

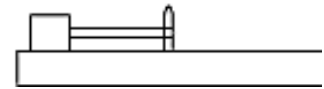
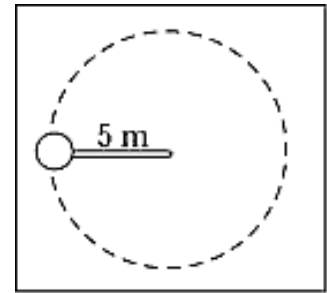
Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 35%)

a) Et legeme med masse M_1 beveger seg med fart v på et rett, horisontalt og friksjonsløst bord. Legemet kolliderer med et anna legeme med masse M_2 som ligger i ro på bordet. Etter kollisjonen fester de to legeme seg sammen, og hastigheten deres er da

- A) v
- B) $v \cdot M_1$
- C) $v \cdot \frac{M_1 + M_2}{M_1}$
- D) $v \cdot \frac{M_1}{M_1 + M_2}$
- E) $v \cdot \frac{M_1}{M_2}$

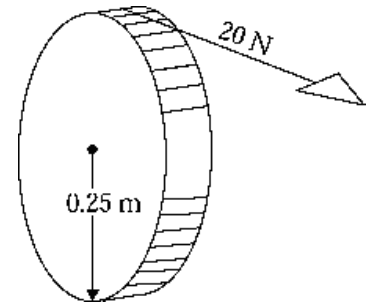
b) Ei kule med masse 2,0 kg er festet til enden av ei 5,0 m lang snor. Massen beveger seg i en sirkulær bane på et horisontalt friksjonsløst bord. Hvis snora tåler maksimalt 40 N strekk før den ryker, hva er maksimal banehastighet som du kan svinge kula med før tauet ryker?

- A) 3,2 m/s
- B) 4,0 m/s
- C) 10 m/s
- D) 20 m/s
- E) 0,20 km/s



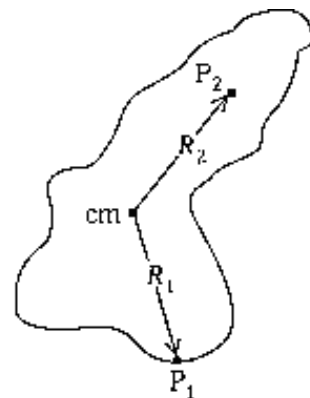
c) Ei tynn, masseløs snor er trukket rundt en slipestein med radius 0,25 m. Steinen kan rotere friksjonsfritt om dens akse. En konstant kraft på 20 N i snora får steinen til å øke vinkelhastigheten fra null til 60 rad/s på 12 sekunder. Da er treghetsmomentet til steinen

- A) 0,32 kg m²
- B) 1,00 kg m²
- C) 2,00 kg m²
- D) 4,00 kg m²
- E) 6,28 kg m²



d) For legemet vist i figuren er $R_1 = R_2$ og "cm" er massesenteret (tyngdepunktet) til legemet. Treghetsmomentet om en akse gjennom punktet P1 er I_1 , treghetsmomentet om en akse gjennom punktet P2 er I_2 og treghetsmomentet om en akse gjennom cm er I_{cm} . Alle aksene er parallelle. Relasjonen mellom de ulike treghetsmoment er

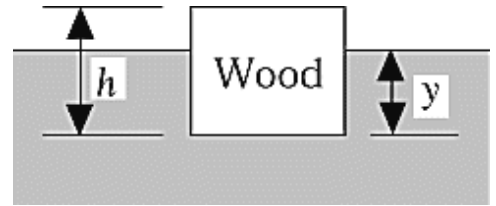
- A) $I_1 = I_2 > I_{cm}$
- B) $I_1 = I_2 < I_{cm}$
- C) $I_1 > I_2 > I_{cm}$
- D) $I_1 < I_2 > I_{cm}$
- E) $I_1 = I_2 = I_{cm}$



e) To identiske sylinderskiver har en felles akse. Først roterer den ene skiva mens den andre er i ro. Når de to skivene bringes i kontakt med hverandre, vil de øyeblikkelig festes til hverandre. La L_{tot} være det totale spinnet (dreieimpulsen) og $W_{k,tot}$ være den totale kinetiske energien til de to skivene. Hvilke av følgende utsagn er rett?

- A) $W_{k,tot}$ og L_{tot} er uendret fra verdiene før kontakten.
- B) $W_{k,tot}$ og L_{tot} er begge redusert til halvparten av deres opprinnelige verdier.
- C) L_{tot} er uendra, men $W_{k,tot}$ er redusert til halvparten av opprinnelige verdi.
- D) $W_{k,tot}$ er uendra men L_{tot} er redusert til halvparten av opprinnelige verdi.
- E) L_{tot} er uendra mens $W_{k,tot}$ er redusert til fjerdeparten av opprinnelige verdi.

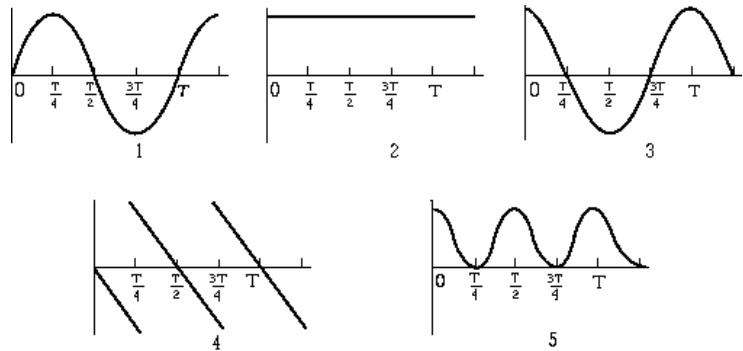
f) En trekloss flyter på ei vannflate som vist i figuren. Klossen har sirkulært tverrsnitt og en høyde $h = 3,0$ cm. Massetettheten til treet er $0,41 \text{ g/cm}^3$. Avstanden y fra vannoverflata til bunnen av treklossen er



- A) umulig å bestemme da tverrsnittsarealet ikke er oppgitt
 B) 0,81 cm
 C) 1,77 cm
 D) 1,23 cm
 E) Ingen av svarene ovenfor er korrekte

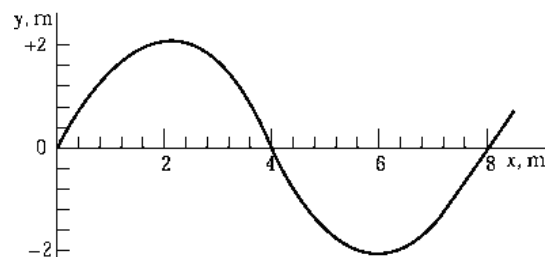
g) Den kinetiske energien til et legeme som beveger seg i en harmonisk oscillasjon er plottet som funksjon av tida som er gitt i enheter av perioden T . Ved $t = 0$ er utsvinget lik null. Hvilken graf representerer disse betingelser?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5



h) Grafen viser en bølge som propagerer mot høyre med en bølgefart på $4,0 \text{ m/s}$. Uttrykket som best representerer bølgen er

- A) $y(x, t) = 2 \text{ m} \cdot \sin(\pi x / (4 \text{ m}) - \pi t / (1 \text{ s}))$
 B) $y(x, t) = 2 \text{ m} \cdot \sin(16\pi \text{ m}^{-1} x - 8\pi \text{ s}^{-1} t)$
 C) $y(x, t) = 2 \text{ m} \cdot \sin(\pi x / (4 \text{ m}) + \pi t / (1 \text{ s}))$
 D) $y(x, t) = 4 \text{ m} \cdot \sin(\pi x / (4 \text{ m}) - \pi t / (1 \text{ s}))$
 E) $y(x, t) = 4 \text{ m} \cdot \sin(16\pi \text{ m}^{-1} x - 8\pi \text{ s}^{-1} t)$



i) Et legeme har temperatur 227°C og har netto varmeutstråling (utstråling minus innstråling) på P (J/s). Med hvilken faktor vil netto utstråling øke hvis legemets temperatur øker til 427°C ? Omgivelsene har konstant temperatur 0°C .

- A) 4,1
 B) 3,8
 C) 12,5
 D) 8,3
 E) 6,7

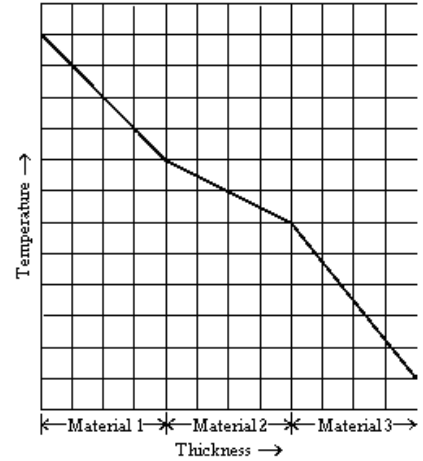
j) Hvis α er den lineære varmeutvidelsesutvidelseskoeffisienten til et materiale ved 0°C , så er volumutvidelseskoeffisienten til materialet ved 0°C lik

- A) α
 B) 3α
 C) α^3
 D) $\alpha^{1/3}$
 E) Ingen av svarene over er rett

- k) Av de følgende utsagn om varmpumpe er ett **ikke** riktig:
- I ekspansjonsventilen faller trykket i en tilnærmet isentalpisk prosess
 - I kondensatorspolen frgis varme til omgivelsene
 - Trykket ved utgangen fra ekspansjonsventilen er lik trykket ved inngangen til kompressoren
 - Trykket i kondensatorspolen er lik dampens metningstrykk ved gitt temperatur i kondensatorspolen
 - I fordamperspoken avkjøles kjølemediet ved at det avgir varme til omgivelsene

l) Grafen viser temperaturen i en vegg i de ulike lag. Veggens består av tre ulike materialer med lik tykkelse men ulik varmeledningsevne. Anta at det er stasjonære forhold mht. varmeledning, hva kan du da si om de tre materialene?

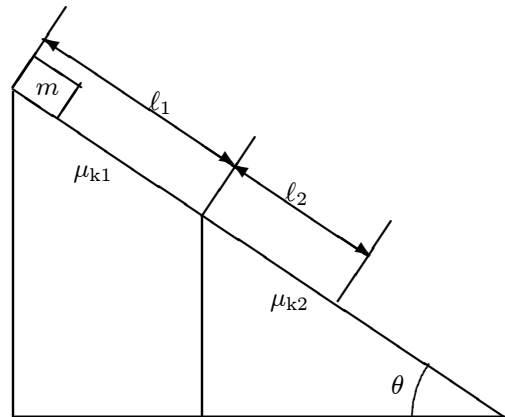
- Materiale 1 er den beste varmeisolator.
- Materiale 2 er den beste varmeisolator.
- Materiale 3 er den beste varmeisolator.
- Alle er like gode isolatorer.
- Det er umulig å bestemme hvilken som er den beste isolator.



VEDLEGG B.

Oppgave 2. Friksjon (teller 20%)

En kloss med masse $m = 2,00$ kg er plassert på toppen av et skråplan hvor øvre del av planet har en kinetisk friksjonskoeffisient, $\mu_{k1} = 0,70$, og nedre del av planet har $\mu_{k2} = 0,95$. Skråplansvinkelen er $\theta = 40^\circ$. Klossen blir sluppet og glir $\ell_1 = 10,0$ m nedover første del av skråplanet med liten friksjon. Så glir den inn i nedre seksjon hvor den etter en lengde ℓ_2 stopper opp.



- Hvordan kan friksjonskrafta mellom kloss og skråplanet uttrykkes? Bl.a. skal skråplansvinkelen θ inngå.
- La v_1 være hastigheten idet klossen har glidd strekning ℓ_1 , dvs. den passerer skillet mellom lav og høy friksjon. Hastigheten v_1 kan f.eks. løses fra energianalyse. Sett opp likning for energibevarelse der kinetisk energi, potensiell energi og friksjonsarbeid inngår. Du trenger ikke å løse likninga, farta er oppgitt til $v_1 = 4,6$ m/s.
- Hvor langt, ℓ_2 , glir klossen inn i høyfriksjonsdelen før den stopper helt opp med $v_2 = 0$?
- Hva er akselerasjonen, a_2 , for klossen idet den sklir på høyfriksjonsdelen?

Oppgave 3. Svingninger og bølger (teller 20%)

En strikkehopper med masse $m = 80$ kg henger rolig i en strikk som da er strekt til 18,0 m (i det seinere kalt likevektsstillingen). Strikken er 10,0 m uten strekk og har masse $m_s = 5,00$ kg.

a) Tegn inn alle kreftene som virker på strikkehopperen og vis at "fjærkonstanten" k for strikken har tallverdi 98 N/m.

b) Før strikkehopperen kommer til ro vil hun svinge opp og ned med en viss egenfrekvens ω_0 . La y være hopperens vertikale avstand fra likevektsstillinga og du kan anta strikken er strekt også i høyeste posisjon. Vis at hopperens svingebevegelse kan uttrykkes med likninga $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$. Finn uttrykk og tallverdi for ω_0 . Hva er perioden T_0 for egensvingningen?

c) Idet hopperen er kommet til ro i likevektsstillinga slår hun en kraftig puls på tvers av strikken (transversal puls) som brer seg oppover strikken. Du kan anta strikken har jamn strekkspenning over hele lengden og massen jamt fordelt. Bølgefarta for denne pulsen er

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Hva er F og μ i dette uttrykket? Vis at tallverdi for v er 53 m/s.

d) Hvis hopperen setter strikken i stående transversale bølger og slik at den svinger med 2. harmoniske (første "overtone"), hva blir bølgelengden og frekvensen til denne bølga?

Oppgave 4. Varmepumpe (teller 25%)

Prosessen i ei varmepumpe kan tilnærmes til to adiabater ($1 \rightarrow 2$ og $3 \rightarrow 4$) og to isobarer ($2 \rightarrow 3$ og $4 \rightarrow 1$). Arbeidsmediet er ideell gass med $\gamma = 5/3$. Se for deg mediet innelukket i et stempel der prosessene foregår. Trykket ved isobaren $2 \rightarrow 3$ er $p_2 = 750$ kPa og trykket ved isobaren $4 \rightarrow 1$ er $p_1 = 150$ kPa. Idet den adiabatisk kompresjonen starter okkuperer gassen volumet $V_1 = 100$ cm³ og temperaturen er her $T_1 = 250$ K (-23°C). Ved slutten av ekspansjonen $3 \rightarrow 4$ er volumet $V_4 = 80$ cm³.

a) Skisser syklusen i et pV -diagram, med pilretninger. Skaler aksene og marker nøyaktig de tilstandene du kjenner, resten kan du skissere omtrentlig. Tegn også isothermen som går gjennom tilstand 1 og isothermen gjennom tilstand 2.

b) Ut ifra oppgitt verdi på γ , hva er C_V og C_p for arbeidsmediet, uttrykt med nR ?

c) Bruk ideell gasslov til å finne hvor mange mol gass er det i systemet.

d) Finn temperaturene T_2 og T_4 i prosessen. Temperaturen T_3 trengs ikke beregnes, den oppgis til $T_3 = 381$ K (108°C .)

e) I prosessene $2 \rightarrow 3$ og $4 \rightarrow 1$ utveksles det varme med omgivelsene. Vis at per syklus er varme som opptas til maskinen 7,5 J og varme som avgis fra maskinen 14,3 J.

f) Tegn et energiflytdiagram (varmestrømdiagram) som viser energi inn/ut av varmepumpa og inn/ut av varmereservoar, og finn varmepumpas effektivitet (virkningsgrad).

FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesninger og kompendium.

Fysiske konstanter:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Elementær mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{der treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakse-teoremet: } I = I_T + MR_T^2$$

$$\text{Dreieimpuls (spinn) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Bøyning: } \theta = \frac{\ell}{r_0} = \frac{\tau}{EI} \ell \quad \mathcal{I} = \int y^2 dA = \frac{1}{12} a b^3 \quad \delta(\ell) = \frac{\ell^3}{3EI} F$$

$$\text{Hydrostatisk trykk } p(h) = p_0 + \rho gh \quad \text{Trykket i boble: } p = p_0 + \frac{2\gamma}{R}$$

$$\text{Massekonservering: } A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{Bernoulli: } p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{konstant}$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b} \quad \text{Stokes lov: } F = -6\pi\eta vr \quad \text{Poiseuilles: } Q = \frac{\pi R^4}{8} \frac{dp}{\eta dx}$$

Svingninger og bølger:

$$\text{Udempet svingning: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad \text{eller } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{Dempet svingning: } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$$

$$\delta < \omega_0 \quad \text{Underkritisk dempet: } x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0) \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\delta > \omega_0 \quad \text{Overkritisk dempet: } x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t} \quad \alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t \quad \text{når } t \text{ er stor: } x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi), \text{ der } x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

$$\text{Bølger: } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x, t) = f(x \pm vt) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$$

$$v = \pm \frac{\omega}{k} \quad |v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Streng: } v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{hvor } T = \frac{F}{A} \quad \text{og } \mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$$

$$\text{Lydbølger: } \xi(x, t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t) \quad p_{\text{lyd}} = kv^2 \rho \xi_0 \quad \text{Luft: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} \quad \text{Fast stoff: } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2 \quad I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2 \quad I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\sqrt{\rho B}}$$

$$\beta(\text{i dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}} \quad \text{der } I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\text{Stående bølger: } y(t) = \frac{1}{2} y_0 \cos[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \cos[kx - \omega t] \quad L = n \frac{\lambda}{2} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

Termisk fysikk:

$$n_M \text{ (iblant også } n) = \text{antall mol} \quad N = \text{antall molekyler} \quad n = N/V \quad n_f = \text{antall frihetsgrader}$$

$$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT} \quad \Delta U = Q - W \quad C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$$

$$\text{Varmetransport: } j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad j = \sigma T^4 \quad j = e \sigma T^4 \quad j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$$pV = n_M RT \quad pV = n \frac{2}{3} E \quad E = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad \text{van der Waals: } \left(p + \frac{a}{v_M^2} \right) (v_M - b) = RT$$

$$c'_V = \frac{1}{2} n_f R \quad c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R \quad \Delta W = p \Delta V \quad W = \int_1^2 p dV \quad dU = C_V \cdot dT$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f} \quad pV^\gamma = \text{konstant} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant} \quad v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

$$\text{Molekylære kollisjoner: } \sigma = \pi d^2 \quad \ell_0 = \frac{1}{n\sigma} \quad \tau = \frac{1}{nv\sigma}$$

$$\text{Effektivitet: } e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \text{Otto: } e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad \epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad \text{Clausius: } \sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0 \quad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

$$\text{Entropi: } dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad \Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad S = k_B \ln w$$