

NORGESTEKNISKNATURVITENSKAPELIGEUNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontaktundersøking:

Navn: Randi Holmestad

Tlf. 93880

EKSAMEN I FAGSIF4028 FYSIKK MEDELEKTROMAGNETISME

Torsdag 4. mai 2000

Tid: 0900-1400

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til utarbeidet liste fra NTNU
K. Rottmann: Matematisk formelsamling
K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung
O. Jahrenog K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
S. Barretto T.M. Cronin: Mathematical Formulae

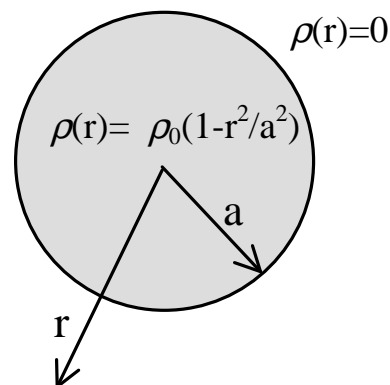
Endel-formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt. Ved bedømming teller alle deloppgaver (a, b, ... og A, og B i oppgave 4) lik mye; totalt 12 vekt-tall. Side 9 av denne oppgaven skal fylles ut (for oppgave 4) og leveres sammen med resten av besvarelsen.

OPPGAVE 1.

Gitt en kulesymmetrisk ladningsfordeling hvor ladningstettheten (ladning pr. volumenhett) $\rho(r)$ varierer med avstand r fra origo som

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0(1 - r^2/a^2) & \text{for } 0 \leq r \leq a \\ 0 & \text{for } r > a \end{cases}$$

hvor ρ_0 er ladningstettheten i origo og a er ladningsfordelingens rekkevidde. Anta $\rho_0 > 0$ og sett $\epsilon_r = 1$ overalt.



a) Skisser $\rho(r)$ som funksjon av r og vis uttrykket for total ladning Q ifordelingen er lik

$$Q = \frac{8\pi}{15} \rho_0 a^3.$$

b) Finn elektrisk feltstyrke $\vec{E}(r)$ (størrelse og retning) og potensial $V(r)$ for $r > a$. Sett $V(r=\infty) = 0$.
Vis at resultatet blir det samme som det en får uten forenklede punktladning Q plassert i origo.

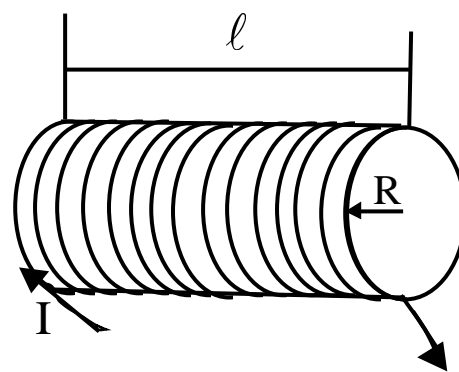
- c) Finn $\vec{E}(r)$ for $r \leq a$ og lag en grovkissegang av $|\vec{E}(r)|$ i hele området $0 \leq r < \infty$. For hvilken verdi av r er $|\vec{E}(r)|$ størst?
 Finn det elektriske potensialet $V(r)$ for $r \leq a$ gitt ved ρ_0, a, ϵ_0 og r .
- d) Hvordan villesituasjonen vært om nettoladningen Q var fordelt i en kule av ledende materiale med radius a ? Drøft med hensyn på ladningsfordeling $\rho(r)$, elektrisk feltstyrke $\vec{E}(r)$ og potensial $V(r)$. Lag gjerne skisser. Eksakte uttrykk for alle r kreves ikke.

OPPGAVE 2.

- a) En langrett solenoide har lengde og totalt antall viklinger, N , jevnt fordelt. Spolens radius er R og $R \ll \ell$. Anta $\mu_r = 1$ overalt. Strømmen i spolen er I .

Bruk Ampères lov til å vise at størrelsen på B -feltet inne i spolen kan skrives som

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$



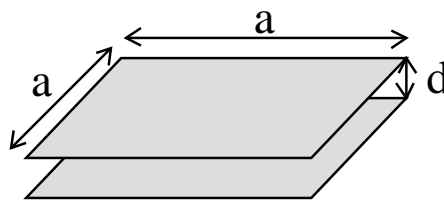
Tegn strømretning, feltretning og integrasjonsvei inn på en figur og forklar.

Finn spolens selvinduktans L . Vis at den kan uttrykkes som funksjon av ℓ, R, N og μ_0 .

- b) Tettrundten sylinderisk jernstav med radius 5.0 cm og lengde 1.0 m er det tvunnet 1200 jevnt fordelte viklinger med isolert ledning. Anta at jernet har relativ permeabilitet $\mu_r = 1500$ uavhengig av magnetisk feltstyrke og at vikane bortifra hysteresen. Ledningen fører en strøm $I = 2.0$ A. Bestem numerisk verdi for magnetisk fluks Φ_B inne i jernmaterialet og solenoidens selvinduktans L .
- c) Vitenkerossnått vil plasseres i mindre solenoide konsentriske (se solenoiden i oppgave a), slik vigjorde i laboratoriet. Den indre solenoiden har radius $R_2 = 3.0$ cm og antall viklinger lik $N_2 = 1000$. Vis at den er vekselstrøm $i = i_0 \cos \omega t$ med $i_0 = 2.0$ A og frekvens $f = 30$ Hz gjennom den ytre solenoiden.
 Finn, ved hjelp av Faradays lov, en formel for den induerte ems'en i den indre spolen. Regn deretter ut numerisk verdi. Er den induerte strømmen i fase med strømmen i den ytre spolen?
 Tegn en figur som viser retningen på induert strøm i den indre spolen.

OPPGAVE3.

En parallellplatekondensator består av to kvadratiske plater med sidekant $a = 14.0 \text{ cm}$ i avstand $d = 0.20 \text{ cm}$. Det er luft mellom platene. Kondensatoren er koblet til et batteri og lades opp til 12.0 V .



- Bestem kapasitansen og finnladningen på kondensatoren. Batteriet fjernes så fra kondensatoren, og det antas i resten av denne oppgaven at ingen ladning lekker ut. Hvor mye energi er det lagret i kondensatoren?
- Avstanden mellom platene økes til 0.35 cm . Vil energien som lagres i kondensatoren øke eller minke? Finn endringen i lagret energi i kondensatoren som følge av avstands endringen.
- Vi øker nå avstanden mellom platene endamers likt vi akkurat kan putte inne i skive av et dielektrisk materiale med tykkelse 0.50 cm . Det viser seg nå at spenningen synker til $1/3$ av den opprinnelige verdien (i oppgave a)). Bestem relativ permittivitet for skiva og størrelsen på bundet ladning på hver side. Lag en skisse og forklar hvor, hvorfor og hvordan vi får bundet ladning.

OPPGAVE4.

Oppgaven består av 6 delspørsmål; disse skal besvares i tabellens som er gitt på sisteside av eksamens oppgaven (rivarket ut og levers sammen med resten av besvarelsen). Kun side 9 skal leveres som svar på oppgave 4.

A1) En bølge som går i positiv x -retning har amplitude på 0.4 m , frekvens på 0.25 Hz og bølgelengde på 24 m . En likning (alle SI-enheter) som kan beskrive bølgener:

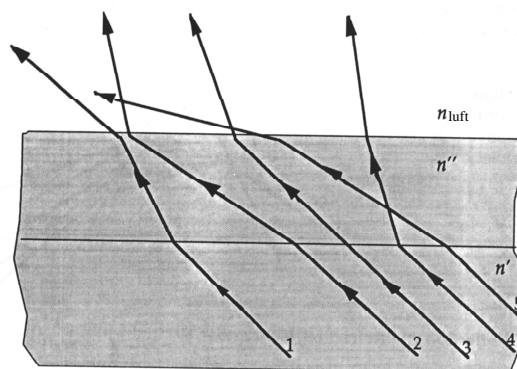
- $y(x,t) = 0.2 \sin(2\pi(t/4 + x/24))$
- $y(x,t) = 0.4 \sin(2\pi(t/4 - x/24))$
- $y(x,t) = 0.4 \sin(8\pi(t + x/6))$
- $y(x,t) = 0.2 \sin(0.5\pi(t/4 - x/24))$
- $y(x,t) = 0.4 \sin(2\pi(t/4 - x/6))$

A2) Diffraksjon av lyd bølger er mye lettere å observere enn diffraksjon av lys bølger fordi

- lydbølger er longitudinale og ikke transversale.
- lydbølger har høyere frekvens enn lys bølger.
- lydbølger har lavere hastighet enn lys bølger.
- lydbølger har lengre bølgelengde enn lys har.
- interferens skjersom ofte stved longitudinale bølger.

A3) Lysgår fra et medium med brytningsindeks n' , gjennom et medium med brytningsindeks n'' , også ut i luft, med $n_{\text{luft}} < n' < n''$. Nummeret på strålen som viser korrekt vei er

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



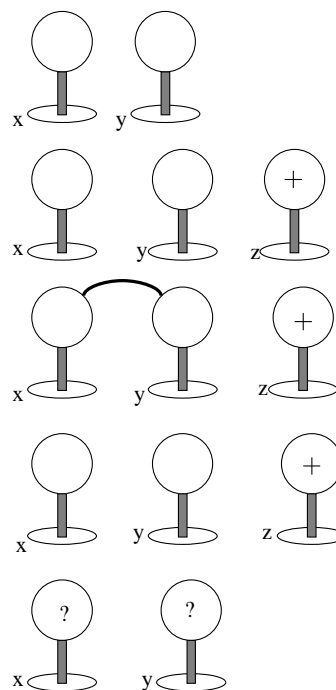
B1) Et objekts omrø 5 cm høy er plassert 15 cm foran en konvergerende linse med fokallengde 30 cm. Den endelige bildetørrelser er

- a) 2.5 cm
- b) 3.3 cm
- c) 5.0 cm
- d) 7.5 cm
- e) 10 cm

konvergerende linse med fokallengde 30

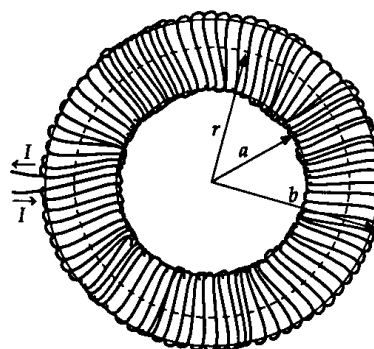
B2) To uladde metallkuler, x og y, står på glasstaver (isolert fra underlaget). En tredjekule, z, som er positivt ladet bringes nær det oførste. En ledende tråd settes så mellom x og y. Tråden blir deretter fjernet og kule z blir til slutt fjernet. Når alt dette er gjort finner en at

- a) kule x og y fortsatt uladde.
- b) kule x og y begge positivt ladede
- c) kule x og y begge negativt ladede.
- d) kule x er positivt ladet og kule y er negativt ladet.
- e) kule x er negativt ladet og kule y er positivt ladet.



B3) Den tette viklete toroiden vist i figuren består av 100 viklinger; en avledning med strøm $I = 3 \text{ A}$. Hvis $a = 12 \text{ cm}$ og $b = 15 \text{ cm}$, vil det magnetiske feltet for $r = 13 \text{ cm}$, på grunn av strømmen i toroiden, være lik ($\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$)

- a) $333 \mu\text{T}$
- b) $462 \mu\text{T}$
- c) $500 \mu\text{T}$
- d) $600 \mu\text{T}$
- e) null



Oppgitteformlerogenheter:

Definer alle størrelser du bruker i formelene.

Gauss'lov:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}, \quad \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{encl-free}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

Gauss'lovformagnetfeltet:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Ampereslov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[i_c + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right],$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{c-free} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Faradayslov:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

Isotropemedia: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$

Coulombslov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Kraftielektriskogmagnetiskfelt:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Permeabilitet:

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

Induktans:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad U = \frac{1}{2} LI^2$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V} \quad U = \frac{1}{2} CV^2$$

Kapasitansforplatekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkoplingav kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Seriekoplingav kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Poyntingsvektor:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Elektromagnetiskenergitetthet:

$$u = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$

Biot-Savartslov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Magnetiskraftpåstrømførendeleder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Lenzlov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske flukssomer årsaker til strømmen.

Elektriskfluks:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Magnetiskfluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Bølge+xretning:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferensgritter:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{N \pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Sylinderkoordinater (r, ϕ, z) :

$$\nabla V = \hat{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ) :

$$\nabla V = \hat{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronetsmasse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

Dekadiseprefikser

| Symbol | Navn | Tallverdi |
|--------|-------|------------|
| E | exa | 10^{18} |
| P | peta | 10^{15} |
| T | tera | 10^{12} |
| G | giga | 10^9 |
| M | mega | 10^6 |
| K | kilo | 10^3 |
| h | hekto | 10^2 |
| da | deka | 10^1 |
| d | desi | 10^{-1} |
| c | centi | 10^{-2} |
| m | milli | 10^{-3} |
| μ | mikro | 10^{-6} |
| n | nano | 10^{-9} |
| p | piko | 10^{-12} |
| f | femto | 10^{-15} |
| a | atto | 10^{-18} |

Størrelse

| Navn | Symbol |
|--|--------------------------------|
| elektriskfeltstyrke | E |
| elektriskpotensial | V |
| elektrisk flukstetthet | D |
| elektriskpolarisasjon | P |
| elektriskladning | Q, q |
| elektrisk ladningstetthet;rom- flate- | ρ |
| linje- | σ |
| elektriskfluks | λ |
| | Φ_E |
| permittivitet | ϵ |
| relativ permittivitet | ϵ_r |
| elektrisk suceptibilitet | χ_e |
| elektromotoriskspenning/kraft(ems) | \mathcal{E} |
| vinkelfrekvens | ω |
| vinkel | $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ |
| romvinkel | Ω |
| lengde | l |
| areal | A |
| volum | V |
| tid | t |
| frekvens | f |
| bølgetall | k |
| bølgelengde | λ |
| masse | m |
| hastighet | v |
| kraft | F |
| trykk | p |
| arbeid,energi | E, W |
| effekt | P |
| elektriskstrøm | I, i |
| elektrisk potensialdifferanse,spenning | U, V |

SI-enhet

| Navn | Symbol |
|--|----------------------------|
| Volt pr.meter | $V/m=N/C$ |
| volt | V |
| coulomb pr.meter ² | C/m^2 |
| coulomb pr.meter ² | C/m^2 |
| coulomb | $C=As$ |
| coulomb prmeter ³ | C/m^3 |
| coulomb prmeter ² | C/m^2 |
| coulomb prmeter | C/m |
| Newton-meter ² pr. coulomb | Nm^2C^{-1} |
| farad prmeter | F/m |
| en | 1 |
| en | 1 |
| volt | V |
| radian pr.sekund | rad/s |
| radian | rad |
| steradian | sr |
| meter | m |
| kvadratmeter | m^2 |
| kubikkmeter | m^3 |
| sekund | s |
| hertz | $Hz=1/s$ |
| invers-meter | $1/m$ |
| meter | m |
| kilogram | kg |
| meter pr.sekund | m/s |
| Newton | $N=kgms^{-2}$ |
| Pascal | $Pa=Nm^{-2}$ |
| Joule | $J= Nm$ |
| watt | $W=J/s$ |
| ampere | A |
| volt | $V=kgm^{-2}s^{-3}A^{-1}=J$ |

| | | | |
|-------------------------------|---------------|-----------------------------------|------------------|
| kapasitans | C | farad | $A^{-1}s^{-1}$ |
| magnetiskfeltstyrke | H | ampere pr.meter | $F=AsV^{-1}$ |
| magnetiskfluks | Φ_B | weber | A/m |
| magnetisk flukstetthet | B | tesla | $Wb=Vs$ |
| magnetisering | M | ampere pr.meter | $T=Wb/m^2=N/Am$ |
| permeabilitet | μ | henry pr.meter | A/m |
| relativpermeabilitet | μ_r | en | H/m |
| magnetisk suceptibilitet | χ_m | en | 1 |
| magnetisk dipolmoment | m, μ | ampere ·meter ² | 1 |
| magnetiskdreiemoment | τ, T | ampere ·tesla ·meter ² | Am^2 |
| intensitet | I | watt pr.kvadratmeter | ATm^2 |
| induktans | L | henry | W/m^2 |
| resistans | R | ohm | $H=VA^{-1}s$ |
| resistivitet | ρ | Ohm-meter | $\Omega=VA^{-1}$ |
| impedans | Z | ohm | Ωm |
| magnetomotoriskspenning(mmf) | \mathcal{F} | ampere | Ω |
| reluktans | \mathcal{R} | Invers-henry | A |
| pointingsvektor | S | watt pr.kvadratmeter | H^{-1} |
| | | | W/m^2 |

FagSIF4028
Eksamen4.mai2000

Studentnummer: _____

SVAR-ARKFOROPPGAVE4

Settettkryssforhveroppgave(garderingikketilatt)

| Oppgave | Svar-alternativer | | | | |
|---------|-------------------|---|---|---|---|
| | a | b | c | d | e |
| A1 | | | | | |
| A2 | | | | | |
| A3 | | | | | |
| B1 | | | | | |
| B2 | | | | | |
| B3 | | | | | |

Dettearketleveressammenmedrestenaveksamensbesvarelsen.