

NORGES TEKNISK-  
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Førsteamanuensis Knut Arne Strand  
Telefon: 73 59 34 61

### EKSAMEN I FAG SIF 4008 FYSIKK

Fredag 26 mai 2000

kl. 0900-1500

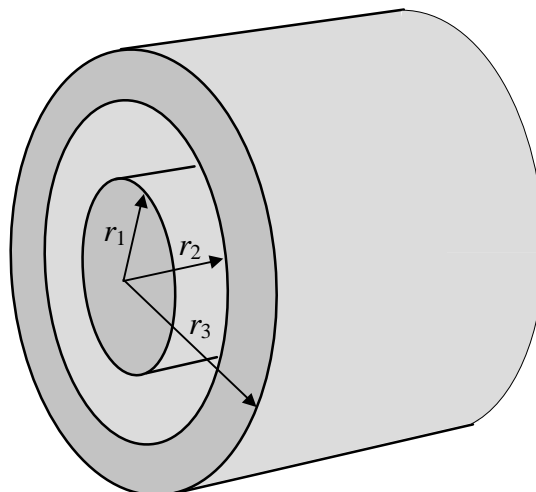
Bokmål

- Hjelpemidler: B2
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU
  - O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
  - K. Rottmann: Matematisk formelsamling

Sensuren faller i uke 25.

#### Oppgave 1

Vi skal i hele denne oppgaven betrakte en lang massiv sylinder med radius  $r_1$  omgitt av et konsentrisk sylindrisk skall med indre radius  $r_2$  og ytre radius  $r_3$ . Vi antar at den kompakte sylindere (kjernen) og skallet begge er så lange (sammenlignet med  $r_1$ ,  $r_2$  og  $r_3$ ) at endeffekter inklusive felt som ikke er radielt rettet, kan neglisjeres (felter nær endene skal heller ikke finnes). Både kjernen og skallet er lagd av et ledende materiale. Utenfor skallet er det luft. Permittiviteten for luft skal regnes lik permittiviteten  $\epsilon_0$  for vakuum, og permeabiliteten både for luft, kjerne og skall, skal regnes lik permeabiliteten  $\mu_0$  for vakuum. Avstanden fra sylindereaksen kalles  $r$ .



For punkt a, b, c og d nedenfor antar vi at kjernen har uniform positiv ladning  $I$  pr. lengdeenhet og at skallet har null nettoladning.

For punkt a, b, c, e og f antar vi at vi mellom kjernen og skallet har luft.

- Finne det elektriske feltet  $E(r)$  mellom kjernen og skallet ved hjelp av Gauss' lov !
- Hva er det elektriske feltet inne i kjernen og skallet ? Begrunn svaret !
- Finne  $E(r)$  også utenfor skallet og lag en skisse av  $E(r)$  for alle verdier av  $r$  !
- Vi lar nå et dielektrisk materiale med relativ permittivitet  $\epsilon_r = 4,0$  fylle rommet mellom kjerne og skall (utenfor skallet er det fortsatt luft). Finne og skissér  $E(r)$  for alle  $r$  for denne situasjonen !

Vi lar det så gå en likestrøm  $I_0$  uniformt fordelt (pr. arealenhet) i sylinderkjernen og langs denne.

- Finne ved hjelp av Ampère's lov magnetfeltet  $B(r)$  forårsaket av  $I_0$  for  $r_1 < r < r_2$  og angi retningen til  $\vec{B}(r)$  i forhold til retningen av  $\vec{I}_0$  !
- Finne feltet  $B(r)$  for alle verdier av  $r$  og lag en skisse av  $B(r)$  som funksjon av  $r$  !

### Oppgitt

- For en vilkårlig lukket flate (i vakuum) som omhyller en samling ladninger, gjelder Gauss' lov:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

der  $\vec{E}$  er elektrisk felt gjennom flaten og  $Q_{\text{encl}}$  er algebraisk sum av ladning innenfor den lukkede flaten.  $\epsilon_0$  er permittivitet i vakuum.

- For en vilkårlig lukket flate i et dielektrikum med permittivitet  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  der  $\epsilon_r$  er relativ permittivitet, modifieres Gauss' lov til:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl, fri}}}{\epsilon}$$

der  $Q_{\text{encl, fri}}$  er algebraisk sum av frie ladninger innenfor den lukkede flaten.

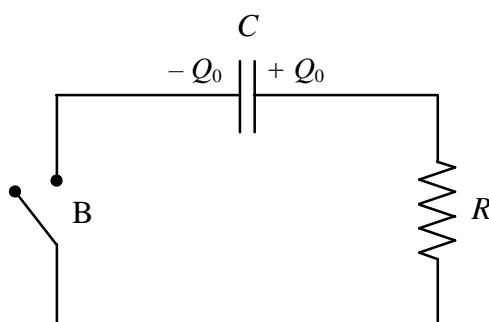
- For en vilkårlig lukket sløyfe i vakuum der vi ikke har tidsvarierende elektrisk felt, gjelder Ampère's lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

der  $\vec{B}$  er magnetisk felt langs sløyfen og  $\mu_0$  er permeabiliteten i vakuum.  $I_{\text{encl}}$  er algebraisk sum av strømmene innelukket i sløyfen. Ampère's lov for vakuum er med svært god tilnærming gyldig også for luft. Vi antar også at det ledende materialet i kjernen og skallet er slik at Ampère's lov for vakuum, kan nyttes også for dette materialet.

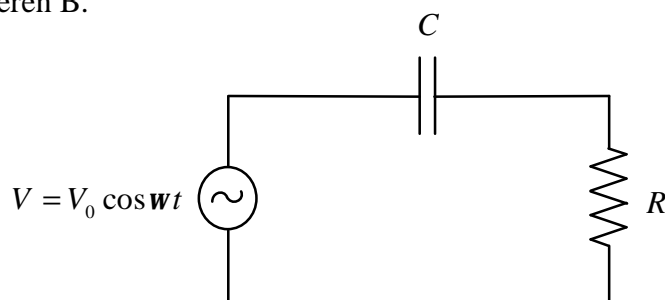
## Oppgave 2

- a) Vi betrakter en krets som vist nedenfor bestående av en kondensator med kapasitans  $C$ , en ren resistans med motstand  $R$  og en bryter  $B$ .



For tid  $t < 0$  er bryteren frakoplet og kondensatoren har ladning  $Q_0$  (dvs. at kondensatorplatene har ladning  $-Q_0$  og  $+Q_0$ ). Ved  $t = 0$  slås bryteren på. Finn ladningen  $q$  på kondensatoren og strømmen  $i$  for kretsen som funksjon av tiden  $t$  for  $t > 0$  !

- b) Vi betrakter så en tilsvarende krets som den ovenfor men med en påtrykt veksel elektromotorisk spenning  $V = V_0 \cos \omega t$  (der  $\omega$  er vinkelfrekvens) i stedet for bryteren  $B$ .



Skriv opp på reell form Kirchoffs andre lov for kretsen uttrykt ved ladningen  $q$  på kondensatoren,  $R$ ,  $C$ ,  $V_0$ ,  $\omega$  og  $t$  !

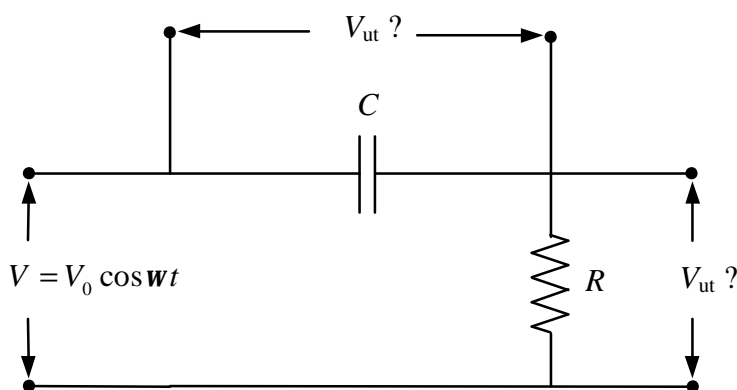
Skriv også opp den komplekse representasjonen av denne ligningen !

- c) Den stasjonære løsningen for strømmen  $i$  for kretsen beskrevet i pkt. b kan ved kompleks representasjon skrives:

$$i = |i_0| e^{j(\omega t + \phi)}$$

Finn  $|i_0|$  og  $\phi$  uttrykt ved  $V_0$ ,  $R$ ,  $C$  og  $\omega$  ! Skriv også opp løsningen for strømmen  $i$  på reell form !

- d) Vi vil så nytte kretsen som et enkelt lavpassfilter, dvs. at bare spenninger med små frekvenser  $\omega$  skal slippe gjennom. Spenningen inn på kretsen er fortsatt  $V = V_0 \cos \omega t$ .



Må en da ta ut spenningen  $V_{ut}$  over motstanden  $R$  eller over kondensatoren ?

Vis at når en tar spenningen ut over den egnede krets-komponenten, så har vi når kompleks representasjon for  $V_{ut}$  nyttes:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{|V_{ut}|}{V_0} = 1$$

og tilnærmet:

$$\frac{|V_{ut}|}{V_0} \approx \frac{1}{\omega}$$

for tilstrekkelig store  $\omega$ .

Vi legger så inn en spole med induktans  $L$  i serie med de andre komponentene i kretsen og tar fortsatt ut spenningen over samme krets-komponent som ovenfor. Vil da kretsen virke mer eller mindre effektivt som lavpassfilter (sammenlignet med kretsen uten spole) ? Begrunn svaret utførlig !

### Oppgitt

- Kirchoffs andre lov:

Den algebraiske summen av potensialdifferansene i enhver lukket sløyfe er null, dvs.

$$\sum_i V_i = 0$$

- Spenningsfall over ren resistans med motstand  $R$  når strømmen er  $i$ :  $Ri$
- Spenningsfall over kondensator med kapasitans  $C$  når ladningen på platene er  $+q$  og  $-q$ :  $\frac{q}{C}$
- Impedans for en spole med induktans  $L$ :  $j\omega L$  med  $j = \sqrt{-1}$
- Impedans for en kondensator med kapasitans  $C$ :  $\frac{1}{j\omega C}$

### Oppgave 3

Vi skal i hele denne oppgaven betrakte et bølgetog med overflatebølger som forplanter seg på grenseflaten vann/luft. Vi antar at bølgetoget hovedsakelig har fourierkomponenter med bølgelengde mellom  $\lambda = 5,00$  m og  $\lambda = 10,0$  m.

For punkt a, b og c antar vi at bølgetoget forplanter seg på så dypt vann at vi med god tilnærming kan nytte dispersjonsrelasjonen:

$$\omega = (gk)^{1/2}$$

der  $\omega$  er vinkelfrekvensen,  $g = 9,82$  m/s<sup>2</sup> og  $k = 2\pi/\lambda$ .

- Finn fasehastighet til bølgelengdekomponentene (fourierkomponentene) med  $\lambda = 5,00$  m og  $\lambda = 10,0$  m !
- Finn gruppehastighet til bølgelengdekomponentene med  $\lambda = 5,00$  m og  $\lambda = 10,0$  m !

- c) Vi antar så at bølgetoget der det genereres har ca 50 m utstrekning og at det så forplanter seg bortover en ellers plan vannflate. Ankomsttid for forskjellige bølgelengdekomponenter observeres i en avstand 2,00 km fra området der bølgetoget er generert.  
Finn forskjellen i ankomsttid for bølgelengdekomponenten med  $\lambda = 10,0$  m og bølgelengdekomponenten med  $\lambda = 5,00$  m !
- d) Vi betrakter så det tenkte tilfellet at et bølgetog med de samme bølgelengdekomponenter som ovenfor, forplanter seg på vann med så liten dybde  $D$  at vi kan anta at følgende dispersjonsrelasjon gjelder for alle bølgelengdekomponentene:

$$w = \sqrt{gD} k$$

Vil bølgetoget i denne situasjonen forandre utstrekning mens det forplanter seg bortover en ellers plan vannflate ? Begrunn svaret !

### Oppgitt

- Gruppeshastighet  $v_g$  er definert ved:

$$v_g \equiv \frac{dw}{dk}$$

Merk at når vi har dispersjon, må  $\frac{dw}{dk}$  tas for aktuell  $k$ -verdi.

### Oppgave 4

I denne oppgaven skal vi beskjeftige oss med noen forskjellige eksperimenter som kan gjøres med lys.

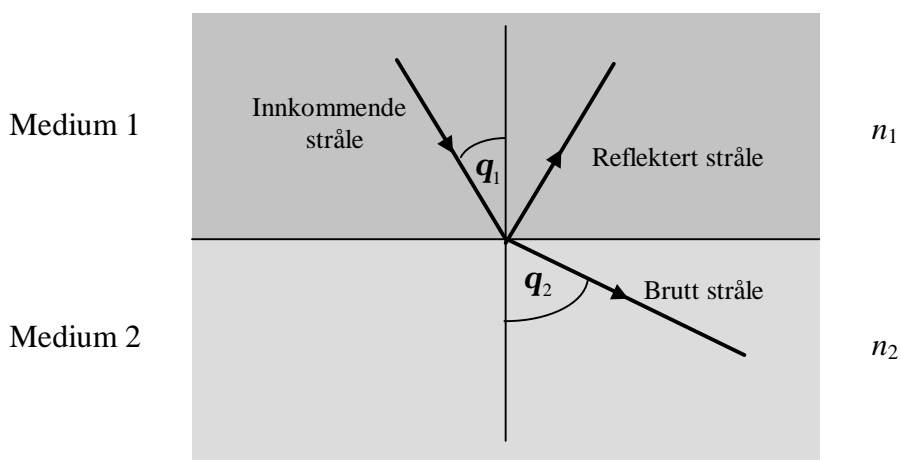
Vi skal først betrakte et historisk viktig eksperiment, nemlig Youngs interferenseeksperiment (også kalt Youngs tospalteeksperiment) utført av T. Young i 1801.

- a) Gi en prinsippsskisse for dette eksperimentet og forklar hvordan det viser at lys må ha periodisk bølgenatur !

- b) Vi tenker oss at vi gjør Youngs interferensforsøk to ganger med to forskjellige lyskilder, begge med middelbølgelengde 500 nm. Vi antar at begge lyskildene sender ut lysstråler som er fullstendig koherente over hele tverrsnittet før de kommer inn mot spalteskjermen der det er to spalter (som begge har bredde  $\ll 500$  nm) med avstand  $100 \mu\text{m}$ . Den ene lysstrålen antar vi har koherenslengde  $\ell_c$  lik  $5 \mu\text{m}$  og den andre  $\ell_c$  lik 5 km.
- Vil interferensmønsteret på observasjonsskjermen (dvs. den skjermen der interferensmønsteret observeres) være annerledes når  $\ell_c = 5 \mu\text{m}$  enn når  $\ell_c = 5 \text{ km}$ ? Hvis ja, forklar kvalitativt hvordan det er annerledes og hvorfor!

Når lys går fra et medium med brytningsindeks  $n_1$  til et annet med brytningsindeks  $n_2$  forskjellig fra  $n_1$ , vil en del av det innkommende lys bli reflektert. Den resterende del av lyset går inn i det andre mediet og brytes på overgangen mellom mediene. For den brutte stråle gjelder Snells lov:

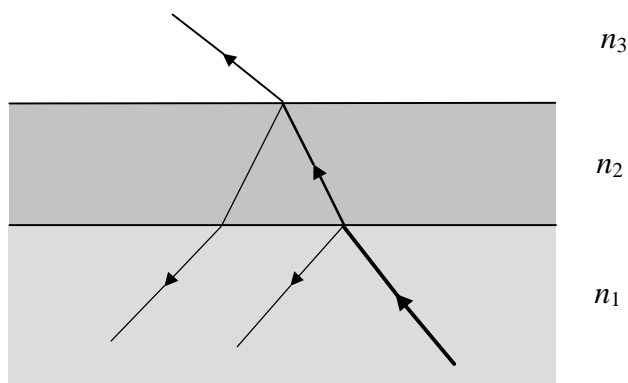
$$n_1 \sin \mathbf{q}_1 = n_2 \sin \mathbf{q}_2$$



Dersom  $n_1$  er større enn  $n_2$ , og  $\mathbf{q}_1$  overstiger en kritisk verdi  $\mathbf{q}_c$ , vil alt lys bli reflektert og intet lys gå fra medium 1 til medium 2.

- c) Finn  $\mathbf{q}_c$  (kalt kritisk vinkel) uttrykt ved  $n_1$  og  $n_2$  (antatt  $n_1 > n_2$ ) !

- d) En plan oljefilm (med brytningsindeks  $n_2 = 1,50$ ) ligger på et plant sjikt av vann med brytningsindeks  $n_1 = 1,33$ . Hva er maksimum innfallsvinkel en lysstråle som kommer nedenfra kan ha på grenseflaten vann/olje om noe av dens lys skal kunne unnslippe (dvs. komme ut i luften som har brytningsindeks  $n_3 = 1,00$ ) ?



Er svaret avhengig av verdien på brytningsindeksen  $n_2$  (samme hva denne er så sant den er større enn 1) ? Begrunn svaret !

Vi skal til slutt betrakte en tynn, plan oljefilm (av en annen type olje enn i pkt. d) med brytningsindeks 1,30 som ligger på et plant sjikt av vann (med brytningsindeks 1,33). Vi sender nå kvitt lys tilnærmet normalt ned på denne oljefilmen. (Vi ser her bort fra at oljefilmens brytningsindeks er svakt bølgelengdeavhengig.) De eneste farger vi ser tydelig reflektert (dvs. forsterket over de andre) er rødoransje med bølgelengde ca. 645 nm og fiolett med bølgelengde ca. 430 nm.

- e) Hva er tykkelsen på oljefilmen ?  
(Vi er her ute etter den minste tykkelsen som oppfyller ovenstående.)

### Oppgitt

- Når bølgelengden for lys i vakuum (eller luft) er  $I_0$ , så er bølgelengden  $I$  for det samme lyset i et stoff med brytningsindeks  $n$  gitt ved:

$$I = I_0 / n$$