Kontinuasjonseksamen i fag SIF4008
Fysikk, den 9/8 - 02. ①

Forslag til løsning.

Oppgave 1.

a) Sammenhengen mellom overflateladning $\sigma$ og elektrisk felt er

$$\sigma = \varepsilon_0 E$$

Videre har en så $\sigma = Q/A$ og $E = V/d$ der $Q$ er ladningen på platene og $V$ er spenningen mellom disse. Av dette finner en så

$$\frac{Q}{A} = \varepsilon_0 \frac{V}{d}$$

slik at kapasitansen blir

$$C = \frac{Q}{V} = \underline{\underline{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

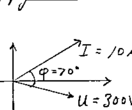
b) Det elektriske feltet mellom platene er summen av feltene fra hver av platene. Hver plate gir like store bidrag da begge har ladning av samme størrelse men motsatt fortegn. (På yttersiden av de 2 platene er da også resulterende felt lik 0.) Feltet fra hver plate har følgelig størrelse $E_p = \frac{1}{2}E$. Den tiltrekkende kraften på den motsatte platen blir følgelig

$$F = QE_p = \frac{1}{2}QE = \frac{1}{2}\sigma A E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 A E^2$$

$$E = \sqrt{\frac{2F}{\varepsilon_0 A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}11 \ \mathrm{VAs/m}}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}} \ 6{,}2 \cdot 10^{-2} \mathrm{m}^2}} = \underline{\underline{6{,}3 \cdot 10^5 \mathrm{V/m}}}$$

Oppgave 2.






Strømmen ligger foran spenning U p.g.a. induktansen.

Middlere tilført effekt: $P = I_e U_e \cos\varphi = \frac{1}{2} I U \cos\varphi$

$= \frac{1}{2}\, 10 \cdot 300 \cdot \cos 70^\circ \text{ W} = \underline{\underline{513 \text{ W}}}$

R og L bestemmes via impedansen Z og faservinkelen $\varphi$. Impedansen er

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{300}{10}\,\Omega = \underline{\underline{30\,\Omega}}$$

Nå er $Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

og $\quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R} \quad (\omega L = R \operatorname{tg}\varphi)$

Dette innebærer at

$$R = Z \cos\varphi \qquad \left(\text{da } Z = R\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi} = \frac{R}{\cos\varphi}\right)$$

$$R = 30\,\Omega \cdot \cos 70^\circ = \underline{\underline{10{,}3\,\Omega}}$$

$$\omega L \left(= R \operatorname{tg}\varphi\right) = Z_1 \sin\varphi$$

$$L = Z_1 \frac{\sin\varphi}{2\pi f} = 30 \cdot \frac{\sin 70^\circ}{2\pi\, 50}\text{ H} = \underline{\underline{8{,}97 \cdot 10^{-2}\text{ H}}}$$

## Oppgave 3.

a) Den magnetiske fluksen gjennom røret er gitt ved $(N=1)$

$$\phi_2 = \int \vec{B}\,d\vec{A} = BAN = B\frac{\pi}{4}d^2 = \mu_0 n I_1 \frac{\pi}{4}d^2 = MI_1$$

Den gjensidige induktansen blir følgelig

$$M = n\mu_0 \frac{\pi}{4}d^2 = \mu_0 \frac{\pi}{4}d^2 \frac{N_1}{L_1} = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{Vs}{Am}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(0{,}01m)^2\cdot\frac{300}{0{,}25m}$$

$$= 118\cdot10^{-9}\frac{Vs}{A} = \underline{1{,}18\cdot10^{-7}H}$$

Magnetfelt generert av strøm i røret

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{1}{l} I$$

Tilhørende fluks $(N=1)$

$$\phi_m = B A \cdot N = B\cdot\frac{\pi}{4}d^2 = \mu_0 \frac{1}{l}\frac{\pi}{4}d^2 I = L I$$

Selvinduktansen blir

$$L = \mu_0 \frac{\pi}{4}d^2\frac{1}{l} = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{Vs}{Am}\cdot\frac{\pi}{4}(0{,}01m)^2\cdot\frac{1}{0{,}1m}$$

$$= \underline{0{,}987\cdot10^{-9}H}\ (\approx 10^{-9}H)$$

b)

Som strømkrets blir røret en motstand med lengde $s = \pi d$ (omkretsen av røret) og bredde $l$. Tverrsnittet av lederen er $A = bl$ slik at motstanden blir

$$R = \rho \frac{s}{A} = \rho \frac{\pi d}{bl} = 1{,}7\cdot 10^{-8}\,\Omega m \;\frac{\pi\cdot 0{,}01\,m}{5\cdot 10^{-4}m\cdot 0{,}1\,m}$$
$$= \underline{1{,}07\cdot 10^{-5}\,\Omega}$$

c)

Fluksen i røret er som funnet foran:

$$\phi_m = \phi_{m2} = \mu_0 n \frac{\pi}{4} d^2 I_1 = M I_1 = M I_{10} \sin \omega t$$

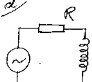
Indusert elektromotorisk spenning

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = \underline{-\omega M I_{01} \cos \omega t}$$

På grunn av symmetrien er det elektriske feltet konstant rundt røret (og tangensielt til dette). Følgelig har en $\mathcal{E} = \oint \vec{E}\, d\vec{s} = E \cdot \pi d$
og dermed

$$E = \underline{\frac{\mathcal{E}}{\pi d}} \left( = \frac{-\omega \mu_0 \frac{\pi}{4} d^2 \frac{N_1}{l} I_{10} \cos \omega t}{\pi d} = \underline{-\frac{1}{4}\omega \mu_0 d \frac{N_1}{l} I_{10} \cos \omega t} \right)$$

d)




Spenning over motstanden: $V_R = RI$
Spenning over spolen: $V_L = L\frac{dI}{dt}$
Spenning rundt kretsen: $V_R + V_L = \mathcal{E}$

Den resulterende differensiallikningen blir følgelig

$$\underline{L\frac{dI}{dt} + RI = \mathcal{E}}$$

Oppgave 4

a) Avbøyningsvinklene er bestemt av

$$d \sin\theta = n\lambda \qquad n = 1,2,3,4,\ldots$$

der $d$ er gitteravstanden $d = \frac{1}{700}\text{mm} = \frac{1}{7}\cdot 10^{-5}\text{m}$.

Dette gir $\sin\theta = \frac{\lambda}{d} n = \frac{632\cdot 10^{-9}}{\frac{1}{7}\cdot 10^{-5}} n = \underline{0{,}4424 \cdot n} \le 1$

De mulige avbøyningsvinklene blir

$$n = 1 \qquad \underline{\theta = 26{,}3^\circ}$$

$$n = 2 \qquad \underline{\underline{\theta = 62{,}2^\circ}}$$

b) Maksimal intensitet i retning F innebærer at resulterende faseforskjell $\delta = 0$. På grunn av veiforskjellen $\Delta L = \lambda/4$ faseforskyves lyden fra P en vinkel $\delta_1 = 2\pi \frac{\Delta L}{\lambda} = \pi/2$ før den kommer til kilden Q. For å kompensere dette må derfor kilden Q være faseforskjøvet en vinkel

$$\underline{\varphi = \frac{\pi}{2}} \quad (= 90^\circ)$$

i forhold til (etter) kilden P (dvs. $\delta = \delta_1 - \varphi = 0$).

Vi interferens mellom 2 kilder blir resulterende intensitet

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

Maksimal intensitet oppstår ved $\cos\delta = 1$ og den minimale ved $\cos\delta = -1$. Dvs.

$$I_M = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 = (1+\sqrt{2})^2 I_0 = \underline{\underline{5{,}83\, I_0}}$$

$$I_m = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 = (1-\sqrt{2})^2 I_0 = \underline{\underline{0{,}17\, I_0}}$$

Lydkilden S svinger i fase
Disse 2 alene vil da interferere konstruktivt og gi en resulterende intensitet ($\delta = 0$).

$$I_4 = I_1 + I_3 + 2\sqrt{I_1 I_3} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_3}\right)^2 = \underline{(1+\sqrt{3})^2 I_0} \; (= 7{,}46 I_0)$$

eller $\sqrt{I_4} = (1+\sqrt{3}) I_0$

Denne resulterende intensiteten $I_4$ vil nå tilsvare en enkelt kilde som erstatter kildene P og S. Siden P og S svinger i takt vil ikke fasen endres. Interferens med kilden Q vil derfor fremdeles være konstruktiv i foroverretningen F ($\delta = 0$) og destruktiv i bakoverretningen B ($\delta = \pi$). Så intensitetene blir

$$I_F = I_2 + I_4 + 2\sqrt{I_2 I_4} = \left(\sqrt{I_2} + \sqrt{I_4}\right)^2 = \left(\sqrt{2} + 1 + \sqrt{3}\right)^2 I_0 = \underline{17{,}2\, I_0}$$

$$I_B = I_2 + I_4 - 2\sqrt{I_2 I_4} = \left(\sqrt{I_2} - \sqrt{I_4}\right)^2 = \left(\sqrt{2} - 1 - \sqrt{3}\right)^2 I_0 = \underline{1{,}74\, I_0}$$

c) Frekvensene $f_1$ og $f_2$ til de 2 stemmegaflene er knyttet til svevefrekvensen $\Delta f$ og midlere frekvens $f$ ved

$$\Delta f = f_1 - f_2$$
$$f = \tfrac{1}{2}(f_1 + f_2)$$

På grunn av doppler effekt vil de gi samme frekvens $f_s$ når en løper mellom de. En har da

$$f_s = f_1\left(1 - \frac{v}{c}\right) = f_2\left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Dette bestemmer hastigheten $v$

$$f_1 - f_2 = (f_1 + f_2)\frac{v}{c}$$

$$v = c\,\frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2} = c\,\frac{\Delta f}{2f} = 345\,\text{m/s}\;\frac{4.0}{2 \cdot 262} = \underline{2{,}6\,\text{m/s}} \; \left(= \underline{9{,}5\,\text{km/time}}\right)$$