Løsingforslag Våreksamen 2005 fag TFY4105 FYSIKK

Oppgave 1. Flervalgsoppgaver

Oppgave:	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
Rett svar:	D	A	D	C	A	D	A	B	B	B	D	C	C

Detaljer om spørsmålene:

a) I tyngdefeltet peker akselerasjonen, $\vec{g}$, alltid rett nedover.

b) Kulas kinetiske energi $\frac{1}{2}mv^2$ "spises" opp av krafta F over ei strekning $s = 5{,}2$ cm. Fra $F \cdot s = \Delta(\frac{1}{2}mv^2)$ bestemmes F.

c) Krafta virker på flata 4.

d) Hookes lov: $T = \frac{F}{A} = E\frac{\Delta L}{L}$. Med $A = \pi d^2/4$ og konstant F blir $\frac{\Delta L}{L} \cdot d^2 = \frac{\Delta L_2}{L_2} \cdot d_2^2 = \frac{\Delta L_2}{2L} \cdot (2d)^2$, som gir $\Delta L_2 = \Delta L/2$.

e) Total energi = maks. potensiell energi = $E_{\text{pot,max}} = \frac{1}{2}kx_{\text{max}}^2$. Når $x = x_{\text{max}}/2$ blir $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}k(x_{\text{max}}/2)^2 = E_{\text{pot,max}}/4$.

f) Maksimal akselerasjon når fjærkrafta er maks, som den er når kula er i ytterstilling: 4.

g) Fra øvre graf: bølgelengden $\lambda = 4{,}0$ m. Nedre: perioden $T = \frac{1}{2}$ s. Bølgefarten er da $v = \lambda/T = 8{,}0$ m/s.

h) Gjenkjenner: $k = 2\pi/\lambda = 6,0\ \text{m}^{-1}$, slik at $\lambda = 2\pi/6,0\ \text{m}^{-1} = 1,05$ m.

i) Midlere kinetiske energi er lik indre energi U som er lik $n_{\text{f}}/2 \cdot k_{\text{B}}T$. Når T dobles, vil energien dobles uavhengig av antall frihetsgrader n_{f} for gassen.

j) Carnotvarmepumpa har virkningsgrad $\eta = |\frac{Q_{\text{H}}}{W}| = \frac{T_{\text{H}}}{T_{\text{H}}-T_{\text{L}}} = \frac{308}{40} = 7,70$. Arbeid $W = Q_{\text{H}}/7,70 = 0,195$ kJ.

k) I mettet damp er trykket kun avhengig av temperaturen.

l) Når temperaturene holdes konstant er forholdene stasjonære. Dvs. varmestrømmen er konstant over tid og lik for alle lag gjennom veggen. Hadde den ikke vært det hadde temperaturen blitt endret på flater inni veggen.

m) Stefan-Boltzmanns lov: $j = \sigma T^4$ angir energistrømtetthet (W/m^2. For ei kule er total effekt $P = j \cdot A = j \cdot 4\pi R^2$. Når T konstant og R dobles vil P firedobles.

Oppgave 2. Fluiddynamikk LØSNING

a) Volumet av tanken er $V = \pi R^2 \ell$, der ℓ er vanndybden. Ved start av tømmingen er derfor

$$y_0 = \ell_0 + h_0 = \frac{V_0}{\pi R^2} + h_0 = \frac{25 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{\pi \cdot (0,125\ \text{m})^2} + 0,500\ \text{m} = 1,009\ \text{m} = \underline{1,01\ \text{m}}.$$

b) Vi bruker Bernoullis likning for en strømlinje gjennom vannoverflata A og utløpet B:

$$p_{\text{A}} + \frac{1}{2}\rho v_{\text{A}}^2 + \rho g h_{\text{A}} = p_{\text{B}} + \frac{1}{2}\rho v_{\text{B}}^2 + \rho g h_{\text{B}}.$$

Ved vannoverflata er hastigheten v_{A} forsvinnende liten og trykket $p_{\text{A}} = p_0$ = ytre lufttrykk. Ved utløpet B er også $p_{\text{B}} = p_0$. Dette gir

$$\rho g h_{\text{A}} = \frac{1}{2}\rho v_{\text{B}}^2 + \rho g h_{\text{B}} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{B}}(y) = \sqrt{2g(h_{\text{A}} - h_{\text{B}})} = \underline{\sqrt{2g \cdot y(t)}}.$$

Ved $t = 0$ er $v_{\text{B}}(y_0) = \sqrt{2 \cdot 9,8\ \text{m/s}^2 \cdot 1,01\ \text{m}} = 4,45\ \text{m/s} = \underline{4,5\ \text{m/s}}$.

c) Antatt lik hastighet i hele slangen får vi

$$Q(y) = (\text{areal})(\text{hastighet}) = \pi r^2 v_{\text{B}}(y) = \underline{\pi r^2 \sqrt{2g \cdot y(t)}},$$

som i starten har tallverdi:
$Q(y_0) = \pi(4 \cdot 10^{-3}\ \text{m})^2 \cdot 4,45\ \text{m/s} = 5,03 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^2 \cdot 4,45\ \text{m/s} = 0,224 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s} = \underline{0,22\ \text{dm}^3/\text{s}}$.

d) Poiseuilles formel oppgitt på formelarket gir forhold mellom vannstrøm Q og trykkfall per lengde: $\mathrm{d}p/\mathrm{d}x$ i dette tilfelle. Vi får:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = Q \cdot \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\eta}{r^4} = 0,20 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot \frac{8}{\pi} \cdot \frac{1,00 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Ns/m}^2}{(4,0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m})^4} = 1989\ \mathrm{N/m}^3 = 1,99\ \mathrm{kPa/m}.$$

Over en $s = 1{,}70$ m lang slange blir da trykkfallet $\Delta p = \mathrm{d}p/\mathrm{d}x \cdot s = 1,99\mathrm{kPa/m} \cdot 1,70\mathrm{m} = \underline{3,4\ \mathrm{kPa}}$.

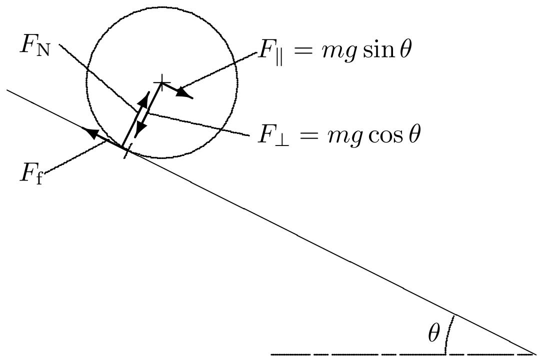
Drivkraften til vannstrømmen er trykkforskjellen mellom A til B pga. tyngden av vannet: $\Delta p_{AB} = \rho g(h_\mathrm{A} - h_\mathrm{B}) = 1,00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m}^3 \cdot 9,8\ \mathrm{m/s}^2 \cdot 1,009\ \mathrm{m} = \underline{9,89\ \mathrm{kPa}}$. Vi ser at trykkfallet pga. viskositeten er vesentlig (34%) og vannstrømmen derfor blir mindre enn beregnet i c) der vi antok null viskositet.

Oppgave 3. Skråplan . LØSNING a) $W_{\mathrm{kin,tot}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$.
Her er ved rulling $\omega = v/r$ og treghetsmoment for kule oppgitt til $I = \frac{2}{5}mr^2$. Innsatt får vi:

$$W_{\mathrm{kin,tot}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 = \underline{\frac{7}{10}mv^2}.$$

b) Energibevarelse: $W_{\mathrm{kin,tot}} + mgh =$ konstant. Dette fordi det er ingen rullefriksjon (tapsfri rulling). Friksjonskrafta (mot gliding) virker, men så lenge kula ikke glir gjør ikke denne friksjonskrafta noe arbeid. Med høyden $h = \ell \sin\theta$ fra startposisjon til kanten får vi

$$0 + mg\ell\sin\theta = \frac{7}{10}mv_0^2 + 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{v_0 = \sqrt{\frac{10}{7}g\ell\sin\theta}}.$$



c) Newton 2 (N2) normalt på skråplanet bestemmer normalkrafta: $\Sigma F = 0$ gir $F_\mathrm{N} = mg\cos\theta$.

Sammenhengen mellom a og $\dot\omega$ bestemmes fra $\omega = v/r$ som vi hadde i a), dermed $\dot\omega = a/r$

Når disse er bestemt har vi to ukjente: F_f og a. Vi trenger da to likninger:

(N2) langs skråplanet: $mg\sin\theta - F_\mathrm{f} = ma$,

(N2-rot): $F_\mathrm{f}\ r = I\dot\omega$.

Innsatt $\dot\omega = a/r$ i andre likning gir $F_\mathrm{f} = \dfrac{(2/5)mr^2 \cdot a/r}{r} = \dfrac{2}{5} \cdot ma$. Denne innsatt i første likning og løst mhp. a gir

$$\underline{a = \frac{5}{7}g\sin\theta}.$$

d) De kjente akselerasjonslikninger: $v = at$ og $\ell = \frac{1}{2}at^2$ gir $t = \sqrt{2\ell/a}$ som løst gir

$$v_0 = v(\ell) = \sqrt{2\ell a} = \underline{\sqrt{\frac{10}{7}g\ell\sin\theta}}.$$

Oppgave 4. Svingninger og bølger. LØSNING.

a) Skal her vise at $y = f(x \pm vt)$ er ei løsning av bølgelikninga

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0. \tag{1}$$

For å få dette til trenger vi følgende utrykk som fås ved bruk av kjerneregelen og antakelse om at v er konstant

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \pm v f'(x \pm vt) \ \text{ og } \ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = (\pm v)^2 f''(x \pm vt) \tag{2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = f'(x \pm vt) \text{ og } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = f''(x \pm vt) \tag{3}$$

Innsatt i bølgelikninga ser man at $y = f(x \pm vt)$ er ei løsning.

Parameter v er forplantningshastigheten til bølga.

b) For et system hvor superposisjonsprinsippet er gyldig, har man at virkninga av to samtidige ytre pådrag er lik summen av virkninga man får når de to pådragene virker hver for seg.

Superposisjonsprinsippet er gyldig når diffensiallikningene som beskriver systemet er lineære. Bølgelikninga gitt ovenfor, er lineær slik av for systemer beskrevet av denne linkninga gjelder superposisjonsprinisppet.

Oppgave 5. Termodynamikk. LØSNING. a) I den isokore prosessen 1-2 får vi fra ideell gasslov $\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{nRT_2}{nRT_1}$. Idet $V_2 = V_1$ gir dette

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 105\ \text{kPa} \cdot \frac{750}{300} = \underline{263\ \text{kPa}}.$$

Da volumet V_3 ikke er gitt kan vi ikke bruke isobaren 3-1 til å beregne T_3. Vi må bruke adiabaten 2-3 og det enkleste er å bruke adiabatlikningen for p og T: $p^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma}$ = konstant. For den toatomige gassen er $c'_V = \frac{5}{2}R$ og $c'_p = \frac{7}{2}R$. Dermed er $\gamma = \frac{c'_p}{c'_V} = \frac{7/2}{5/2} = \frac{7}{5}$. Dette gir

$$T_3 = T_2 \cdot \left(\frac{p2}{p3}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 \cdot \left(\frac{p2}{p1}\right)^{-2/7} = T_2 \cdot \left(\frac{T2}{T1}\right)^{-2/7} = 750\ \text{K} \cdot \left(\frac{750}{300}\right)^{-2/7} = \underline{577\ \text{K}}.$$

[Volumene var det ikke spurt etter, men flere har regnet dem ut: $V_1 = V_2 = 47,5\ \text{dm}^3$, $V_3 = 91,4\ \text{dm}^3$.]

b)
Isokoren 12:
$Q_{12} = C_V \cdot (T_2 - T_1) = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot 2,00\ \text{mol} \cdot 8,31\ \frac{\text{J}}{\text{K}\cdot\text{mol}} \cdot (750 - 300)\ \text{K} = 18,70\ \text{kJ} = \underline{18,7\ \text{kJ}}$.
Adiabaten 23:
$\underline{Q_{23} = 0\ \text{J}}$.
Isobaren 31:
$Q_{31} = C_p \cdot (T_1 - T_3) = \frac{7}{2}nR(T_1 - T_3) = \frac{7}{2} \cdot 2,00\ \text{mol} \cdot 8,31\ \frac{\text{J}}{\text{K}\cdot\text{mol}} \cdot (300 - 577)\ \text{K} = -16,11\ \text{kJ} = \underline{-16,1\ \text{kJ}}$.
Med opsjonen $T_3 = 550$ K blir svaret $Q_{31} = -14,54$ kJ.

c) Virkningsgraden definert $e = W/Q_{\text{inn}}$. Her er $Q_{\text{inn}} = Q_{12}$ og med grunnlag i at $\Delta U = Q - W = 0$ for den totale sykliske prosessen blir netto arbeid utført lik $W = Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = 2,58$ kJ. Dermed er

$$e = \frac{W}{Q_{\text{inn}}} = \frac{2,58}{18,7} = 0,138 = \underline{0,14}.$$

Med opsjonen $T_3 = 550$ K og $Q_{31} = -14,54$ kJ blir svaret $e = \frac{W}{Q_{\text{inn}}} = \frac{4,16}{18,7} = 0,222 = \underline{0,22}$.

[Det var i denne oppgaven uheldig å bruke symbolet C_V for den molare varmekapasiteten $\frac{5}{2}R$ for gassen, ikke konsistent med standard bruk og formelliste. Skulle vært skrevet $c'_V = \frac{5}{2}R$. Enkelte har blitt misledet av dette og glemt å multiplisere med antall mol (n = 2,0 mol) ved utregning av varmene. De som har regnet rett med enheter har likevel fått helt rett svar (Q_{12} = 9,4 kJ/mol og Q_{31} = 8,1 kJ/mol).]