TFY4100 Fysikk
Eksamen august 2004. Løsningsforslag

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål

Spørsmål:	a	b	c	d	e	f	g
Rett svar:	B	B	D	E	A	E	B

Detaljer om spørsmålene:

a) Kraften som skyver parallelt med skråplanet gir ingen komponent normalt på skråplanet. Derfor er det kun tyngdens komponent normalt på skråplanet som bidrar, $mg\cos\theta$.

b) Energibevaring: $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(3m)v^2 = mgh$ idet begge massene har samme fart v. Dette gir $v = \sqrt{\frac{2}{4}gh}$.

c) Hastighet er definert med retning og endres derfor. Derfor er det akselerasjon og en resultantkraft. Men intet arbeid da kraft alltid normal på forflytning.

d) Sylinderen har høyest treghetsmoment (fra formelsamling: $\frac{1}{2}MR^2$ mot $\frac{2}{5}MR^2$ for ei kule). Lineær akselerasjon ikke avhengig av størrelse og masse, kun av formen gjennom treghetsmomentet (dette kan det regnes litt på om nødvendig). Kulene får derfor samme akselerasjon mens sylinderen noe mindre og derfor oppnår mindre sluttfart.

e) Ekvipartisjonsprinsippet sier at energien fordeles med $\frac{1}{2}k_{\rm B}T$ per frihetsgrad per molekyl, uansett masse. Per atom blir det derfor like mye (indre) energi U for de to enatomige gassene siden begge har tre frihetsgrader.

f) Arbeid gjøres på systemet uten tilførsel av varme, trykket øker, temperaturen øker, indre energi øker. Dette forenlig bare med E.

g) Arbeid W = varme inn - varme ut. Effektivitet $e = \frac{W}{Q_{\rm inn}} = \frac{Q_{\rm inn}-Q_{\rm ut}}{Q_{\rm inn}} = \frac{64-42}{64} = 0,34$.

Oppgave 2. Mekanikk

a) Bevaring bevegelsesmengde:

$$m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{1}$$

Bevaring energi:

$$\frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 {v_1'}^2 + \frac{1}{2}m_2 {v_2'}^2. \tag{2}$$

Løsning av disse (f.eks. sette inn v_2' fra første likning inn i andre) gir $v_1' = 0$ eller

$$v_1' = v_2 \cdot \frac{2\,m_2}{m_1+m_2} = 15\ \text{m/s} \cdot \frac{2\cdot 0,80}{1,0+0,80} = 13,33\ \text{m/s} = \underline{13,3\ \text{m/s}}. \tag{3}$$

Retningen er samme som v_2, altså mot venstre i figuren.

b) Perioden er bestemt av fjærstivhet k og massen m_1 fra (se formelark)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100\ \text{N/m}}{1,00\ \text{kg}}} = 10,00\ \text{s}^{-1} \tag{4}$$

som gir for perioden

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10,00}\ \text{s} = 0,628\ \text{s} = \underline{0,63\ \text{s}}. \tag{5}$$

c) I en svingning er kinetisk energi maksimal når utslaget er null og potensiell energi maksimal når hastigheten er null. Derfor bestemmes amplityden x_0 fra

$$\frac{1}{2}m_1 {v_1'}^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 \quad\Rightarrow\quad x_0 = v_1' \cdot \sqrt{m_1/k} = v_1'/\omega = \underline{1,33\ \text{m}}. \tag{6}$$

d) Vi bestemmer hastigheten for kloss 2 umiddelbart etter støtet. Finner fra de to bevarelseslikningene over at

$$v_2' = v_2 \cdot \frac{m_2-m_1}{m_2+m_1} = 15,0\ \text{m/s} \cdot \frac{0,80-1,0}{0,80+1,0} = -1,667\ \text{m/s} = \underline{-1,67\ \text{m/s}}. \tag{7}$$

altså i retning mot høyre, bort fra kloss 1.

Hvis kloss 1 fikk svinge fritt ville den i løpet av $\frac{3}{4}$ periode, dvs. $t = \frac{3}{4} \cdot T = 0{,}473$ s, ha beveget seg fra midtpunkt, til venstre ytterpunkt og ut til høyre ytterpunkt som ifølge c) er 1,33 m fra midtpunktet. På denne tida t har kloss 2 beveget seg $s_2 = v_2' \cdot t = 0,789$ m, altså mindre enn amplityden 1,33 m, slik at klossene helt sikkert kolliderer en gang til før 3/4 periode er fullført.

Med oppgitte alternative tallsvar får vi $t = \frac{3}{4} \cdot T = 0{,}375$ s. På denne tida har kloss 2 beveget seg $s_2 = v_2' \cdot t = 0,626$ m, altså mindre enn oppgitt amplityde 1,0 m, slik at klossene helt sikkert kolliderer en gang til.

Oppgave 3. Bølger

a) Frekvensen må være den samme som stemmegaffelen:

$$\underline{f = 400\,\text{Hz}}. \qquad \text{(vinkelfrekvensen} \quad \omega = 2\pi f = 2,51 \cdot 10^3\,\text{s}^{-1})$$

Perioden T er den inverse av frekvensen:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{400}\,\text{s} = \underline{2,50\,\text{ms}}.$$

b) Bølgefarta fra formelarket:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{1,0\,\text{kN}}{0,010\,\text{kg/m}}} = \underline{316\,\text{m/s}}.$$

c) Bølgefart $v = \lambda/T$ gir $\underline{\lambda = v \cdot T = 316\,\text{m/s} \cdot 2,50\,\text{ms} = 0,79\,\text{m}}$. Bølgetallet $\underline{k = 2\pi/\lambda = 7,95\,\text{m}^{-1}}$.

d) Generell formel: $y(x,t) = y_0 \cdot \sin(kx \pm \omega t)$. Her er vinkelfrekvensen $\omega = 2\pi f = 2513\,\text{s}^{-1}$. Innsatt tallverdier gir dette:

$$\underline{y(x,t) = 0,50\,\text{mm} \cdot \sin(7,95\,\text{m}^{-1} \cdot x \ \pm\ 2,51 \cdot 10^3\,\text{s}^{-1} \cdot t)}.$$

$\cos(\cdots)$ duger like godt som sin. Vi må ta med $\pm$ fordi bølgen vil bre seg utover i begge retninger.

e) Farta til et punkt på strengen er gitt av

$$v = \dot{y} = y_0 \cdot (\pm\omega)\cos(kx \pm \omega t) \quad \Rightarrow \quad |v_{\max}| = y_0 \cdot \omega = 0,50\,\text{mm} \cdot 2513\,\text{s}^{-1} = \underline{1,26\,\text{m/s}}.$$

Akselerasjonen til et punkt på strengen er gitt av

$$a = \dot{v} = -y_0 \cdot \omega^2 \sin(kx \pm \omega t) \quad \Rightarrow \quad |a_{\max}| = y_0 \cdot \omega^2 = 0,50\,\text{mm} \cdot (2513\,\text{s}^{-1})^2 = \underline{3,16 \cdot \text{km/s}^2}.$$

Med alternative oppgitte tallverdier blir svarene:

$$|v_{\max}| = y_0 \cdot \omega = 0,50\,\text{mm} \cdot 2000\,\text{s}^{-1} = \underline{1,00\,\text{m/s}}. \qquad |a_{\max}| = y_0 \cdot \omega^2 = 0,50\,\text{mm} \cdot (2000\,\text{s}^{-1})^2 = \underline{2,00 \cdot 10^3\,\text{m/s}^2}.$$

f) Effekten som må til for å opprettholde bølgen er

$$P = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 y_0^2 = \frac{1}{2} 0,010\ \text{kg/m} \cdot 316\,\text{m/s} \cdot (2513\,\text{s}^{-1})^2 \cdot (0,5 \cdot 10^{-3}\,\text{m})^2 = 2,495\,\text{W} = \underline{2,5\,\text{W}}.$$

Bølgen må bre seg utover i begge retninger (det var oppgitt at strengen er så lang at vi kan se bort fra refleksjoner i enden). Da må tilført effekt fra stemmegaffelen være lik det doble av dette:

$$P^* = 4,989\,\text{W} = \underline{5,0\,\text{W}}.$$

Med alternative oppgitte tallverdier blir $v = \omega/k = 312,5$ m/s og dermed:

$$P^* = 2 \times \frac{1}{2}\mu v \omega^2 y_0^2 = 0,010\text{kg/m} \cdot 312,5\,\text{m/s} \cdot (2000\,\text{s}^{-1})^2 \cdot (0,5 \cdot 10^{-3}\,\text{m})^2 = 3,125\,\text{W} = \underline{3,1\,\text{W}}.$$

Oppgave 4. Termodynamikk.

a) Antall mol fra ideell gasslov:

$$n_{\text{A}} = n_{\text{B}} \equiv n = \frac{p_{\text{A},0} V_{\text{A},0}}{R T_{\text{A},0}} = \frac{101300 \text{ N/m}^2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}{8,314 \text{ J/(K mol)} \cdot 273 \text{ K}} = 2,232 \text{ mol} = \underline{\underline{2,23 \text{ mol}}}$$

b) En enatomig ideell gass har $n_{\text{f}} = 3$ frihetsgrader og derfor er $\underline{\underline{\gamma}} = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5/2}{3/2} = \underline{\underline{\frac{5}{3}}}$.

c) Bestemmer først sluttvolumet i B fra adiabatlikningen.

$$p_{\text{B}} V_{\text{B}}^{\gamma} = p_{\text{B},0} V_{\text{B},0}^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{B}} = V_{\text{B},0} \cdot \left(\frac{p_{\text{B},0}}{p_{\text{B}}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_{\text{B},0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{5}} = V_{\text{B},0} \cdot 0,5173 = 2,586 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = \underline{\underline{2,59 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}}$$

$$V_{\text{A}} = (V_{\text{A},0} + V_{\text{B},0}) - V_{\text{B}} = 2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 - 2,586 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 7,414 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = \underline{\underline{7,41 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}}$$

d) Temperaturene bestemmes enklest fra ideell gasslov:

$$T_{\text{A}} = \frac{p_{\text{A}} V_{\text{A}}}{nR} = \frac{3 \cdot 101300 \text{ N/m}^2 \cdot 7,414 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}{2,232 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J/(K mol)}} = \underline{\underline{1214 \text{ K}}}.$$

$$T_{\text{B}} = \frac{p_{\text{B}} V_{\text{B}}}{nR} = \frac{3 \cdot 101300 \text{ N/m}^2 \cdot 2,586 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3}{2,232 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J/(K mol)}} = 423,5 \text{ K} = \underline{\underline{424 \text{ K}}}.$$

e) Totalsystemet A+B gjør intet ytre arbeid da totalvolumet er konstant. (Evt. argumentere med at $W_{\text{A}} = -W_{\text{B}}$, dvs. arbeidene opphever hverandre internt.) Ved bruk av 1.lov på totalsystemet får vi da:

$$đQ = \mathrm{d}U_{\text{tot}} + đW_{\text{tot}} = \mathrm{d}U_{\text{A}} + \mathrm{d}U_{\text{B}} + 0$$

For monoatomær ideell gass er $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2} nR$ slik at $\mathrm{d}U = C_V \Delta T$. Dermed er

$$Q = C_{V,\text{A}}(T_{\text{A}} - T_{\text{A},0}) + C_{V,\text{B}}(T_{\text{B}} - T_{\text{B},0}) = \frac{3}{2} nR(T_{\text{A}} - T_{\text{A},0}) + \frac{3}{2} nR(T_{\text{B}} - T_{\text{B},0})$$

Med $T_{\text{A},0} = T_{\text{B},0} = 273$ K og ellers tallverdier som over, får vi

$$Q = 26,17 \text{ kJ} + 4,19 \text{ kJ} = 30,38 \text{ kJ} = \underline{\underline{30,4 \text{ kJ}}}.$$

Med alternative oppgitte tallstørrelser for $T_{\text{A}}, T_{\text{B}}$ og n får vi $Q = 4,415 \text{ kJ} + 23,12 \text{ kJ} = \underline{\underline{27,5 \text{ kJ}}}$.
(Det var riktignok byttet om oppgitte verdier for T_{A} og T_{B}, men det har ingen betydning for tallsvaret her.)

f) Prosessen i B er reversibel og adiabatisk, da er

$$\underline{\underline{\Delta S_{\text{B}} = 0}}$$