

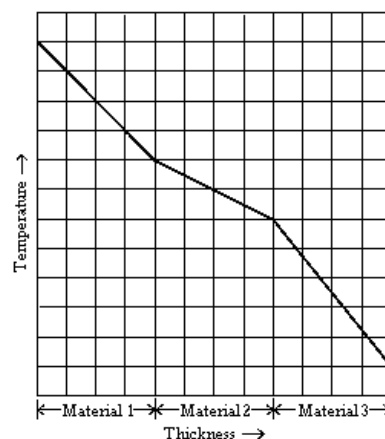




**Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30%)**

a) Grafen viser temperatur som funksjon av tykkelse gjennom tre materiallag med samme tykkelse, men forskjellig varmeledningsevne. Anta at varmestrømmen gjennom det sammensatte materialet er i stasjonær tilstand, hva kan du da si om materia-  
lene?

- A) Materiale 1 har best varmeisoleringssevne.
- B) Materiale 2 har best varmeisoleringssevne.
- C) Materiale 3 har best varmeisoleringssevne.
- D) Alle de tre materialene har samme varmeisoleringssevne.
- E) Det er ikke mulig å bestemme hvilket materiale som har best varmeisoleringssevne.



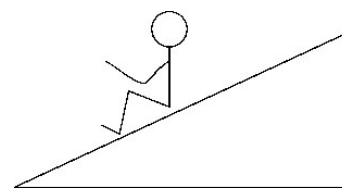
b) Lufta i en ballong har et volum på  $0,10 \text{ m}^3$  når temperaturen er  $27^\circ\text{C}$  og trykket  $1,2 \text{ atm}$ . Hva blir luftvolumet i ballongen ved temperatur  $7^\circ\text{C}$  og trykk  $1,0 \text{ atm}$ ? Anta ideell gass. (Mengden med gass forblir den samme.)

- A)  $0,022 \text{ m}^3$
- B)  $0,078 \text{ m}^3$
- C)  $0,089 \text{ m}^3$
- D)  $0,11 \text{ m}^3$
- E)  $0,13 \text{ m}^3$

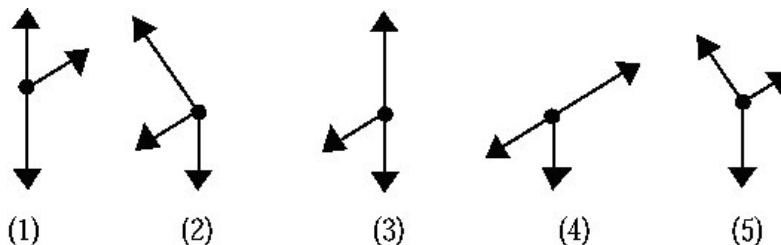
c) I lufta i eksamenslokalet har oksygenmolekylene (molar masse =  $32 \text{ g/mol}$ ) og nitrogenmolekylene (molar masse =  $28 \text{ g/mol}$ ) samme gjennomsnittlige

- A) kinetiske energi, men oksygenmolekylene har større fart.
- B) kinetiske energi, men oksygenmolekylene har mindre fart.
- C) kinetiske energi og samme gjennomsnittsfart.
- D) fart, men oksygenmolekylene har høyere gjennomsnittlig energi.
- E) fart, men oksygenmolekylene har lavere gjennomsnittlig energi.

d) Fritt-legeme diagrammet som best representerer kreftene som virker på studenten som sitter i ro på skråplanet er:

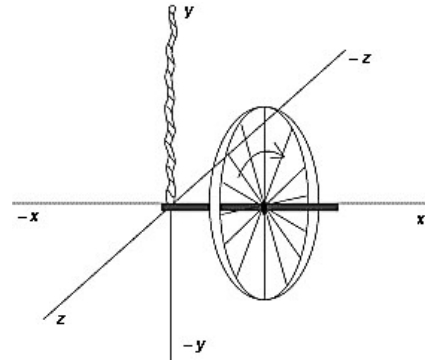


- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5



e) Et roterende sykkelhjul holdes oppe av et tau festet til den ene enden av hjulakslingen, som vist i figuren. Det resulterende dreiemomentet som virker på hjulet er rettet langs hvilken av aksene?

- A)  $x$
- B)  $y$
- C)  $-y$
- D)  $z$
- E)  $-z$

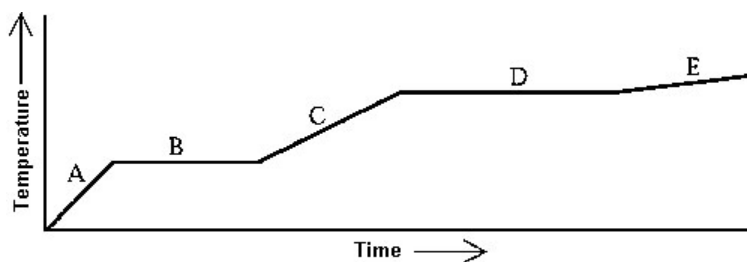


f) Vannstrålen fra en brannslange med diameter 7,0 cm rettes normalt mot en fast, vertikal vegg. Vannet har uniform hastighet 7,0 m/s, og det antas at vannet etter å ha truffet vegg faller rett ned langs vegg. Den gjennomsnittlige krafta fra vannstrålen på vegg er: (Tettheten for vann er  $1000 \text{ kg/m}^3$ .)

- A) 27 N
- B) 190 N
- C) 47 N
- D) 60 N
- E) 94 N

g) En 5,00-kilos myk kittklump slippes fra høyde 10,0 m over bakken ned på en avfjæret plattform 5,00 m over bakken. Fjærkonstanten som holder plattformen er  $k = 200 \text{ N/m}$ , og kittklumpen presser fjæra sammen 1,50 m på det meste (slik at kittklumpen i det øyeblikk er 3,5 m over bakken). Dersom massen av fjær og plattform antas neglisjerbar, så beregnes den energien som går over til lyd og varme i sammenstøtet til å være:

- A) 20,0 J
- B) 169 J
- C) 266 J
- D) 438 J
- E) 94,0 J

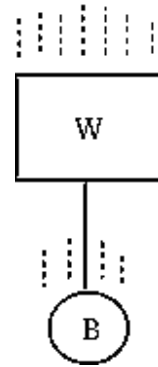


h)

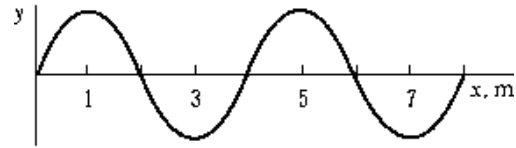
Grafen ovenfor viser temperaturen i et homogent objekt som får tilført varme med konstant tilført effekt. Objektet er i utgangspunktet et fast stoff som varmes opp og smeltes. Smelten varmes deretter opp og stoffet fordampes, hvorefter dampen til slutt varmes opp videre. Hvilket av følgende utsagn er sant:

- A) Smeltevarmen for stoffet er større enn fordampningsvarmen.
- B) Fordampningsvarmen er større enn smeltevarmen.
- C) Fordampningsvarmen er lik smeltevarmen.
- D) Massen til stoffet må være kjent for å kunne si noe om forholdet mellom smeltevarme og fordampningsvarme.
- E) Forholdet mellom smeltevarme og fordampningsvarme avhenger av tilførselsraten for varme (tilført effekt).

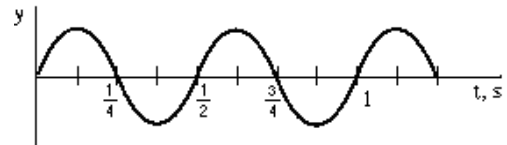
- i) Systemet i figuren består av ei stålkule B forbundet med ei snor til en stor treblokk W. Hvis systemet blir sluppet i vakuum, vil snorkrafta bli
- null.
  - lik differansen av massene til B og W.
  - lik differansen til vektene av B og W.
  - lik vekta av B.
  - ingen av A-D er rett svar.



- j) Ei bølge brer seg i positiv  $x$ -retning med fart  $v$ . Den øvre grafen viser utsvinget  $y$  som funksjon av avstand  $x$  for et gitt tidspunkt. Den nedre grafen viser utsvinget  $y$  som funksjon av tida  $t$  for et gitt punkt  $x$ . Fra informasjonen i grafen, hva er bølgefarten  $v$ ?

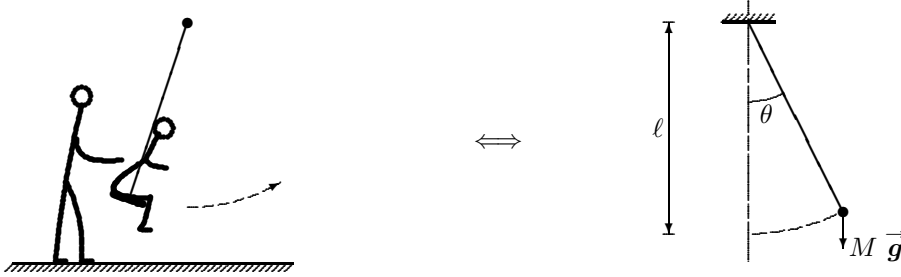


- 8,0 m/s
- 4,0 m/s
- 6,0 m/s
- Det er ikke nok informasjon til å løse problemet.
- Ingen av svarene er riktige.



**Oppgave 2. Mekanikk (teller 25%)**

a) Gitt at ei huske med lengde  $\ell$  og total masse  $M$  kan beskrives som en matematisk pendel. Barnets masse er inkludert i  $M$ , og  $g$  er tyngdens akselerasjon. Se figur.



Skriv ned uttrykket for treghetsmomentet  $I$  til huska regnet om aksene gjennom opphengningspunktene.

Skriv ned uttrykket for dreiemomentet  $\tau(\theta)$ , hvor  $\theta$  er vinkelen som angir utsvinget til huska.

Bruk Newtons 2. lov for rotasjonsbevegelse til å vise at man for huska har følgende bevegelseslikning når  $\theta \ll 1$ , dvs.  $\sin \theta = \theta$ :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell}\theta = 0.$$

b) Vis ved innsetting at  $\theta(t) = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$  er den generelle løsninga av bevegelseslikninga og finn uttrykket for resonansfrekvensen  $\omega$ .

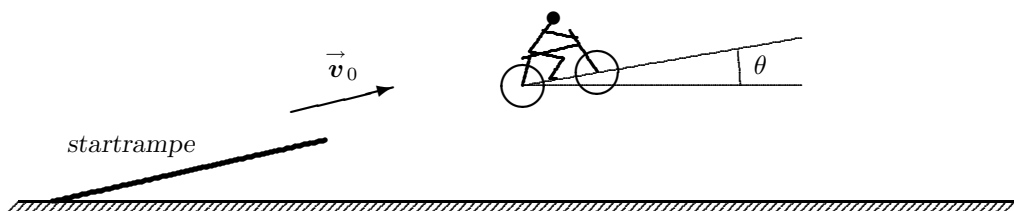
Finn verdiene til integrasjonskonstantene  $C_1$  og  $C_2$  når følgende startbetingelse er gitt:  $\theta(t = 0) = 0$  og  $\dot{\theta}(t = 0) = \dot{\theta}_0$ .

c) Huska beskrevet ovenfor, er satt i sving med maksimalt utsving lik  $\theta_{\max}$ . Et mindre barn med masse  $m$  setter seg i fanget til barnet i huska i det huska passerer sitt laveste punkt ( $\theta = 0$ ). Det minste barnets hastighet i horisontalretningen antas å være lik null i det barnet setter seg på huska. Husk at spinnnet (rotasjonsmengden) ikke endres som følge av denne hendelsen.

Finn uttrykk for maksimalt utsving  $\theta'_{\max}$  etter at begge barna er på plass i huska.

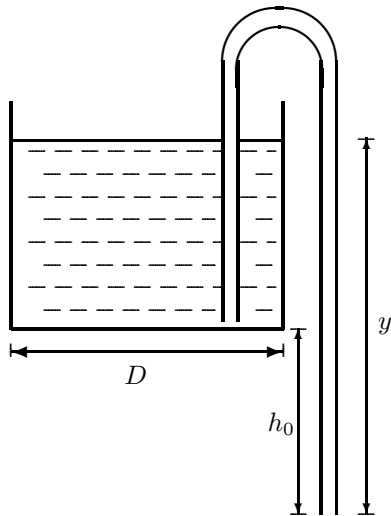
Tips: Finn forholdet mellom vinkelfrekvensen like før ( $\dot{\theta}$ ) og like etter ( $\dot{\theta}'$ ) at barnet er på plass. Sett deretter opp uttrykk for den kinetiske energien like før og umiddelbart etter at begge barna er på plass i huska i dette uelastiske støtet. Benytt deretter energikonserveringsloven for den videre bevegelse.

d) En vårkåt motorsyklist kjører med stor fart  $v_0$  opp en startrampe for deretter å foreta et langt hopp. Vinkelen målt fra horisontallinja til ei linje gjennom navene til motorsykkelens to hjul settes lik  $\theta$ .



Hvordan vil vinkelen  $\theta$  endre seg hvis motorsyklisten, under hoppet, gir mer gass (øker vinkelhastigheten til bakhjulet)? Begrunn svaret. Du kan se bort fra luftmotstanden. Tips: Den totale rotasjonsmengden (spinnnet) er konstant.

Hvordan vil vinkelen  $\theta$  endre seg hvis motorsykkelisten, under hoppet, i stedet trykker inn handbremsa til forhjulet? Begrunn svaret.

**Oppgave 3. Fluidodynamikk (teller 20%)**

En sylindrisk tank med indre diameter  $D = 0,250$  m (dvs. indre radius  $R = 0,125$  m) er fylt opp med  $V_0 = 25$  dm<sup>3</sup> vann. Tanken skal tømmes med en hevert som består av en slange med indre radius  $r_0 = 4,0$  mm. Inntaket til heverten er rett over bunnen av tanken, og utløpet en høyde  $h_0 = 0,50$  m lavere. Slangen er fra starten fylt med vann.

a) Finn først (numerisk) vannoverflatas høyde over utløpet når tømmingen begynner, dvs.  $y(t = 0) = y_0$ . Se i denne sammenheng bort fra væskevolumet inni røret.

b) Finn så et uttrykk for strømningshastigheten  $v$  til vannet gjennom heverten som funksjon av høydeforskjellen  $y$ , dvs.  $v(y)$ . Tyngdens akselerasjon,  $g$ , inngår i uttrykket. Finn numerisk verdi for  $v(y_0)$ , dvs. strømningshastigheten når tømmingen begynner.

c) Finn også et uttrykk for vannstrømmen  $Q(y)$  (i m<sup>3</sup>/s). Med tapsfri strømming kan du regne at all væske i røret strømmer med samme hastighet  $v$ . Finn numerisk verdi for  $Q(y_0)$ , dvs. vannstrømmen når tømmingen begynner.

Data for vann ved aktuell temperatur:

Viskositet  $\eta = 1,00 \cdot 10^{-3}$  Ns/m<sup>2</sup>, tetthet  $\rho = 1,00 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.

**Oppgave 4. Termodynamikk (teller 25%)**

a) Hva vil det si at en termodynamisk prosess er

- reversibel
- adiabatisk.

Beskriv Carnotprosessen og definer prosessens virkningsgrad. Skriv ned, uten utledning, et uttrykk som angir hvordan virkningsgraden avhenger av temperaturen.

b) Anta at et varmekraftverk leverer 1000 MW effekt fra dampturbiner. Dampen går inn i turbinen overopphetet ved 520 K og avgir den ubenyttede varmen i en elv med temperatur 290 K. Anta at turbinen opererer som en reversibel Carnotmaskin.

- Beregn den varmemengden som avgis til elvevannet per sekund når kraftverket leverer 1000 MW.
- Beregn temperaturøkningen i elva nedenfor kraftverket dersom vannføringen i elva er 40 m<sup>3</sup>/s.

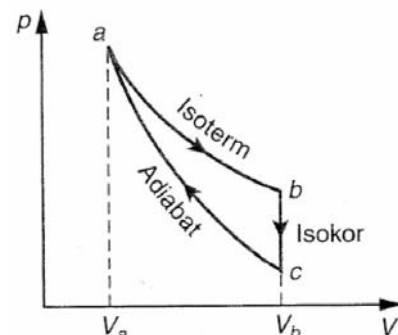
Oppgitt:  $c_{\text{vann}} = 4,19 \cdot 10^3$  J/kg K,  $\rho_{\text{vann}} = 1,00 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.

c) Ett mol ideelle toatomige gassmolekyler gjennomløper en kretsprosess som består av en isoterm (a→b i figuren), en isochor (b→c) og en adiabat (c→a). Tilstand c er gitt ved  $p_c = 1,00$  atm =  $1,01 \cdot 10^5$  Pa,  $T_c = 293$  K. Beregn gassens volum i tilstand c og dens trykk, volum og temperatur i tilstandene a og b når  $T_b = 373$  K.

d) Beregn arbeidet utført av gassen ved et omløp av kretsprosessen. Beregn prosessens virkningsgrad.

Oppgitte konstanter:  $c_V = 20,79$  J/mol K.

$\gamma = c_p/c_V = 1,40$ .



**FORMELLISTE.**

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesninger og kompendium.

**Fysiske konstanter:**

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

**Elementær mekanikk:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \sum \vec{F}_i = \vec{0} \quad \sum \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{der treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakse teoremet: } I = I_T + MR^2$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Bøyning: } \theta = \frac{\ell}{r_0} = \frac{\tau}{EI} \ell \quad \mathcal{I} = \int y^2 dA = \frac{1}{12} a b^3 \quad \delta(\ell) = \frac{\ell^3}{3EI} F$$

$$\text{Hydrostatisk trykk } p(h) = p_0 + \rho gh \quad \text{Trykket i boble: } p = p_0 + \frac{2\gamma}{R}$$

$$\text{Massekonservering: } A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{Bernoulli: } p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{konstant}$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b} \quad \text{Stokes lov: } F = -6\pi\eta vr \quad \text{Poiseuilles: } Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dp}{dx}$$



---

**Svingninger og bølger:**


---

Udempet svingning:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$     $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$     $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$     $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$

$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$     $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$    eller  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempet svingning:  $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$     $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$     $\delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$

$\delta < \omega_0$  Underkritisk dempet:  $x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0)$     $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$\delta > \omega_0$  Overkritisk dempet:  $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$     $\alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t$    når  $t$  er stor:  $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$ , der  $x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$

Bølger:  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$     $y(x, t) = f(x \pm vt)$     $y(x, t) = y_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$     $y(x, t) = y_0 \sin(kx \pm \omega t)$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$     $k = \frac{2\pi}{\lambda}$     $v = \pm \frac{\omega}{k} = \pm \frac{\lambda}{T}$    Streng:  $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$    hvor  $T = \frac{F}{A}$    og  $\mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$

Lydbølger:  $\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx \pm \omega t)$     $p_{\text{lyd}} = kv^2 \rho \xi_0$    Luft:  $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$    Fast stoff:  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2$     $I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2$     $I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\sqrt{\rho B}}$

$\beta(\text{i dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}}$    der  $I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Stående bølger:  $y(t) = \frac{1}{2} y_0 \sin[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \sin[kx - \omega t] = y_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$     $L = n \frac{\lambda}{2}$     $f_n = n \frac{v}{2L}$

---

**Termisk fysikk:**


---

$n_M$  (iblant også  $n$ ) = antall mol    $N$  = antall molekyler    $n = N/V$     $n_f$  = antall frihetsgrader

$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT}$     $\Delta U = Q - W$     $C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$

Varmetransport:  $j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$     $j = \sigma T^4$     $j = e \sigma T^4$     $j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$

$pV = n_M RT = N k_B T = N \cdot \frac{2}{3} E$    hvor  $E = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$    van der Waals:  $\left(p + \frac{a}{v_M^2}\right) (v_M - b) = RT$

$c'_V = \frac{1}{2} n_f R$     $c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R$     $\Delta W = p \Delta V$     $W = \int_1^2 p dV$     $dU = C_V \cdot dT$

$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$     $pV^\gamma = \text{konstant}$     $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$     $p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant}$     $v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$

Molekylære kollisjoner:  $\sigma = \pi d^2$     $\ell_0 = \frac{1}{n\sigma}$     $\tau = \frac{1}{nv\sigma}$

Effektivitet:  $e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H}$    Otto:  $e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$     $\epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$    Clausius:  $\sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0$     $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$

Entropi:  $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$     $\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$     $S = k_B \ln w$