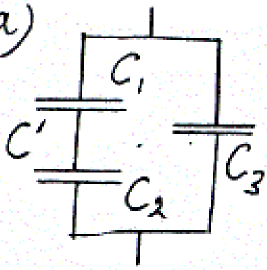
Eksamen i emne SIF4008
Fysikk, den 6/5-2002.

Forslag til løsning.

①

Oppgave 1

a)



Seriekopling av kapasitansene C_1 og C_2 gir kapasitansen C' bestemt ved

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_1} + \frac{3}{2C_1} = \frac{5}{2C_1}$$

$$C' = \frac{2}{5} C_1$$

Parallellkopling av kapasitansene C' og C_3 gir så

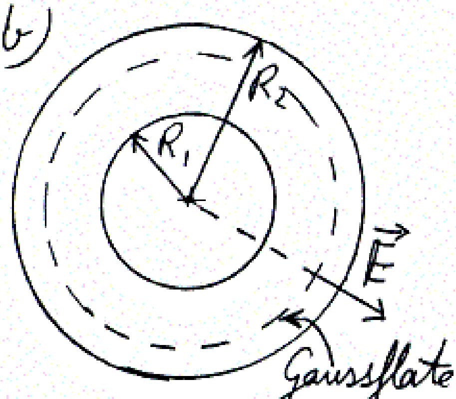
$$C = C' + C_3 = \frac{2}{5}C_1 + \frac{1}{3}C_1 = \underline{\underline{\frac{11}{15} C_1}} \quad (= 0{,}73 \cdot C_1)$$

Kapasitansen C_1 blir

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 2{,}4 \cdot \frac{5{,}5 \cdot 10^{-4} m^2}{3{,}5 \cdot 10^{-3} m} = 3{,}34 \cdot 10^{-12} \frac{As}{V}$$

$$= \underline{\underline{3{,}34 \, pF}}$$

b)



Lar Gaussflaten være en kuleflate med radius r. Gauss lov gir så

$$\oint \vec{E} \, d\vec{A} = q_i / \varepsilon_0$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_i}{\varepsilon_0}$$

$$\underline{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r^2}}$$

Innenfor det indre skallet er det ingen ladning (dvs. $q_i = 0$) slik at

$$E = \underline{\underline{0}} \qquad \text{for } r < R_1$$

Mellom kuleskallene er ladningen innenfor Gaussflaten $q_i = Q_1$ som gir

$$\underline{\underline{E = E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r^2}}} \quad \text{for } R_1 < r < R_2,$$

mens utenfor kuleskallene er $q_i = Q_1 + Q_2$ som gir

$$\underline{\underline{E = E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1+Q_2}{r^2}}} \quad \text{for } R_2 < r.$$

c) Med det gitte potensialet er potensialforskjellen mellom kuleskallene

$$\Delta V = V(R_1) - V(R_2) = K_1 Q\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \underline{K_1 Q\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}}$$

Kapasitansen er følgelig

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{K_1 Q}\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = \underline{\underline{\frac{R_1 R_2}{K_1(R_2 - R_1)}}}$$

Med $V(r) = \frac{K_1}{r} + K_2$ er det elektriske feltet

$$E = E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \underline{\frac{K_1 Q}{r^2}} \quad \left[\text{Sml punkt b) gir } K_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \text{ med } Q_1 = Q.\right]$$

Feltet E er størst ved $r = R_1$ slik at den største verdien er gitt ved

$$E_m = \frac{K_1 Q}{R_1^2}$$

som gir

$$K_1 Q = \underline{E_m R_1^2}$$

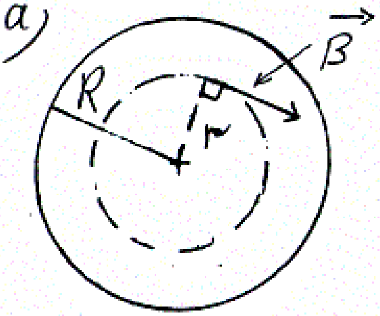
Potensialforskjellen ΔV når coronautladninger starter (eller ved overslag) blir

$$\Delta V = K_1 Q\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} = E_m\frac{R_1(R_2 - R_1)}{R_2} =$$

$$3\cdot 10^6\,\text{V/m}\cdot\frac{0{,}15(0{,}30 - 0{,}15)}{0{,}30}\,\text{m} = \underline{\underline{2{,}25\cdot 10^5\,\text{V}}}$$

Oppgave 2.

a)



Benytter Ampères lov og legger integrasjonskurven (sirkel) i avstand r fra sentrum. Dette gir

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I = \mu_0 I(r)$$

$$B = \frac{\mu_0 I(r)}{2\pi r}$$

der $I(r)$ er strømmen innenfor radien r. Med jamn fordeling over ledertverrsnittet blir da

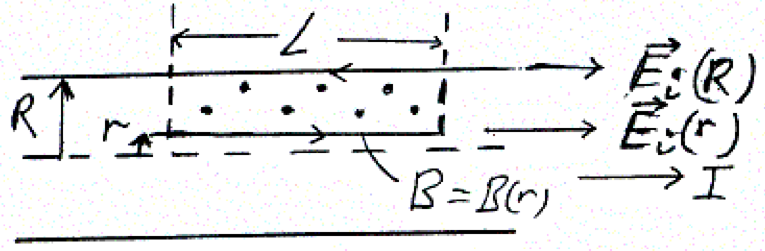
$$I(r) = \begin{cases} I\left(\frac{r}{R}\right)^2 & \text{for } r<R \\ I & \text{for } r>R \end{cases}$$

slik at

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\, r\,, \qquad r<R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,, \qquad r>R$$

b)



Bestemmer først magnetisk fluks gjennom rektangelet

$$\phi_B = \int \vec{B}\,d\vec{A} = L\int_r^R B\,dr_1 = \frac{\mu_0 I L}{2\pi R^2}\int_r^R r_1\,dr_1 = \frac{\mu_0 I L}{2\pi R^2}\Big|_r^R \frac{1}{2} r_1^2$$

$$= \frac{\mu_0 I L}{4\pi R^2}\left(R^2 - r^2\right)$$

Med $I = I_0 \sin \omega t$ finner en

$$\dot{I} = \frac{dI}{dt} = \omega I_0 \cos \omega t$$

slik at indusert elektromotorisk kraft blir

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 \omega . I_0 L \cos \omega t}{4\pi R^2}\left(R^2 - r_i^2\right)$$

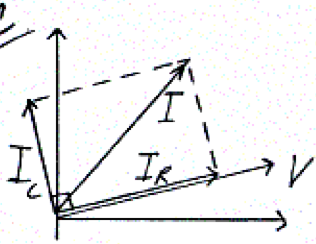
Med elektrisk felt $\vec{E}_i$ rettet langs lederen finner en for integralet langs sidene av rektangelet ($r_1 = r$, $r_2 = R$)

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}\, d\vec{l} = \left(E_i(r) - E_i(R)\right)L = \Delta E \cdot L$$

og følgelig

$$\Delta E = \Delta E(r) = -\frac{\mu_0 \omega I_0}{4\pi}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\cos \omega t$$

c



Strømmen gjennom motstanden er

$$I_R = \frac{1}{R}V$$

mens den gjennom kapasitansen er

$$I_C = \omega C V$$

der strømmen er faseforskøvet 90° foran spenningen. Fra viserdiagrammet blir følgelig størrelsen på strømmen

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}\; V$$

$$F = I/V = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

[Alternativt ved bruk av komplekse tall:

Parallellkopling av impedans: $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{1/(i\omega C)}$ $= \frac{1}{R} + i\omega C$. Med $V = Z I$ blir dermed

$$F = \frac{I}{V} = \frac{1}{Z} \Rightarrow F = \left|\frac{1}{Z}\right| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}\;]$$

Oppgave 3

a) Lydintensiteten er proporsjonal med kvadratet av amplituden, dvs. $I = Kp^2$ der K er konstant. Dette gir

$$I_B = K p_B^2 = K\left(\tfrac{1}{3}p_A\right)^2 = \underline{\underline{\tfrac{1}{9} I_A}}$$

Ved interferens blir resulterende intensitet

$$I = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B}\cos\delta$$

Maksimal intensitet oppstår ved $\cos\delta = 1$ og den minimale ved $\cos\delta = -1$. Dvs.

$$I_M = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} = I_A\left(1 + \tfrac{1}{9} + 2\sqrt{1\cdot\tfrac{1}{9}}\right) = \underline{\underline{\tfrac{16}{9} I_A}}$$

$$I_m = I_A + I_B - 2\sqrt{I_A I_B} = \underline{\underline{\tfrac{4}{9} I_A}}$$

[Alternativt: $I_M = K(p_A + p_B)^2 = K\left(\tfrac{4}{3}p_A\right)^2 = \underline{\tfrac{16}{9} I_A}$ $\left(= \left(\sqrt{I_A} + \sqrt{I_B}\right)^2\right)$

$I_m = K(p_A - p_B)^2 = K\left(\tfrac{2}{3}p_A\right)^2 = \underline{\tfrac{4}{9} I_A}$ $\left(= \left(\sqrt{I_A} - \sqrt{I_B}\right)^2\right)$]

b) Lydintensitetsnivået er gitt ved

$$\beta = 10 \lg(I/I_0) \qquad (\lg = \log_{10})$$

der $I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$. Lydintensiteten ved avstanden R_1 blir følgelig

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = I_0 \cdot 10^{87/10} = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2} \cdot 10^{8,7}$$

$$= \underline{5{,}01 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W/m^2}}$$

Lyden sendes ut gjennom en kuleflate med radius $R_1 = 12\,\mathrm{m}$. Arealet til flaten er $A_1 = 4\pi R_1^2$. Utsendt lydeffekt fra kilden er følgelig

$$P = A_1 I_1 = 4\pi R_1^2 I_1 = 4\pi \cdot 12^2 \cdot 5{,}01 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W} = \underline{0{,}907\,\mathrm{W}} \quad (\approx 0{,}9\,\mathrm{W})$$

I avstanden R_2 er utsendt effekt P den samme mens kulearealet er endret til $A_2 = 4\pi R_2^2$. For lydintensiteten I_2 har en da følgelig

$$P = A_2 I_2 = A_1 I_1$$

$$I_2 = I_1 \frac{A_1}{A_2} = I_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

Lydintensitetsnivået ved avstanden R_2 er så

$$\beta_2 = 10 \lg\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \lg\left[\frac{I_1}{I_0}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]$$

$$= 10 \lg\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 + 10 \lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 20 \lg(R_1/R_2) + \beta_1$$

$$\lg(R_1/R_2) = (\beta_2 - \beta_1)/20 = (72-87)/20 = \underline{-0{,}75}$$

$$R_2 = R_1 \cdot 10^{0{,}75} = 12\,m \cdot 5{,}62 = \underline{\underline{67{,}5\,m}}$$

c) Avbøyningen θ er gitt ved

$$d \sin\theta = n\lambda \quad , \quad n = 1, 2, 3 \cdots \text{ (og } n = -1, -2, \ldots)$$

slik at $\sin\theta = n \frac{\lambda}{d}$

Med bølgelengder $\lambda_1 = 589{,}0$ nm og $\lambda_2 = 589{,}6$ nm og linjeavstand $d = 1/250\,mm^{-1} = 4 \cdot 10^3$ nm finner en

$$\lambda_1/d = 0{,}14725 \quad \text{og} \quad \lambda_2/d = 0{,}14740.$$

Nå må $\sin\theta < 1$ slik at ~~største~~ verdi for n blir $n = 6$.
Dette gir

$$\sin\theta_1 = 0{,}8835 \quad \text{og} \quad \sin\theta_2 = 0{,}8844$$

$$\theta_1 = 62{,}067^\circ \qquad \theta_2 = 62{,}178^\circ$$

Vinkelavstanden mellom de 2 linjene med ~~størst~~ avbøyning blir følgelig

$$\Delta = \theta_2 - \theta_1 = \underline{0{,}11^\circ}$$