Institutt for fysikk 2004

TFY4100 Fysikk
Eksamen 4. august 2004. Løsningsforslag

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål

Oppgave:	a	b	c	d	e	f	g
Rett svar:	D	C	D	A	C	E	E

Detaljer om spørsmålene:

a) Sentripetalkraft $F = m \cdot v^2/r$. løser herfra ut v som gir svaret.

b) Støt mellom to roterende skiver. Dreieimpulsen (spinnet),L_{tot}, er bevart i alle støt. Dermed halveres vinkelhastigheten etter støtet. Total kinetisk energi etter blir $W_{\text{etter}} = \frac{1}{2}(2I)\,(\omega/2)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot W_{\text{k,tot,før}}$.

c) y er sinus-komponenten og (vinkel)frekvensen er $2\pi f$. Amplituden er A.

d) Øvre graf viser at bølgelengden $\lambda = 4{,}0$ m. Nedre viser at perioden $T = 1/2s$. Bølgefarten er da $v = \lambda/T = 8{,}0$ m/s.

e) Fra ideell gasslov: $V = nRT/p$. n halveres, T dobles og p økes med 1/3, dvs til 4/3 av opprinnelig. Da må V bli 3/4 av opprinnelig.

f) Kjølemediet kondenserer gradvis i kondensatorspolen ved der å gi fra seg varme, ikke umiddelbart i kompressoren. E er derfor feil.

g) Varmestrømmen er proporsjonal med differansen mellom temperaturen på den varme og den kalde siden. Om temperaturen dobles på den varme siden sier dette ikke noe om differansen siden temperaturen på den kalde siden ikke er oppgitt. Øker, men økningen kan ikke bestemmes.

Oppgave 2. Akselerasjon

a) Arbeidet som en konstant kraft $\vec{\boldsymbol{F}}$ utfører er $W = \vec{\boldsymbol{F}} \cdot \vec{\boldsymbol{s}}$, der $\cdot$ er skalarproduktet mellom vektorene. Dersom $\vec{\boldsymbol{F}}$ er den eneste krafta som virker gir denne en akselerasjon $\vec{\boldsymbol{a}}$ gitt av Newtons 2. lov: $\vec{\boldsymbol{a}} = \vec{\boldsymbol{F}}/m$.

b) Kinetisk energi idet hun treffer snøfonna er $\frac{1}{2}mv_0^2$. Bremsekrafta F (negativ) virker mot bevegelsen og gir en retardasjon (negativ akselerasjon) a ifølge Newton 2: $F = ma$. Videre gjør F et arbeid $W = F \cdot s = ma \cdot s$, der s er dybden hun når ned i snøfonna. All kinetisk energi skal "spises opp" av bremsekrafta, og dette gir

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + ma \cdot s = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{s} = -\frac{\frac{1}{2}v_0^2}{a} = -\frac{\frac{1}{2}40^2\,\text{m}^2/\text{s}^2}{-500\,\text{m/s}^2} = \underline{1,60\,\text{m.}}$$

Varianter mht. fortegn aksepteres i denne oppgaven (man bør vite at retardasjon er negativ akselerasjon, men trenger ikke bruke minustegn ved utregningen).

c) Siden retardasjonen er konstant: $a = -500\,\text{m/s}^2$ vil hastighetsreduksjon fra v_0 til $v = 0$ ta tid:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-40\,\text{m/s}}{-500\,\text{m/s}^2} = \underline{0,080\,\text{s}}$$

Oppgaven kan alternativt løses ved å bruke "akselerasjonslikningene" $v = v_0 + at$ og $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$. Man finner da fra første likning først tida $t = (v - v_0)/a = 0,080$ s på samme måte som i første alternativ. Deretter finner man strekningen (her må man bruke negativ a!)

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}(-500\,\text{m/s}^2)(0,080\,\text{s})^2 + 40\,\text{m/s} \cdot 0,080\,\text{s} = -1,6\,\text{m} + 3,2\,\text{m} = 1,6\,\text{m}.$$

Men siden det er angitt å bruke energibetraktning og opg. a) ment som tips i så måte, gir denne løsningsmetoden ikke full uttelling ved bedømmelsen.

Oppgave 3. Rotasjon

a) Når sylinderen har rullet èn omdreining, $2\pi R$, vil tyngdepunktet ha flytta seg $s = 2\pi R$. Vinkelhastigheten er gitt av $\omega = 2\pi/T$, der T er tid for en hel omdreining. Translasjonshastigheten er derfor $\underline{v} = s/T = \frac{2\pi R}{2\pi/\omega} = \underline{R\omega}$.

b) Lineær kinetisk energi: $W_1 = \frac{1}{2}Mv^2$. Rotasjonens kinetiske energi: $W_2 = \frac{1}{2}I\omega^2$ (evt. fra formelsamling). Treghetsmomentet for ei kule er (fra formelsamling): $I = \frac{2}{5}MR^2$. Dermed er kulas totale kinetiske energi lik

$$W_\mathrm{k} = W_1 + W_2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}MR^2\cdot\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}Mv^2\cdot(1+\frac{2}{5}) = \frac{7}{10}Mv^2.$$

c) Når ℓ er tilbakelagt strekning er endring av kulas vertikale høyde lik

$$\Delta h = \sin\theta\cdot\ell$$

og fra bevaring av energi finner vi

$$W_\mathrm{k} = W_\mathrm{p} = Mg\Delta h = Mg\sin\theta\cdot\ell.$$

Vi kan herfra finne uttrykk for kulas fart som funksjon av tilbakelagt distanse:

$$\frac{7}{10}Mv^2 = Mg\sin\theta\cdot\ell \quad\Rightarrow\quad v = \underline{\sqrt{\frac{10}{7}\cdot g\ell\sin\theta}}.$$

Det var ikke spurt etter å løse v, men du kan kontrollere svaret med å sette inn følgende oppgitte verdier ved enden av skråplanet:

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}\cdot 9,8\,\mathrm{m/s^2}\cdot 1,00\,\mathrm{m}\cdot\sin 15^\circ} = 1,90\,\mathrm{m/s},$$

som stemmer med hva som er oppgitt i d).

d) Vi lar v og $u = 0$ være kulas og klossens fart før kollisjonen, og v' og u' fart etter kollisjonen. Under kollisjonen virker ingen ytre krefter i bevegelsesretningen, slik at bevegelsesmengden er uendra:

$$Mv + m\cdot u = Mv' + mu'.$$

Siden kollisjonen er oppgitt til å være fullstendig elastisk er også total kinetisk energi bevart:

$$\frac{7}{10}Mv^2 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{7}{10}Mv'^2 + \frac{1}{2}mu'^2.$$

Første likning gir $v' = v - u'\cdot m/M$. Denne innsatt i energilikningen bestemmer u':

$$\begin{aligned}
\frac{7}{10}Mv^2 &= \frac{7}{10}M(v-u'\cdot m/M)^2 + \frac{1}{2}mu'^2 \quad \text{(kan evt. forkorte } m=M\text{)}\\
7Mv^2 &= 7M\left(v^2 - 2vu'\cdot m/M + u'^2(m/M)^2\right) + 5mu'^2\\
0 &= 7M\left(-2vu'\cdot m/M + u'^2(m/M)^2\right) + 5mu'^2\\
0 &= -14vu'\cdot m + 7u'^2m^2/M + 5mu'^2\\
0 &= u'\cdot m\left(-14v + u'(7m/M+5)\right)
\end{aligned}$$

med løsning: $u' = 0$ (og $v' = v$), dvs. kula har ikke truffet klossen, eller

$$u' = \frac{14v}{7\cdot m/M + 5} = \underline{\frac{7}{6}v = 2,22\,\mathrm{m/s}} \quad (\text{ og } \quad v' = v - \frac{7}{6}v = -\frac{1}{6}v = -0,32\,\mathrm{m/s.})$$

(Spinnet $L = I\omega$ er ikke bevart for kula aleine, men endringen er tatt opp av underlaget, dvs. en ørliten rotasjon av jorda).

e) Klossen har stoppet når all kinetisk energi er brukt opp til friksjonsarbeid:

$$W_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mu'^2 = W_\mathrm{frik} = F_\mathrm{frik}\cdot\ell_2 = \mu\cdot F_\perp\cdot\ell_2 = \mu\cdot mg\cdot\ell_2$$

som gir løsning

$$\ell_2 = \frac{\frac{1}{2}mu'^2}{\mu\cdot mg} = \frac{\frac{1}{2}u'^2}{\mu g} = \frac{\frac{1}{2}(2,22\,\mathrm{m/s})^2}{0,3\cdot 9,8\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{0,84\,\mathrm{m}}.$$

Oppgave 4. Bølgefart

a) Bølgefarta fra formelark:

$$\underline{v} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{m/L}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{110\,\mathrm{N}\cdot 10,0\,\mathrm{m}}{0,70\,\mathrm{kg}}} = 39,6\,\mathrm{m/s} = \underline{40\,\mathrm{m/s}}.$$

b) For stående bølge med 2. harmoniske svingning er det to buker på strikklengden, dvs. bølgelengden

$$\underline{\lambda = L = 10,0\,\mathrm{m}}$$

(en figur vil gjøre seg!) Da er frekvensen

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{39,6\,\mathrm{m/s}}{10,0\,\mathrm{m}} = 3,96\,\mathrm{s}^{-1} = \underline{4,0\,\mathrm{Hz}}.$$

(eller vinkelfrekvens $\omega = 2\pi f = 25\,\mathrm{s}^{-1}$.)

c) Med dobling av lengden og dobling av strekket F finner vi at bølgefarta dobles:

$$v' = \sqrt{\frac{F'}{\mu'}} = \sqrt{\frac{2F}{\mu/2}} = 2\cdot\sqrt{\frac{F}{\mu}} = 2v.$$

Samtidig vil bølgelengden også dobles: $\lambda' = 2\lambda$, og vi ender opp med samme frekvens:

$$f' = \frac{v'}{\lambda'} = \frac{2v}{2\lambda} = f = 3,96\,\mathrm{s}^{-1} = \underline{4,0\,\mathrm{Hz}}.$$

Oppgave 5. Termodynamikk

a) En reversibel prosess er kjennetegnet ved at det er likevekt i systemet til enhver tid, dvs. samme trykk og temperatur gjennom hele systemet (arbeidsmediet). All varmeoverføring skjer ved infinitesimal (uendelig liten) temperaturforskjell. Det her heller ingen friksjon f.eks. mellom stempel og vegg og ingen elektrisk motstand hvis elektrisk strøm er involvert. Slike prosesser må foregå uendelig langsomt dersom kravene skal oppfylles. Virkelige prosesser er aldri reversible, men i kvasi-statiske reversible prosesser er kravene tilnærmet oppfylt.

Alle reversible prosesser kan reverseres (derav navnet) og endringer i alle størrelser har da motsatt verdi.

I **b)-c)** bruker vi første hovedsetning, gitt ved $\Delta U = Q - W$, hvor ΔU er endring i indre energi, Q er varme som er absorbert og W er arbeid som er utført av systemet på omgivelsene. Den indre energien U er bestemt av tilstanden, mens Q og W er bestemt av prosessen. Q og W er derfor ikke tilstandsfunksjoner.

Siden den indre energien U er bestemt av tilstanden, kan vi skrive $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$ etc. Indeksbruk: $Q_{AB} =$ varme mottatt i prosess $A \to B$, $W_{AB} =$ arbeid utført i prosess $A \to B$. (NB; $Q_{\mathrm{AB}} = Q_{\mathrm{B}} - Q_{\mathrm{A}}$ er feil!! - da Q ikke er en tilstandsfunksjon.)

b) Følgende er oppgitt: $Q_{ACB} = +80$ J, $\quad W_{ACB} = +30$ J. Da er fra første hovedsetning:

$$\Delta U_{AB} = Q_{ACB} - W_{ACB} = \underline{50\,\mathrm{J}}.$$

c) Fra første hovedsetning:

$$W_{BA} = Q_{BA} - \Delta U_{BA} = Q_{BA} + \Delta U_{AB} = -70\ \mathrm{J} + 50\ \mathrm{J} = \underline{-20\ \mathrm{J}}.$$

(Negativt: arbeidet er utført på systemet).

d) Entropien er en tilstandsfunksjon. For en kretsprosess der vi er tilbake til opprinnelig tilstand vil alle tilstandsfunskjoner være tilbake til startverdien. M.a.o.

$$\Delta S = S_{\mathrm{A}} - S_{\mathrm{A}} = \underline{0\ \mathrm{J/K}}$$