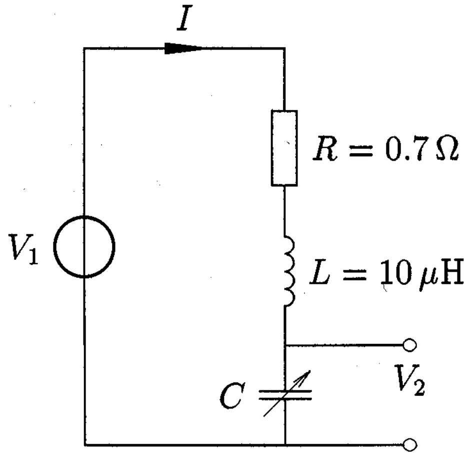
Eksamen i fag SIF4008 FYSIKK for Marin
Torsdag 27. mai 1999
Tid: 09:00—15:00
Sensur: 17. juni 1999

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator.
K. Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver).
O.H. Jahren og K.J. Knudsen: Formelsamling i matematikk.

Dette eksamenssettet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg på 1 side.

Oppgave 1:

Figuren til høyre viser en del av en elektrisk krets i en kortbølgeradio, en RLC–seriesvingekrets der en motstand (R) er koblet i serie med en spole (L) og en variabel kondensator (C). Vi kan ta inn forskjellige radiostasjoner ved å justere verdien til kapasitansen C. V_1 er en spenning fra antennen med vinkelfrekvens $\omega = 2\pi f$ og V_2 er spenningen som går videre inn i radioen.



a) Finn den komplekse impedansen til kretsen og vis at den på polar form kan skrives:

$$Z = |Z|e^{j\phi}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right).$$

b) Finn strømmen I i kretsen uttrykkt ved V_1, R, L, C og ω.

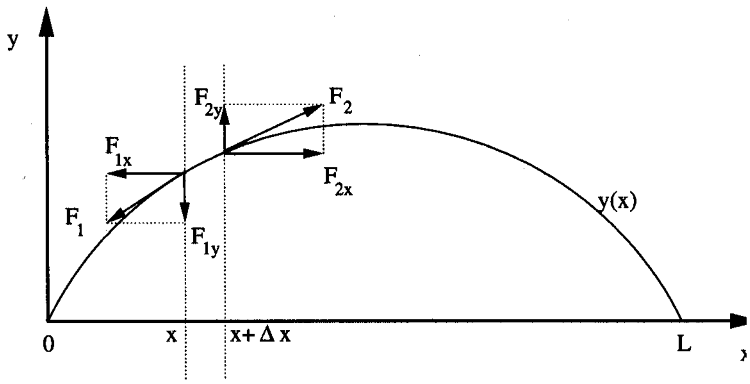
c) Finn forholdet V_2/V_1. Tips: Bruk Ohms lov $V = ZI$.

d) Vi vil benytte radioen til å høre på BBC World Service som sender på $f_{\text{BBC}} = 9410\,\text{kHz}$. Hvilken verdi må da kapasitansen C ha? Tips: Bestem C ut i fra kretsens resonansfrekvens.

e) En tvungen, dempet svingning i et mekanisk svingesystem med en masse m, en demping b og en fjærstivhet k er gitt av: $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t$. Utled en tilsvarende ligning for kretsen over. Forklar analogien mellom de to systemene.

Oppgave 2:

Skissen til høyre viser kreftene som virker på en gitarstreng som har tetthet per lengdeenhet μ og formen $y(x)$. Strengen er fastspent i $x = 0$ og $x = L$.



a) Ta utgangspunkt i Newtons andre lov og utled bølgeligningen

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

for strengen hvor bølgefarten er gitt ved $v = \sqrt{F/\mu}$. Tips: anta at summen av kreftene på et lite element Δx av strengen er null i x–retning (dvs. $|F_{2x}| = |F_{1x}| = F$).

b) En bølge på strengen er gitt ved:

$$y(x,t) = A[\sin(\omega t - kx) - \sin(\omega t + kx)] .$$

Forklar de to leddene i denne ligningen. Hva kalles den resulterende bølgen? Bestem ut i fra grensebetingelsen $y(L,t) = 0$ en ligning for strengens grunntone (frekvens f i Hz), hvor L, F og μ inngår. Strekket i strengen er ved $T = T_0 = 36\,°\mathrm{C}$ lik $F = F_0 = 99.8\,\mathrm{N}$ og tettheten er $\mu = 0.00101\,\mathrm{kg/m}$. Hva må strengens lengde L være for at grunntonen skal være en H ($f = 247.5\,\mathrm{Hz}$)?

c) Grunntonen til en seljefløyte som er åpen i begge ender er ved $T_0 = 36\,°\mathrm{C}$ en Diss ($f = 311.1\,\mathrm{Hz}$). Hva er fløytas akustiske (effektive) lengde?

d) Forklar hvordan grunntonen til gitaren og grunntonen til fløyta vil variere med temperaturen. Ved hvilken temperatur $T = T_1$ vil gitaren og fløyta ha samme grunntone? Hva er frekvensen da? Hvilken tone er det?

e) Forklar hvordan lyden fra fløyta og gitaren vil høres ut sammen, når temperaturen ikke er nøyaktig T_1. Hva kalles dette fenomenet?

Oppgitt:

$$\sin x - \sin y = 2\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

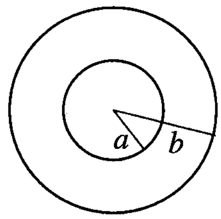
Molvekten til luft er $M = 28.8\,\mathrm{g/mol}$. Luft består hovedsaklig av to–atomige gasser, dvs. $\gamma = 7/5 = 1.4$. Ideell gass konstant: $R = 8.314\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}$. Lydfarten i luft er $v = \sqrt{\gamma RT/M}$. Gitarstrengen har Youngs modolus $Y = 2.0\cdot 10^{11}\,\mathrm{Pa}$, lineær utvidelseskoeffisient $\alpha = 1.20\cdot 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$ og tverrsnitt $A = 5.05\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}^2$. Variasjonen i kraften på strengen som funksjon av temperaturen er:

$$F = F_0 - YA\alpha(T - T_0) ,$$

når kraften er F_0 ved temperaturen T_0.

Tone	Frekvens (Hz)
A	220.0
B	233.1
H	247.5
C	261.6
Ciss	277.2
D	293.7
Diss	311.1
E	329.6
F	349.2
Fiss	370.0
G	392.0
Giss	415.3

Oppgave 3:



En koaksialkabel består av en senterleder omgitt av en sylinderformet ledende skjerm. Benytt her sylinderkoordinater, z for lengde og r for radius. Senterlederen har radius $r = a$ mens skjermen har radius $r = b$. Mellom $r = a$ og $r = b$ er det et isolerende materiale med permeabilitet $\mu_r = 1$ og permittivitet $\epsilon_r = 2.3$. Det går en strøm I på senterlederen og en lengde $z = l$ av senterlederen har en netto ladning Q.

a) Bruk Gauss' lov til å finne E–feltet mellom de to lederne som funksjon av radius r. Skisser retningen på feltet.

b) Vis at kabelens kapasitans per lengdeenhet $C_0 \equiv C/l$ er

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} .$$

Tips: benytt relasjonen $C = Q/V$.

c) Bruk Ampères lov til å finne B–feltet mellom de to lederne som funksjon av radius r. Skisser retningen på feltet.

d) Vis at kabelens induktans per lengdeenhet $L_0 \equiv L/l$ er

$$L_0 = \frac{\mu_0\mu_r}{2\pi}\ln\left(\frac{b}{a}\right) .$$

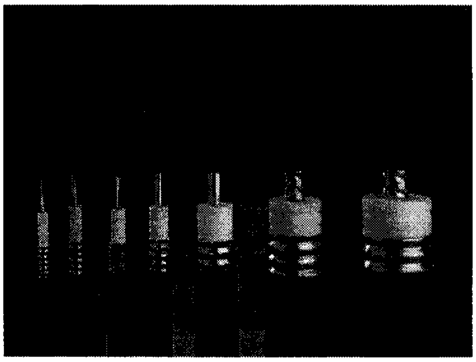
Tips: benytt relasjonen $L = \Phi_B/I$, der $\Phi_B = \iint_S \vec{B}d\vec{A}$ er den samlede magnetiske fluksen som strømmer gjennom arealet S

$$S = \begin{cases} a < r < b \\ 0 < z < l . \end{cases}$$

e) Kabelens karakteristiske impedans er:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} .$$

Forklar hva som menes med begrepet karakteristisk impedans. Hva må forholdet b/a være for at den karakteristiske impedansen skal være $50\,\Omega$?



Figur 1: En hel familie av koaksialkabler, alle med impedansen $50\,\Omega$.

:dlegg 1:

:oulomb:	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$;	$\vec{E}$–felt: $\vec{E} = \vec{F}/q$;
;auss:	$\oiint \epsilon_0 \vec{E} d\vec{A} = Q$;	(Q: netto ladning innenfor lukket flate.);
:lektrisk potensial:	$\vec{E} = -\nabla V$;	$V = -\int \vec{E} d\vec{r}$;
:apasitans:	$C = \frac{Q}{V}$;	Energi i kondensator $U = \frac{1}{2}CV^2$;
:lektrisk feltenergi per volumenhet:	$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$;	(i vakuum) ;
dielektrisk medium:	$\epsilon_0 \to \epsilon_0\epsilon_r = \epsilon$;	(ϵ_r = relativ permittivitet) ;
:raft på ladning i bevegelse:	$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$;	
Iagnetiske monopoler finnes ikke:	$\oiint \vec{B} d\vec{A} = 0$;	
:iot–Savart:	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$;	
.mpère:	$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$;	(I: strøm omsluttet av integrasjonsvegen) ;
'araday:	$\varepsilon = -\frac{\Phi_B}{dt}$;	(Φ_B: magnetisk fluks gjennom sløyfe) ;
elvinduktans:	$L = \frac{N\Phi_B}{I}$;	($N\Phi_B$: magnetisk fluks gjennom spole med N vindinger) ;
Iagnetisk energi i spole:	$U = \frac{1}{2}LI^2$;	
Iagnetisk feltenergi per volumenhet:	$u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$;	(i vakuum) ;
materielt medium:	$\mu_0 \to \mu_0\mu_r = \mu$;	(μ_r = relativ permeabilitet) ;
:esistans:	$R = \rho l/A$;	(ρ = resistivitet ; l = lengde ; A = tverrsnitt) ;
Iotstand R:	$i_R = \frac{v}{R}$;	$v_R = Ri$;
pole L:	$i_L = \frac{1}{L}\int v dt$;	$v_L = L\frac{di}{dt}$;
:ondensator C:	$i_C = C\frac{dv}{dt}$;	$v_C = \frac{1}{C}\int i dt = \frac{Q}{C}$ (siden $i = \frac{dQ}{dt}$) ;
)hms lov:	$V = ZI$; ;	(Z = impedans) ;
npedans motstand:	$Z_R = R$;	
npedans spole:	$Z_L = j\omega L$;	
npedans kondensator:	$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$;	
:ølgeligningen:	$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2y}{dt^2}$;	
Iaturfrekvenser:	$f_n = \frac{nv}{2L}$;	$n = 1, 2, 3, \cdots$; v = bølgefart; L =lengde
:ølgerelasjoner:	$\lambda f = v$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$;	$\omega = 2\pi f$; $\omega = vk$;
:lektromagnetiske bølger i vakuum:	$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$;	$\nabla^2\vec{E} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$; $\nabla^2\vec{B} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$;
Iaxwells ligninger på vektorform:	$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$;	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$;
	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$;	$\nabla \times \vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$;
nterferens fra N parallelle spalter med	naboavstand d:	$I(\theta) = I_0\frac{\sin^2(\frac{Nd\pi}{\lambda}\sin\theta)}{\sin^2(\frac{d\pi}{\lambda}\sin\theta)}$;
)iffraksjon fra én spalt med bredde a:	$I(\theta) = I_0\frac{\sin^2\frac{\Psi}{2}}{(\frac{\Psi}{2})^2}$;	$\Psi = ka\sin\theta$;

:onstanter:

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$; $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$;

$e = 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$; $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$;

$R = 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{molK}}$; $c = 3.00 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$;