

VEDLEGG C Formelliste for fag TFY4105 FYSIKK

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningsnotatene.

Fysiske konstanter:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Elementær mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{hvor treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakse-teoremet: } I = I_T + MR_T^2$$

$$\text{Dreieimpuls (spinn) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Bøyning: } \theta = \frac{\ell}{r_0} = \frac{\tau}{EI} \ell \quad \mathcal{I} = \int y^2 dA = \frac{1}{12} a b^3 \quad \delta(\ell) = \frac{\ell^3}{3EI} F$$

$$\text{Hydrostatisk trykk } p(h) = p_0 + \rho gh \quad \text{Trykket i boble: } p = p_0 + \frac{2\gamma}{R}$$

$$\text{Massekonservering: } A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{Bernoulli (Energikonservering): } p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{konstant}$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b} \quad \text{Stokes lov: } F = -6\pi\eta vr \quad \text{Poiseuilles: } Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dp}{dx}$$

Svingninger og bølger:

$$\text{Udempet svingning: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad \text{eller} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{Dempet svingning:} \quad \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$$

$$\delta < \omega_0 \quad \text{Underkritisk dempet:} \quad x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0) \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\delta > \omega_0 \quad \text{Overkritisk dempet:} \quad x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t} \quad \alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t \quad \text{Når } t \text{ er stor: } x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi), \text{ hvor} \quad x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

$$\text{Bølger:} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x, t) = f(x \pm vt) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$$

$$v = \pm \frac{\omega}{k} \quad |v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Streng: } v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{hvor } T = \frac{F}{A} \quad \text{og } \mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$$

$$\text{Lydbølger: } \xi(x, t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t) \quad p_{\text{lyd}} = kv^2 \rho \xi_0 \quad \text{Luft: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} \quad \text{Fast stoff: } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2 \quad I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2 \quad I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho B}$$

$$\beta(\text{i dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}} \quad \text{der } I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\text{Stående bølger:} \quad y(t) = \frac{1}{2} y_0 \cos[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \cos[kx - \omega t] \quad L = n \frac{\lambda}{2} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

Termisk fysikk:

$$n_M \text{ (iblant også } n) = \text{antall mol} \quad N = \text{antall molekyler} \quad n = N/V \quad n_f = \text{antall frihetsgrader}$$

$$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT} \quad \Delta U = Q - W \quad C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$$

$$\text{Varmetransport:} \quad j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad j = \sigma T^4 \quad j = e \sigma T^4 \quad j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$$pV = n_M R T \quad pV = n \frac{2}{3} E \quad E = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad \text{van der Waals:} \quad \left(p + \frac{a}{v_M^2}\right) (v_M - b) = RT$$

$$c'_V = \frac{1}{2} n_f R \quad c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R \quad \Delta W = p \Delta V \quad W = \int_1^2 p dV \quad dU = C_V \cdot dT$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f} \quad pV^\gamma = \text{konstant} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant} \quad v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

$$\text{Molekylære kollisjoner:} \quad \sigma = \pi d^2 \quad \ell_0 = \frac{1}{n\sigma} \quad \tau = \frac{1}{nv\sigma}$$

$$\text{Effektivitet:} \quad e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \text{Otto: } e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

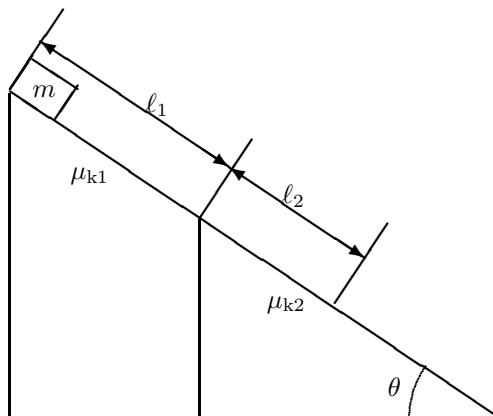
$$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad \epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad \text{Clausius: } \sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0 \quad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

$$\text{Entropi:} \quad dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad \Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad S = k_B \ln w$$

VEDLEGG B FAG TFY4105 FYSIKK

Oppgave 2 Friksjon (teller 22%)

En kloss med masse $m = 2,00$ kg er plassert på toppen av et skråplan hvor øvre del av planet har en kinetisk friksjonskoeffisient, $\mu_{k1} = 0,70$, og nedre del av planet har $\mu_{k2} = 0,95$. Skråplansvinkelen er $\theta = 40^\circ$. Klossen blir sluppet og glir $\ell_1 = 10,0$ m nedover første del av skråplanet med liten friksjon. Så glir den inn i nedre seksjon hvor den etter en lengde ℓ_2 stopper opp.



a) Hvordan kan friksjonskrafta mellom kloss og skråplanet uttrykkes? Bl.a. skal skråplanvinkelen θ inngå.

b) La v_1 være hastigheten i det øyeblikk klossen har glidd strekning ℓ_1 , dvs. når den passerer skillet mellom lav og høy friksjon. Hastigheten v_1 kan f.eks. løses vha. energianalyse. Sett opp likninga for energibevarelse der kinetisk energi, potensiell energi og friksjonsarbeid inngår. Du trenger ikke å løse likninga. Anta gitt at farten $v_1 = 4,6$ m/s.

c) Hvor langt, ℓ_2 , glir klossen inn i høyfriksjonsdelen før den stopper helt opp med $v_2 = 0$?

d) Hva er akselerasjonen, a_2 , for klossen når den sklir på høyfriksjonsdelen?

e) Ei blykule med masse m henger i enden av en masseløs stav. I øvre ende kan staven svinge friksjonsfritt om en horisontal sylindrisk akse. Lengden fra symmetriaksen til denne akselen til midtpunktet i kula er ℓ . Hele systemet befinner seg i et homogent gravitasjonsfelt hvor massens akselerasjon er lik g .

Vis hvordan man ved bruk av dimensjonsanalyse – på en konstant nær – kan finne fram til bokstavuttrykket for svingetida til systemet beskrevet ovenfor. Vis eksplisitt at det bokstavuttrykket du kommer fram til, har enhet sekund.

Oppgave 3 Svingninger og bølger (teller 22%)

En strikkhopperske med masse $m = 80$ kg henger rolig i en strikk som da er strekt til 18,0 m (i det påfølgende kalt likevektsstillinga). Strikken er 10,0 m uten strekk og har masse $m_s = 5,00$ kg.

a) Tegn inn alle kreftene som virker på strikkhopperen og vis at “fjærkonstanten” k for strikken har tallverdi 98 N/m.

b) Før strikkhoppersken kommer til ro vil hun svinge opp og ned med en viss egenfrekvens ω_0 . La y være hopperskens vertikale avstand fra likevektsstillinga. Du kan videre anta at strikken er strekt også i hennes høyeste posisjon. Vis at hopperskens svingebevegelse beskrives av likninga $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$. Finn uttrykk og tallverdi for ω_0 . Hva er perioden T_0 for egensvingninga?

c) Etter at hoppersken er kommet til ro i likevektsstillinga, gir hun strikken et kraftig slag på tvers. Dette gir opphav til et transversal lokal deformasjon som umiddelbart propagerer oppover langs strikken. Hva blir bølgefarten v for denne pulsen? Du kan betrakte strikken som en svingende streng med jamn strekkspenning gjennom hele strikken.

d) Anta at hoppersken deretter beveger seg rytmisk slik at dette gir opphav til en stående 2. harmoniske (første “overtone”) transversal bølge. Hva blir bølgelengden og frekvensen til denne stående bølga?

e) Bølgelikninga for lineære systemer er

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0.$$

Vis at for de aller fleste valg av funksjonen $f(u)$ er følgende uttrykk for utsvinget

$$y = f(x \pm vt)$$

ei løsnning av bølgelikninga.

Hva er den fysiske tolkninga av parameter v ?

Oppgave 4 Termisk fysikk (teller 22%)

- a) Gjør rede for termodynamikkens første hovedsetning.
- b) Gjør rede for termodynamikkens andre hovedsetning ved å beskrive minst to alternative formuleringer.
- c) Lag ei skisse som viser komponentene i ei varmpumpe og angi funksjonen til hver enkel del av systemet.
- d) Prosessen i ei varmpumpe kan tilnærmes som bestående av to adiabater ($1 \rightarrow 2$ og $3 \rightarrow 4$) og to isobarer ($2 \rightarrow 3$ og $4 \rightarrow 1$).

Skisser syklusen i et pV -diagram, med pilretninger. Beskriv hvordan man ut fra dette diagrammet kan finne hvor mye arbeid som tilføres per syklus.

e) Når man ønsker å beregne hvor mye tykkere isen på en innsjø blir per time på en dag med kuldegrader i lufta, er det nødvendig å sette opp likninga for energibalansen i grenseflate mellom isen og vannet under isen. Sett opp denne likninga og gjør rede for de bakenforliggende resonnementer.

VEDLEGG A FAG TFY4105 FYSIKK

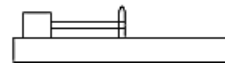
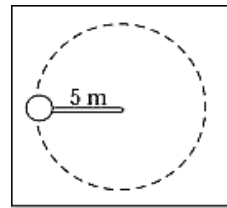
Oppgave 1 Flervalgsoppgaver (teller 34%)

a) Et legeme med masse M_1 beveger seg med fart v på et rett, horisontal og friksjonsløst bord. Dette første legemet kolliderer så med et annet legeme som ligger i ro på bordet og har masse M_2 . Etter kollisjonen fester de to legeme seg sammen, og hastigheten deres blir da

- A) v
- B) $v \cdot M_1$
- C) $v \cdot \frac{M_1+M_2}{M_1}$
- D) $v \cdot \frac{M_1}{M_1+M_2}$
- E) $v \cdot \frac{M_1}{M_2}$

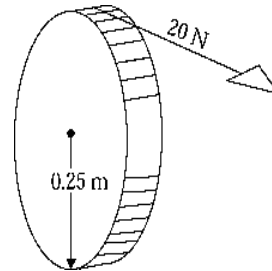
b) Ei kule med masse 2,0 kg er festet til enden av ei 5,0 m lang snor. Massen beveger seg i en sirkulær bane på et horisontalt friksjonsløst bord. Hvis snora tåler maksimalt 20 N strekk før den ryker, hva er maksimal banehastighet som du kan svinge kula med før tauet ryker?

- A) 3,2 m/s
- B) 4,0 m/s
- C) 10 m/s
- D) 20 m/s
- E) 0,20 km/s



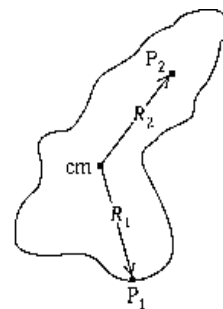
c) Ei tynn, masseløs snor er trukket rundt en slipestein med radius 0,25 m. Steinen kan rotere friksjonsfritt om dens akse. En konstant kraft på 40 N i snora får steinen til å øke vinkelhastigheten fra null til 60 rad/s på 12 sekunder. Da er treghetsmomentet til steinen

- A) 0,32 kg m²
- B) 1,00 kg m²
- C) 2,00 kg m²
- D) 4,00 kg m²
- E) 6,28 kg m²



d) For legemet vist i figuren er $R_1 = R_2$ og "cm" er massesenteret (tyngdepunktet) til legemet. Treghetsmomentet om en akse gjennom punktet P1 er I_1 , treghetsmomentet om en akse gjennom punktet P2 er I_2 og treghetsmomentet om en akse gjennom cm er I_{cm} . Alle aksene er parallelle. Relasjonen mellom de ulike treghetsmoment er

- A) $I_1 = I_2 > I_{cm}$
- B) $I_1 = I_2 < I_{cm}$
- C) $I_1 > I_2 > I_{cm}$
- D) $I_1 < I_2 > I_{cm}$
- E) $I_1 = I_2 = I_{cm}$

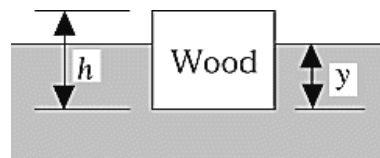


e) To identiske sylinderskiver har en felles akse. Først roterer den ene skiva mens den andre er i ro. Når de to skivene bringes i kontakt med hverandre, vil de øyeblikkelig festes til hverandre. La L_{tot} være det totale spinnet (dreieimpulsen) og $W_{k,tot}$ være den totale kinetiske energien til de to skivene. Hvilke av følgende utsagn er rett?

- A) $W_{k,tot}$ og L_{tot} er uendret fra verdiene før kontakten.
- B) $W_{k,tot}$ og L_{tot} er begge redusert til halvparten av deres opprinnelige verdier.
- C) L_{tot} er uendra, men $W_{k,tot}$ er redusert til halvparten av opprinnelige verdi.
- D) $W_{k,tot}$ er uendra men L_{tot} er redusert til halvparten av opprinnelige verdi.
- E) L_{tot} er uendra mens $W_{k,tot}$ er redusert til fjerdeparten av opprinnelige verdi.

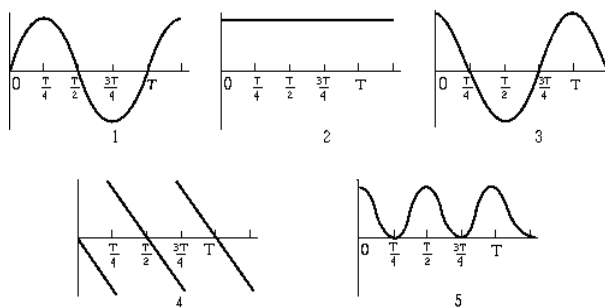
f) En trekloss flyter på ei vannflate som vist i figuren. Klossen har sirkulært tverrsnitt og en høyde $h = 3,0$ cm. Massetettheten til treet er $0,41 \text{ g/cm}^3$. Avstanden y fra vannoverflata til bunnen av treklossen er

- A) umulig å bestemme da tverrsnittsarealet ikke er oppgitt
 B) 0,81 cm
 C) 1,77 cm
 D) 1,23 cm
 E) Ingen av svarene ovenfor er korrekte



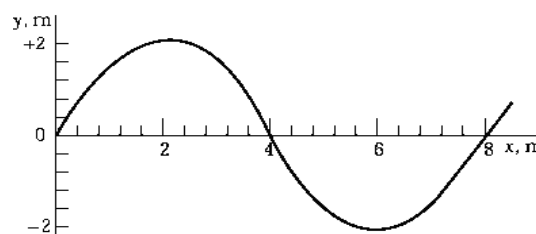
g) Den kinetiske energien til et legeme som beveger seg i en harmonisk oscillasjon er plottet som funksjon av tida som er gitt i enheter av perioden T . Ved $t = 0$ er utsvinget lik null. Hvilken graf representerer disse betingelser?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5



h) Grafen viser ei bølge som propagerer mot høyre med bølgefart på $4,0 \text{ m/s}$. Uttrykket som best representerer bølga er

- A) $y(x, t) = 2 \text{ m} \cdot \sin(\pi x / (4 \text{ m}) - \pi t / (1 \text{ s}))$
 B) $y(x, t) = 2 \text{ m} \cdot \sin(16\pi \text{ m}^{-1}x - 8\pi \text{ s}^{-1}t)$
 C) $y(x, t) = 2 \text{ m} \cdot \sin(\pi x / (4 \text{ m}) + \pi t / (1 \text{ s}))$
 D) $y(x, t) = 4 \text{ m} \cdot \sin(\pi x / (4 \text{ m}) - \pi t / (1 \text{ s}))$
 E) $y(x, t) = 4 \text{ m} \cdot \sin(16\pi \text{ m}^{-1}x - 8\pi \text{ s}^{-1}t)$



i) Et legeme har temperatur 227°C og har netto varmetutstråling (utstråling minus innstråling) på P (J/s). Med hvilken faktor vil netto utstråling øke hvis legemets temperatur øker til 427°C ? Omgivelsene har konstant temperatur 0°C .

- A) 4,1
 B) 3,8
 C) 12,5
 D) 8,3
 E) 6,7

j) Hvis α er den lineære varmetvidelsesutvidelseskoeffisienten til et materiale ved 0°C , så er volumutvidelseskoeffisienten til materialet ved 0°C lik

- A) α
 B) 3α
 C) α^3
 D) $\alpha^{1/3}$
 E) Ingen av svarene over er rett

Til sensor: Under eksamen ble studentene varslet om at delspørsmål k ikke kom til å telle under bedømmelsen.

k) Av de følgende utsagn om varmpumpe er ett **ikke** riktig:

- A) I ekspansjonsventilen faller trykket i en tilnærmet isentalpisk prosess
 B) I kondensatorspolen fragas varme til omgivelsene
 C) Trykket ved utgangen fra ekspansjonsventilen er lik trykket ved inngangen til kompressoren

- D) Trykket i kondensatorspolen er lik dampens metningstrykk ved gitt temperatur i kondensatorspolen
 E) I fordamperspoken avkjøles kjølemediet ved at det avgir varme til omgivelsene

Ans: E

1) Grafen viser temperaturen i en vegg i de ulike lag. Veggens består av tre ulike materialer med lik tykkelse men ulik varmeledningsevne. Anta at det er stasjonære forhold mht. varmeledning, hva kan du da si om de tre materialene?

- A) Materiale 1 er den beste varmeisulator.
 B) Materiale 2 er den beste varmeisulator.
 C) Materiale 3 er den beste varmeisulator.
 D) Alle er like gode isolatorer.
 E) Det er umulig å bestemme hvilken som er den beste isolator.

