NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Førsteamanuensis Knut Arne Strand
Telefon: 73 59 34 61

EKSAMEN

FAG SIF4014 BØLGEFYSIKK/FYSIKK 3

OG

FAG MNFFY101 GENERELL FYSIKK II

Fredag 6. desember 2002

kl. 0900-1400

Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Bestemt, enkel kalkulator

Sensuren kan ventes i uke 2, 2003

Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor meget de vektlegges ved bedømmelse for karaktersetting. Merk at det etter hver hovedoppgave er oppgitt opplysninger som kan være nødvendige for å løse de enkelte underoppgaver. Merk også at avhengig av hvordan oppgaven løses, behøver ikke alt det som er oppgitt, verken under oppgitt eller i teksten, nyttes.

Oppgave 1 (14 %)

I denne oppgaven skal vi betrakte to tog A og B som kjører med lik og konstant hastighet $v_{\text{tog}} = 30{,}0$ m/s (i forhold til bakken) rettlinjet direkte mot hverandre. Begge togene har fløyter som når togene står i ro sender ut lyd med frekvens $f = 4{,}40 \cdot 10^2$ Hz. Vi antar for hele oppgaven at lydhastigheten i luft er $c = 333$ m/s.

a) Vi antar i dette punktet at luften der togene kjører er stillestående.
Finn frekvensen f_{m} togføreren på det ene toget vil måle for fløytelyden fra det andre !

b) Vi antar nå det tenkte tilfellet at det blåser en stødig vind langs skinnegangen med hastighet 10,0 m/s på hele strekningen mellom togene i retning fra tog A til tog B.
Finn frekvensen f_{A} togføreren i tog A vil måle fra fløyten i tog B og frekvensen f_{B} togføreren i tog B vil måle fra fløyten i tog A !

Oppgitt

- Det gjøres oppmerksom på at i ligning (17) i vedlagte formelsamling er hastigheten til kilden v_{s} antatt å være positiv i samme retning som lyden (den som betraktes) forplanter seg i mediet. Hastigheten til observatøren v_{m} er også antatt å være positiv i samme retning som lyden som han måler på, forplanter seg.

Oppgave 2 (50 %)

I denne oppgaven vil vi tenke oss at du (dvs. hver enkelt eksamenskandidat) en kveld etter at det er blitt mørkt går en tur og kommer til et lite, helt stille vann. På andre siden av vannet er der et lys (i toppen av en stolpe) som du ser speile seg i vannet.

a) Du har med deg en polarisator* og ser på speilbildet av lyset gjennom den. Du finner at ved å ha hodet i en spesiell høyde samtidig som du holder polarisatoren i en spesiell stilling, slukkes speilbildet av lyset fullstendig (eller nesten fullstendig) ut. Hvilken vinkel med vannflaten danner da det lyset du betrakter, og hvordan må du holde polarisatoren ?
(Med det siste spørsmålet menes: Hvordan må den retningen på polarisatoren som slipper gjennom det elektriske feltet, være stilt ?)

---

* Vi tenker oss, kanskje noe urealistisk, at du har tatt med deg på turen en polarisator, vedlagte formelsamling, kalkulator og papir og blyant.

b) Du fortsetter et lite stykke langs vannkanten og kommer til et sted der det ligger en oljefilm på vannet. Du ser på speilbildet av det samme lyset fra overgangen luft/olje og tar igjen fram polarisatoren. Du finner nå at dersom du skal slukke ut speilbildet av lyset fullstendig, må du betrakte speilbildet under litt mindre vinkel med vannflaten.
Hva kan du av dette slutte om brytningsindeksen for olje, n_{olje}, sammenlignet med den for vann, n_{vann}? Dvs. er n_{olje} større eller mindre enn n_{vann} ?
Begrunn svaret !

Du går så tilbake langs vannet til et sted vannet ikke har oljefilm og der dybden av vannet helt inn til stranden er større enn 0,50 m. Du kaster en stor stein 10 m ut i vannet og genererer bølger som blant annet har en fourierkomponent (frekvenskomponent) med tilhørende bølgelengde på 0,50 m.

c) Beregn fasehastigheten og gruppehastigheten til den fourierkomponenten som har bølgelengde $\lambda = 0{,}50$ m !
Vi antar at du er fornøyd med en tilnærmet verdi og at det er nøyaktig nok å bruke dispersjonsrelasjonen:

$$\omega = \sqrt{gk}$$

der ω er vinkelfrekvensen, $k = 2\pi / \lambda$ og g er tyngdens akselerasjon.

d) Beregn hvor lang tid det går fra bølgepakken blir generert av steinen 10,0 m borte til bølgetoget som når stranden har innhold av fourierkomponent med bølgelengde $\lambda = 0{,}50$ m ! (Du kan fortsatt nytte tilnærmelsen $\omega = \sqrt{gk}$.)

Etter at vannet igjen er blitt helt stille, kaster du så en liten stein 1 m ut i vannet og genererer nå bølger som blant annet har en fourierkomponent med tilhørende bølgelengde på 17 mm.

e) Beregn hvor lang tid det går fra bølgepakken blir generert av steinen 1,00 m borte til bølgetoget som når stranden har innhold av fourierkomponent med bølgelengde $\lambda = 17$ mm !
Her kan du anta at dempningen er neglisjerbar (dvs. at ligning (7) i vedlagte formelsamling kan nyttes). Tettheten av luft kan også neglisjeres.
Grenseflatespenningen for den aktuelle grenseflaten luft/vann kan antas å være $\gamma = 0{,}070$ N/m.

Vi tenker oss så at du er blitt virkelig fascinert av grenseflatebølger på vann/luft-grenseflaten og setter deg ned på en stein og gjør følgende tankeeksperimenter. (Disse eksperimentene kan realiseres i en bølgerenne.)

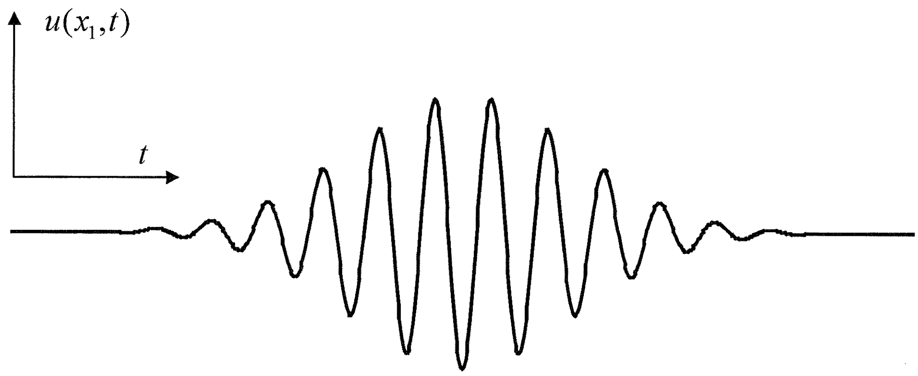
f) Et bølgetog med utsving $u(x_1,t)$ som vist forminsket nedenfor som funksjon av tiden t for en gitt posisjon x_1, med fourierkomponenter sentrert om

$$\omega_0 = 2\pi / T_0$$

der T_0 = 0,60 s, forplanter seg bortover en vannflate i én dimensjon. Dybden D antas overalt å være stor nok til at dispersjonsrelasjonen

$$\omega = \sqrt{gk}$$

kan nyttes som en god nok tilnærmelse. Det er en definisjonssak akkurat hvor lang tid bølgetoget varer. Vi definerer tidslengden av det lik $12T_0$ og sier i samsvar med dette at vi ved punktet $x = x_1$ kan se 12 klare bølgetopper passere oss. (Tiden mellom passering av nabobølgetopper er tilnærmet T_0 = 0,60 s.)



(Merk at bølgetoget på figuren er vist som funksjon av tiden t for posisjonen $x = x_1$ og at det har 12 klare bølgetopper !)

Vi antar som en brukbar tilnærmelse at vi kan regne

$$\Delta\omega = \text{konstant} \cdot \Delta k$$

for de fourierkomponenter bølgetoget består av, dvs. vi neglisjerer at omhyllingskurven til bølgetoget forandrer form mens vi betrakter det.

Vi tenker oss så at vi har tatt et øyeblikksbilde av hele bølgetoget i det det passerte $x = x_1$. Hvor mange klare bølgetopper kan vi telle som funksjon av x på dette øyeblikksbildet ? Begrunn svaret !

g) Vi betrakter i dette punktet et bølgetog som er helt likt det i forrige punkt som funksjon av tiden. For en gitt posisjon $x = x_1$ er altså bølgetoget som på figuren på forrige side og består også av fourierkomponenter sentrert om

$$\omega_0 = 2\pi / T_0$$

med $T_0 = 0{,}60$ s.

Vi antar også at dette bølgetoget forplanter seg bortover en vannflate i én dimensjon, men vi antar nå at dybden D av vannet er så liten at dispersjonsrelasjonen

$$\omega = \sqrt{gD}\, k$$

kan nyttes med god nok tilnærmelse. Vi antar videre at dybden D er den samme overalt der vi betrakter bølgetoget.

Vi tenker oss at vi også av hele dette bølgetoget har tatt et øyeblikksbilde under passering av $x = x_1$.
Hvor mange klare bølgetopper kan vi telle som funksjon av x på dette øyeblikksbildet ? Begrunn svaret !

Oppgitt

- Brytningsindeksen for vann: $n_{\text{vann}} = 1{,}33$.
- Tyngdens akselerasjon: $g = 9{,}82$ m/s^2.
- Tettheten av vann: $\rho_{\text{vann}} = 1{,}00 \cdot 10^3$ kg/m^3.

Oppgave 3 (21 %)

a) Med utgangspunkt i Maxwells ligninger på differensialform (som finnes i vedlagte formelsamling), utled bølgeligningen:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \tag{1}$$

som gjelder for forplantning av elektrisk felt $\vec{E}$ i vakuum. (Merk at for vakuum er ladningstetthet ρ og strømtetthet $\vec{j}$ begge lik null.) Angi c uttrykt ved ε_0 og μ_0 !

b) For elektromagnetiske planbølger som forplanter seg i én dimensjon langs x-aksen tar ligning (1) formen:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \tag{2}$$

Vis at bølgefunksjonen gitt ved:

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \vec{e}_y \cos(kx - \omega t) + E_0 \vec{e}_z \cos(kx - \omega t + \varphi) \tag{3}$$

oppfyller ligning (2) for alle verdier av fasekonstanten φ og for alle verdier av ω og k som er slik at $\omega / k = c$! ω er vinkelfrekvens og $k = 2\pi / \lambda$ der λ er bølgelengde. $\vec{e}_y$ og $\vec{e}_z$ er her enhetsvektorer henholdsvis langs y- og z-retning.

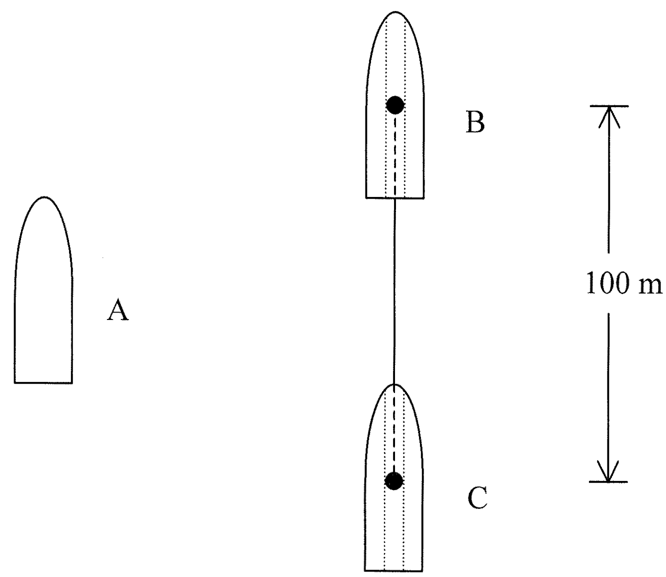
c) Finn de verdier av fasekonstanten φ i intervallet $[0,\ 2\pi\,)$ som gjør at $\vec{E}(x,t)$ gitt ved ligning (3) beskriver en lineærpolarisert bølge !
Finn også de verdier av fasekonstanten φ i intervallet $[0,\ 2\pi\,)$ som gjør at $\vec{E}(x,t)$ gitt ved ligning (3) beskriver en sirkulærpolarisert bølge !

Oppgitt

- $\nabla \times (\nabla \times \vec{a}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{a}) - \nabla^2 \vec{a}$
- $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
- $\cos(a+b) = \cos a \, \cos b - \sin a \, \sin b$
- $\sin(a+b) = \sin a \, \cos b + \cos a \, \sin b$
- $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

Oppgave 4 (15 %)

Vi gjør følgende tankeeksperiment (innen spesiell relativitetsteori). Vi har en opprinnelig situasjon som illustrert på figuren under.



Tre romskip A, B og C går rettlinjet (uten rotasjon) med konstant og eksakt samme hastighet. B og C er konstruert identiske og beveger seg langs samme rette linje. A beveger seg parallelt B og C. Avstanden fra A til B er lik den fra A til C. Avstanden fra sentrum av B til sentrum av C er 100 m målt i det felles hvilesystemet til A, B og C. Fra sentrum av B til sentrum av C er strukket en 100 m lang tråd som antas eksakt lik avstanden mellom festepunktene. Vi antar at denne tråden er så skjør at den kun tåler et strekk som gir en relativ forlengelse på $1{,}00 \cdot 10^{-4}$.

B og C har identiske akselerasjonsprogram som kan startes med to identiske signal fra A. Disse er slik at begge romskip akselererer langs samme rette linje som de før har beveget seg langs, inntil de begge har nådd en hastighet som relativt til A målt i A's hvilesystem, er $6{,}00 \cdot 10^{6}$ m/s.

Vi antar nå at A har sendt signal til B og C samtidig (observert i det da felles hvilesystemet for A, B og C) om å starte akselerasjonsprogrammene og at programmene er fullført slik at tilstanden nå er at B og C igjen har konstant og samme hastighet, men altså forskjellig fra A. Vil tråden ha gått av når den nye hastigheten er oppnådd ? Begrunn svaret utførlig ! Ta med den regning du mener er nødvendig.

Følgende antagelser kan nyttes for å besvare spørsmålet ovenfor:

1) Alle gravitasjonskrefter kan neglisjeres og akselerasjonene er også så svake at spesiell relativitetsteori kan nyttes.
2) Akselerasjonen under hele akselerasjonsprogrammet er hele tiden så svak at den kraften som nyttes til å akselerere trådens masse, ikke noe sted er stor nok til at tråden brister av denne kraftvirkningen.
3) Tråden er så svak at den har neglisjerbar effekt på bevegelsen til romskipene.

Oppgitt

- Lyshastigheten c kan i denne oppgaven regnes lik $3{,}00 \cdot 10^8$ m/s.
- For $x << 1$ gjelder:

$$\sqrt{1-x} \approx 1 - \tfrac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{1-x} \approx 1 + x$$