

NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
 INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Ragnvald Mathiesen

Tlf. 93584

**KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG SIF4028 FYSIKK MED ELEKTROMAGNETISME**

Mandag 7. august 2000

Tid: 0900-1400

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til utarbeidet liste fra NTNU

K.Rottmann: Matematisk formelsamling

K.Rottmann: Matematische Formelsammlung

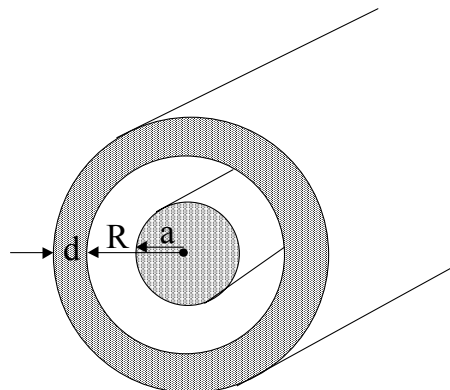
O. Jahren og K.J.Knutsen: Formelsamling i matematikk

S. Barrett og T.M Cronin: Mathematical Formulae

En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt. Ved bedømmingen teller oppgave én 40% og de andre 20% hver. Side 9 av dette oppgavesettet skal fylles ut (for oppgave 4) og leveres sammen med resten av besvarelsen.

**OPPGAVE 1 (40%).**

I denne oppgaven studerer vi en koaksialkabel. Denne består av en uendelig lang, rett, massiv sylinder av metall med radius  $a$  ('indre sylinder'). Denne er plassert konsentrisk inne i en uendelig lang hul metallsylinder med indre radius  $R$  og med veggtykkelse  $d$  ('ytre sylinder'), slik som vist i figuren. Mellom sylindrene er det vakuum.

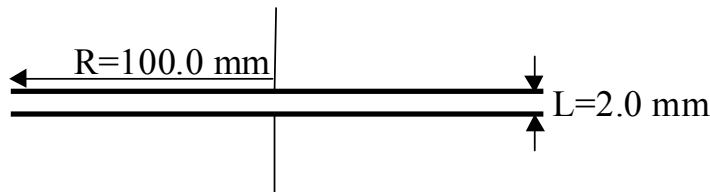


- Vi tilfører indre sylinder en ladning  $\lambda_1$  pr. meter sylinderlengde og ytre sylinder en ladning  $\lambda_2$  pr. meter sylinderlengde. Vis at uttrykket for elektrisk feltstyrke  $\vec{E}(r)$  som funksjon av radiell avstand  $r$  fra sylinderaksen kan skrives som  $\vec{E}(r) = E_0/r \hat{e}_r$  og bestem  $E_0$  for alle  $r$ . (Tips: Bruk Gauss' lov og del opp i fire områder; 1)  $r < a$ , 2)  $a < r < R$ , 3)  $R < r < R+d$ , 4)  $r > R+d$ )
- Forklar kort begrepet elektrostatisk energitetthet. Bestem hvor mye energi som er lagret i det elektriske feltet pr. meter sylinderlengde for det tilfellet at  $\lambda_1 = -\lambda_2 = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}$ ,  $a = 2 \text{ cm}$  og  $R = 5 \text{ cm}$ . (Angi tallsvar.)
- Vi sender nå likestrøm gjennom indre og ytre sylinder parallelt med aksen,  $I_1$  gjennom indre og  $I_2$  gjennom ytre. Anta at strømtransporten er jevnt fordelt over metalltverrsnittet for hver av sylindrene. Bruk Ampères lov til å finne et uttrykk for magnetisk flukstetthet  $\vec{B}(r)$  for alle  $r$  når metallet har relativ permeabilitet  $\mu_r$ . Vis spesielt retningen til  $\vec{B}(r)$ . Undersøk om  $\vec{B}(r)$  er kontinuerlig.

- d) Vi setter nå  $I_1 = -I_2$ . Finn uttrykk for magnetisk feltstyrke  $\vec{H}(r)$  for alle  $r$ . Sjekk spesielt for kontinuitet mellom de forskjellige områdene. Lag en skisse av  $\vec{H}(r)$  som funksjon av  $r$ .

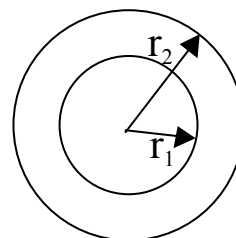
### OPPGAVE 2 (20%).

En platekondensator (kondensator I) består av to plane, sirkulære plater med radius  $R = 100$  mm plassert rett ovenfor hverandre i luft (vakuum) i avstand  $L = 2.0$  mm.



- a) Finn kapasitansen  $C_1$  av denne kondensatoren. Kondensatoren er ladet opp til spenningen  $V_1 = 100$  V. Finn ladning  $Q$  på hver plate og størrelsen på det elektriske feltet i rommet mellom dem. Forklar kort hvordan en kondensator virker og hva som er hensikten med den i en elektrisk krets.

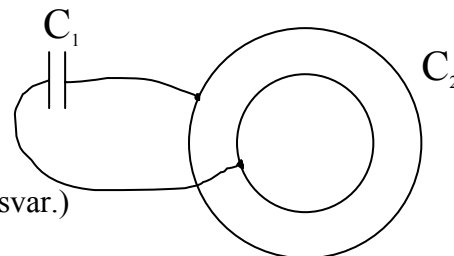
- b) En kulekondensator (kondensator II) består av to konsentriske kuleskall med radier  $r_1$  og  $r_2$ . Anta at kondensatoren har ladning  $Q$ . Finn feltstyrken  $\vec{E}(r)$  mellom kuleskallene og vis at potensialforskjellen



er gitt ved  $V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ .

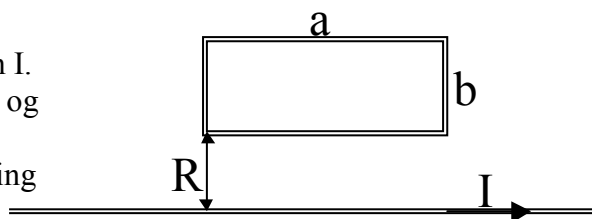
Finn kapasitansen  $C_2$  for kulekondensatoren.  
Finn tallverdi når  $r_1 = 50$  mm og  $r_2 = 80$  mm.

- b) Kondensator I blir ladet opp til  $V_1 = 100$  V og forbindelsen med spenningskilden brutt. Kondensator II er uten ladning. Vi forbinder så polene i de to kondensatorene parvis med hverandre, som vist på figuren. Hva blir den felles spenning  $V_3$  på kondensatorene? (Angi tallsvar.)



### OPPGAVE 3 (20%).

En uendelig lang, rett ledning i vakuum fører strømmen  $I$ . Vi setter en metallisk, rektangulær sløyfe med lengde  $a$  og bredde  $b$  med en sidekant parallelt med ledningen og i avstand  $R$  fra senterlinjen av ledningen. Sløyfe og ledning er i samme plan, som vist i figuren.



- a) Vi antar først at  $I$  er en likestrøm. Vis at magnetisk fluks gjennom sløyfa er gitt ved

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+b}{R}\right).$$

- b) Sløyfa blir flyttet med jevn fart  $v$  parallelt med ledningen. Hva blir den elektromotoriske spenningen  $\mathcal{E}_1$  i sløyfa? Vi flytter så sløyfa med jevn fart  $v$  radielt utover fra ledningen. Finn uttrykk for elektromotorisk spenning  $\mathcal{E}_2$ . Anta  $I = 10$  A,  $a = 5$  cm,  $b = 3$  cm,  $v = 0.5$  m/s og  $R = 2$  cm. Finn tallsvaret for  $\mathcal{E}_2$ .

- c) Anta at sløyfa i ro, mens strømmen  $I$  varierer periodisk som  $I(t) = I_0 \cdot \cos \omega t$ . Finn et uttrykk for induisert elektromotorisk spenning  $\mathcal{E}_3$ . Finn den største verdien  $\mathcal{E}_3$  kan ha når  $I_0 = 10 \text{ A}$ ,  $\omega = 314 \text{ s}^{-1}$  og en ellers bruker verdier fra oppgave b).

#### OPPGAVE 4 (20%).

Opgaven består av 6 delspørsmål; disse skal besvares i tabellen som er gitt på siste side av eksamensoppgaven (riv arket ut og lever sammen med resten av besvarelsen). Kun side 9 skal leveres som svar på oppgave 4.

A1) En 60 Watt lyspære sender ut lys uniformt i alle retninger. Hvis 50% av den innsendte effekten i en slik lyspære sendes ut som elektromagnetisk stråling, hva er stråleintensiteten i en avstand på 2.00 m fra lyspæra?

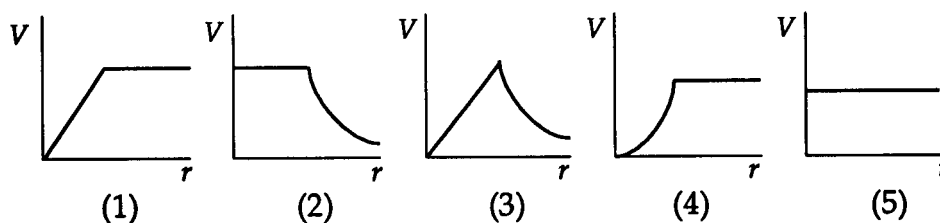
- a)  $15 \text{ W/m}^2$
- b)  $4.8 \text{ W/m}^2$
- c)  $2.4 \text{ W/m}^2$
- d)  $0,60 \text{ W/m}^2$
- e)  $1.2 \text{ W/m}^2$

A2) En lang solenoide med 15 viklinger pr. centimeter har en kjerne av jern. Når strømmen er 1.00 A, er det magnetiske feltet inni kjernen lik 2.46 T. Relativ permeabilitet  $\mu_r$  er omtrent lik

- a) 1800
- b) 1310
- c)  $7.64 \cdot 10^{-4}$
- d)  $5.56 \cdot 10^{-4}$
- e) 1540

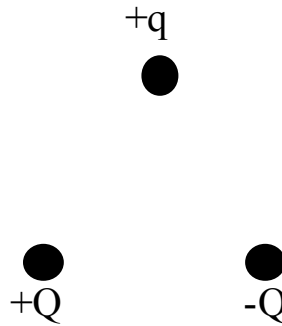
A3) Grafen som best representerer det elektriske potensialet for et uniformt ladet kuleskall som funksjon av avstanden fra sentrum av skallet er

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



B1) Tre ladninger  $+q$ ,  $+Q$  og  $-Q$  er plassert i hjørnene av en likesidet trekant som vist på figuren. Netto kraft på ladningen  $+q$  fra de to andre ladningene vil være

- a) vertikalt ned.
- b) vertikalt opp.
- c) null.
- d) horisontalt mot venstre.
- e) horisontalt mot høyre.

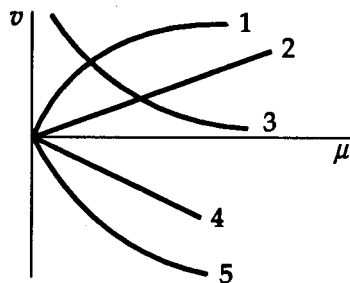


B2) En positiv linse har fokallengde  $f$ . Bildet har samme størrelse som objektet når

- a) objektet er i fokalpunktet.
- b) bilde og objekt er i samme avstand fra linsa, men på motsatte sider.
- c) bildet er på samme side av linsa som objektet og det er samme avstand fra linsa som fra objektet.
- d) Bildet kan aldri få samme størrelse som objektet
- e) Ingen av disse er rett.

B3) Hvilken kurve illustrerer best variasjon av bølgehastighet med lineær tetthet i en vibrerende streng?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



## Oppgitte formler og enheter:

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

Gauss' lov:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}, \quad \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{encl-free}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[ i_c + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right],$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{c-free} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Faradays lov:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

$$\text{Isotrope media: } \vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Kraft i elektrisk og magnetisk felt:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Permeabilitet:

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

Induktans:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad U = \frac{1}{2} LI^2$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V} \quad U = \frac{1}{2} CV^2$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Seriekopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Poyntingsvektor:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Elektromagnetisk energitetthet:

$$u = \frac{1}{2} ED + \frac{1}{2} BH$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Lenz lov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Elektrisk fluks:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot \vec{dA}$$

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{dA}$$

Bølge i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{N \pi d \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Sylinderkoordinater  $(r, \phi, z)$ :

$$\nabla V = \hat{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Kulekoordinater  $(r, \theta, \phi)$ :

$$\nabla V = \hat{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

Fysiske konstanter:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

**Dekadiske prefikser**

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

**Størrelse**

Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	E
elektrisk potensial	V
elektrisk flukstetthet	D
elektrisk polarisasjon	P
elektrisk ladning	$Q, q$
elektrisk ladningstetthet; rom- flate- linje-	$\rho$ $\sigma$ $\lambda$
elektrisk fluks	$\Phi_E$
permittivitet	$\epsilon$
relativ permittivitet	$\epsilon_r$
elektrisk suceptibilitet	$\chi_e$
elektromotorisk spenning/kraft (ems)	$\mathcal{E}$
vinkelfrekvens	$\omega$
vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$
romvinkel	$\Omega$
lengde	$l$
areal	$A$
volum	$V$
tid	$t$
frekvens	$f$
bølgetall	$k$
bølgelengde	$\lambda$
masse	$m$
hastighet	$v$
kraft	$F$
trykk	$p$
arbeid, energi	$E, W$
effekt	$P$
elektrisk strøm	$I, i$
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$

**SI – enhet**

Navn	Symbol
Volt pr. meter	V/m=N/C
volt	V
coulomb pr. meter <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
coulomb pr. meter <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
coulomb	C = As
coulomb pr meter <sup>3</sup>	C/m <sup>3</sup>
coulomb pr meter <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>
coulomb pr meter	C/m
Newton-meter <sup>2</sup> pr. coulomb	N m <sup>2</sup> C <sup>-1</sup>
farad pr meter	F/m
en	1
en	1
volt	V
radian pr. sekund	rad/s
radian	rad
steradian	sr
meter	m
kvadratmeter	m <sup>2</sup>
kubikkmeter	m <sup>3</sup>
sekund	s
hertz	Hz=1/s
invers-meter	1/m
meter	m
kilogram	kg
meter pr. sekund	m/s
Newton	N = kg m s <sup>-2</sup>
Pascal	Pa =N m <sup>-2</sup>
Joule	J = Nm
watt	W=J/s
ampere	A
volt	V =kg m <sup>2</sup> s <sup>-3</sup> A <sup>-1</sup> = J A <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>

kapasitans	$C$	farad	$F = As V^{-1}$
magnetisk feltstyrke	$H$	ampere pr. meter	$A/m$
magnetisk fluks	$\Phi_B$	weber	$Wb = Vs$
magnetisk flukstetthet	$B$	tesla	$T = Wb/m^2 = N/Am$
magnetisering	$M$	ampere pr. meter	$A/m$
permeabilitet	$\mu$	henry pr. meter	$H/m$
relativ permeabilitet	$\mu_r$	en	1
magnetisk suceptibilitet	$\chi_m$	en	1
magnetisk dipolmoment	$m, \mu$	ampere · meter <sup>2</sup>	$A m^2$
magnetisk dreiemoment	$\tau, T$	ampere · tesla · meter <sup>2</sup>	$A T m^2$
intensitet	$I$	watt pr. kvadratmeter	$W/m^2$
induktans	$L$	henry	$H = V A^{-1} s$
resistans	$R$	ohm	$\Omega = V A^{-1}$
resistivitet	$\rho$	Ohm-meter	$\Omega m$
impedans	$Z$	ohm	$\Omega$
magnetomotorisk spenning (mmf)	$\mathcal{F}$	ampere	$A$
reluktans	$\mathcal{R}$	Invers-henry	$H^{-1}$
pointingsvektor	$S$	watt pr. kvadratmeter	$W/m^2$



Fag SIF4028  
Eksamen 7. august 2000

Studentnummer:\_\_\_\_\_.

### **SVAR-ARK FOR OPPGAVE 4**

Sett ett kryss for hver oppgave (gardering ikke tillatt)

Oppgave	Svar-alternativer				
	a	b	c	d	e
A1					
A2					
A3					
B1					
B2					
B3					

Dette arket leveres sammen med resten av eksamensbesvarelsen.