

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
NTNU
Institutt for fysikk

EKSAMENS OPPGAVE MED NOEN TALLSVAR
FAG SIF 4054 KJERNE OG STRÅLINGSFYSIKK

Eksamensdato: Torsdag 21. desember 2000

CONSTANTS

Speed of light	c	2.99792458×10^8 m/s
Charge of electron	e	1.602189×10^{-19} C
Boltzmann constant	k	1.38066×10^{-23} J/K 8.6174×10^{-5} eV/K
Planck's constant	h	6.62618×10^{-34} J · s 4.13570×10^{-15} eV · s
	$\hbar = h/2\pi$	1.054589×10^{-34} J · s 6.58217×10^{-16} eV · s
		6.6726×10^{-11} N · m ² /kg ²
Gravitational constant	G	
Avogadro's number	N_A	6.022045×10^{23} mole ⁻¹
Universal gas constant	R	8.3144 J/mole · K
Stefan-Boltzmann constant	σ	5.6703×10^{-8} W/m ² · K ⁴
Rydberg constant	R_∞	1.0973732×10^7 m ⁻¹
Hydrogen ionization energy		13.60580 eV
Bohr radius	a_0	5.291771×10^{-11} m
Bohr magneton	μ_B	9.27408×10^{-24} J/T 5.78838×10^{-5} eV/T
		5.05084×10^{-27} J/T 3.15245×10^{-8} eV/T
Nuclear magneton	μ_N	
Fine structure constant	α	1/137.0360
	hc	1239.853 MeV · fm
	$\hbar c$	197.329 MeV · fm
	$e^2/4\pi\epsilon_0$	1.439976 MeV · fm

PARTICLE REST MASSES

	u	MeV/c ²
Electron	5.485803×10^{-4}	0.511003
Proton	1.00727647	938.280
Neutron	1.00866501	939.573
Deuteron	2.01355321	1875.628
Alpha	4.00150618	3727.409
π^\pm	0.1498300	139.5669
π^0	0.1448999	134.9745
μ	0.1134292	105.6595

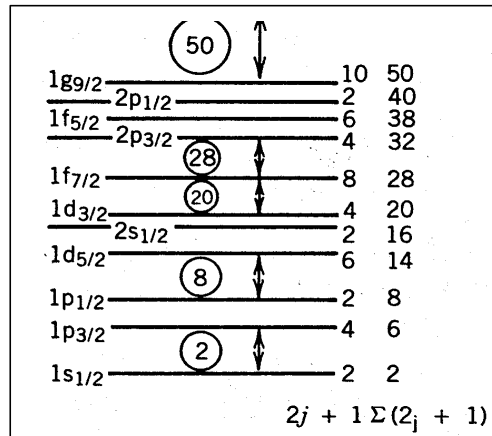
CONVERSION FACTORS

1 eV = 1.602189×10^{-19} J	1 b = 10^{-28} m ²
1 u = 931.502 MeV/c ² = 1.660566×10^{-27} kg	1 Ci = 3.7×10^{10} decays/s

Oppgave 1.

$^{45}_{20}\text{Ca}$ er en β^- emitter med halveringstid 164 d som desintegrerer med direkte β^- overgang til grunn-tilstanden i datternukliden, bortsett fra en liten sannsynlighet ($3 \cdot 10^{-8}$) for at β^- overgangen skjer til et eksitert metastabilt nivå med energi 12.40 keV over grunntilstanden i datternukliden. Spinn og paritet for dette metastabile nivået er $3/2^+$.
Gi begrunnede svar på følgende spørsmål:

a) Bruk skjemaet for energinivåene i skallmodellen (utdrag vist i figuren) til å bestemme spinn og paritet for grunntilstanden for både opphavs nukliden Ca-45 og datternukliden.



^{45}Ca har spinn & paritet $(7/2)^-$.

^{45}Sc har spinn & paritet $(7/2)^-$.

b) Utled formelen for Q-verdien ved β^- desintegrasjon. Vis at det blir riktig å uttrykke formelen ved atomære masser. Beregn energien for de to β^- emisjonene fra Ca-45. Atomære masseverdier er gitt i tabellen til høyre for isotoper av K, Ca og Sc, i atomære masseenheter, u.

$E_{\max\beta_1} = Q_{\beta^-} = 256.2 \text{ keV}$

$E_{\max\beta_2} = Q_{\beta^-} - E_{\gamma} = (256.2 - 12.4) \text{ keV} = 243.8 \text{ keV}$

c) Klassifiser de to β^- overgangene med hensyn til forbudt/tillatt, Fermi og/eller Gamow-Teller. Klassifiser den isomere γ -overgangen i datternukliden med hensyn til multipolaritet.

β_1 er en tillatt overgang av Fermi type.

β_2 er en første forbudt overgang av Gamow-Teller type.

γ overgangen er av M2 multipolaritet.

d) Beregn proton separasjonsenergien for opphavs nukliden Ca-45 og datternukliden, og kommentér de verdiene du får i forhold til midlere bindingsenergi pr. nukleon, som er 8.6 MeV for A=45. Atomær masse for hydrogen er 1.007825 u.

For ^{45}Ca : $S_p = 12.3 \text{ MeV}$

For ^{45}Sc : $S_p = 6.9 \text{ MeV}$

K	19	37	36.973377
		38	37.969080
		39	38.963707
		40	39.963999
		41	40.961825
		42	41.962402
		43	42.960717
		44	43.961560
		45	44.960696
		46	45.961976
	47	46.961677	
Ca	20	38	37.976318
		39	38.970718
		40	39.962591
		41	40.962278
		42	41.958618
		43	42.958766
		44	43.955481
		45	44.956185
		46	45.953689
		47	46.954543
	48	47.952533	
	49	48.955672	
	50	49.957519	
Sc	21	42	41.965514
		43	42.961150
		44	43.959404
		45	44.955910
		46	45.955170
		47	46.952409
		48	47.952235
		49	48.950022
		50	49.952186

Oppgave 2.

I spredningsteori uttrykkes den totale bølgefunksjonen (=sum av innkommende og spredt bølge) som en sum av partialbølger, hvor h_l er den komplekse spredningskoeffisienten for hver partialbølge ($|h_l| \leq 1$):

$$\Psi_{tot} = \frac{A}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1) \left[e^{-i(kr-l\frac{\pi}{2})} - h_l e^{+i(kr-l\frac{\pi}{2})} \right] \cdot P_l(\cos J)$$

For en kjernereaksjon (partikkel mot kjerne) gir partialbølgemetoden følgende resultat for det totale elastiske spredningstverrsnittet, σ_{sc} , og det totale reaksjonstverrsnittet, σ_r :

$$s_{sc} = \sum_{l=0}^{\infty} p \tilde{\lambda}^2 (2l+1) |1 - h_l|^2 \quad \text{og} \quad s_r = \sum_{l=0}^{\infty} p \tilde{\lambda}^2 (2l+1) (1 - |h_l|^2)$$

Her er $\tilde{\lambda} = l/2p = 1/k$, hvor k er bølgetallet for den innkommende partikkelen, svarende til impuls $p = \hbar k$.

a) Hva betyr de to grensetilfellene $h_l=1$ og $h_l=0$? Beregn det maksimale reaksjonstverrsnittet (som vil angi øvre grense for absorpsjonstverrsnittet) for et termisk nøytron mot en tung atomkjerne i en reaktor hvor temperaturen er 600°K. Da er nøytronets energi gitt ved $E=3k_B T/2$, og ved så lav energi er det bare partialbølgen med $l=0$ som inngår i reaksjonen.

$$\sigma_{r \max} = \sigma_r(h_l=0, l=0) = \pi/k^2 = 8.4 \cdot 10^6 \text{ b}$$

b) Tverrsnittet for nøytronabsorpsjon i ^{135}Xe er $2.7 \cdot 10^6 \text{ b}$ under de gitte reaktorforhold (^{135}Xe er en "reaktorgift", $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$). Bruk resultatet fra pkt a) til å bestemme den verdien av η som resulterer i den oppgitte verdien for nøytronabsorpsjonstverrsnittet i ^{135}Xe . Bruk dette til bestemme både en øvre og en nedre grense for det elastiske spredningstverrsnittet for et termisk nøytron mot ^{135}Xe under de gitte forhold.

$$|\eta_0| = 0.82 \quad \text{Øvre grense: } \sigma_{sc} = \pi[1 - (-|\eta_0|)]^2 / k^2 = 27.8 \cdot 10^6 \text{ b}$$

$$\text{Nedre grense: } \sigma_{sc} = \pi[1 - (|\eta_0|)]^2 / k^2 = 0.272 \cdot 10^6 \text{ b}$$

c) Redegjør kort for de faktorene som inngår i "fire-faktor formelen" som bestemmer reproduksjonsfaktoren for nøytroner i en (uendelig stor) kjernekraftreaktor. Angi også sammenhengen mellom antall hurtige nøytroner frigitt pr. absorbert termisk nøytron, og antall hurtige nøytroner frigitt pr. fisjon for et bestemt reaktorbrensel.

$$k_{\infty} = \eta \epsilon p f \quad h = v \sigma_f / (\sigma_f + \sigma_c)$$

d) Redegjør kort for hvordan dosimetri i forbindelse med Tsjernobyl-ulykken uttrykkes gjennom en total transfer faktor for effektiv dose i forhold til bakkeedeposisjon av ^{137}Cs . Angi typiske verdier for effektiv dose første år, og totalt, dvs for 50 år.

$$\text{Første år: } E(1) = 40 \mu\text{Sv} / \text{kBq m}^{-2} \cdot 7 \text{ kBq m}^{-2} = 280 \mu\text{Sv} \cong 0.3 \text{ mSv}$$

$$\text{Totalt: } E(50) = 150 \mu\text{Sv} / \text{kBq m}^{-2} \cdot 7 \text{ kBq m}^{-2} = 1050 \mu\text{Sv} \cong 1.0 \text{ mSv}$$

Oppgave 3.

a) Skriv opp masseattenuasjonskoeffisienten uttrykt ved koeffisientene for de aktuelle vekselvirkningsprosessene og definér de størrelsene som inngår. Skriv også opp på samme

måte masseenergitransferkoeffisienten og masseenergiabsorpsjonskoeffisienten, slik at sammenhengen mellom de forskjellige koeffisientene framgår.

b) Definér kerma, K , kollisjons-kerma, K_{col} , og dose, D i et materiale bestrålt med fotoner. Skissér forløpet for K_{col} og D ved overgangen fra det første materialet (1) til et annet materiale (2). Anta at alle koeffisienter nevnt i pkt a), og dessuten midlere masse-stoppeevne for sekundærelektroner dannet av fotonstrålingens vekselvirkning med materialet, har lavere verdier i materiale (2) enn i materiale (1). Sett opp uttrykkene som bestemmer forholdet $K_{col}(2)/K_{col}(1)$ og $D(2)/D(1)$ ved overgangen mellom materiale (1) og (2). Det kan antas at attenuasjon av fotonstrålen er neglisjerbar over avstander tilsvarende rekkevidden for sekundærelektronene. Diskutér kort hvordan K_{col} forholder seg til D .

c) I-131 er en β -emitter med halveringstid 8.0 døgn, som selektivt tas opp i thyroidea (skjoldbrusk-kjertelen), som har masse 20 g. Dette opptaket er bestemmende for nuklidens radiotoksicitet. De viktigste bidragene i β -strålingen har middel-energi og strålingsutbytte som vist i tabellen.

Se bort ifra bidrag fra γ -stråling, og beregn spesifikk effektiv energi (SEE) i

Sv/desintegrasjon for thyroidea som mål-organ for radioaktivitet fordelt i thyroidea som kildeorgan.

Beregn ALI-verdien for inntak av I-131 ut ifra at opptak i thyroidea, med vevsvektfaktor 0.05, er eneste bidrag. Bruk følgende (forenklede)

biokinetiske modell for I-131:

30% av inntatt I-131 går til thyroidea, hvor den biologiske halveringstiden er 120 døgn. Resten av inntaket skilles ut uten å gi vesentlig dosebelastning.

Stråling	Utbytte (%)	Middelenergi (MeV)
β_1	2.6	0.069
β_3	7.4	0.097
β_4	89.4	0.192
β_6	0.4	0.283

$$SEE = 1.46 \cdot 10^{-12} \text{ Sv/desintegrasjon}$$

$$ALI = 1.02 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

d) Skissér hvordan dosebelastningen blir for en person som årlig inntar 1 ALI av en nuklide med kort effektiv halveringstid (dager), sammenlignet med en nuklide med lang effektiv halveringstid (mange tiår), og diskutér forskjellen mellom de to tilfellene i relasjon til vedtatte dosegrenser og risiko for kreftutvikling.