Kontinuasjonseksamen i fag
TFY4106 Fysikk, den 7/8 – 07.

Forslag til Løsning ①

Oppgave 1.

a) Ved å ta ut en indre sylinder blir massen til den hule sylinderen

$$m = M - M(R_i/R_y)^2 = M(1 - R_i^2/R_y^2)$$

slik at

$$M = m\frac{R_y^2}{R_y^2 - R_i^2}.$$

Treghetsmomentet blir følgelig

$$I = \frac{1}{2}\left(MR_y^2 - M\left(\frac{R_i}{R_y}\right)^2 R_i^2\right) = \frac{1}{2}M\frac{R_y^4 - R_i^4}{R_y^2}$$

$$= \frac{1}{2}m\frac{R_y^4 - R_i^4}{R_y^2 - R_i^2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}m(R_y^2 + R_i^2)}} \quad (\text{dvs. } \gamma = \tfrac{1}{2})$$

b) Når massen m_1 henger i ro er strekket eller kraften i tauet den henger i gitt ved

$$F_1 = \underline{\underline{m_1 g}}$$

Dreiemomentet om trinseaksen vil være lik 0 slik at

$$F_2 R_2 = F_1 R_1$$

$$F_2 = F_1(R_1/R_2) = \underline{\underline{m_1 g\frac{R_1}{R_2}}}$$

Ved akselerasjon har en sammenhengene

$$a_1 = R_1\dot{\alpha} \quad \text{og} \quad a_2 = R_2\dot{\alpha}.$$

②

Kreftene i tauene blir dermed

$$F_1 = m_1(g - a_1) = m_1 g - m_1 R_1\dot{\alpha}$$

$$F_2 = m_2 a_2 = m_2 R_2\dot{\alpha}$$

Vinkelakselerasjonen er så bestemt av netto dreiemoment

$$I\dot{\alpha} = F_1 R_1 - F_2 R_2 = m_1 g R_1 - m_1 R_1^2\dot{\alpha} - m_2 R_2^2\dot{\alpha}$$

eller

$$\dot{\alpha} = \underline{\underline{\frac{m_1 g}{I + m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2}}}.$$

Oppgave 2

a) Før passering er tonehøyden

$$f_f = f_s\frac{c+v}{c-v}$$

Etter passering er tonehøyden

$$f_e = f_s\frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4}f_f = \frac{3}{4}f_s\frac{c+v}{c-v}$$

Fra dette finner en

$$\frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4}\frac{c+v}{c-v}$$

$$(c-v)^2 = \frac{3}{4}(c+v)^2$$

$$c - v = \frac{\sqrt{3}}{2}(c+v)$$

$$(2-\sqrt{3})c = (2+\sqrt{3})v$$

slik at hastigheten til togene blir

$$v = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}c = \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}c = (2-\sqrt{3})^2 c = (2-\sqrt{3})^2 \cdot 340\,\mathrm{m/s}$$

$$= \underline{\underline{24{,}4\,\mathrm{m/s}}} \approx \underline{\underline{88\,\mathrm{km/h}}}$$

b) Masse pr. lengdeenhet

$$\mu = \rho A = 7{,}8 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}20 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2} = 1{,}56 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m} = \underline{1{,}56\,\mathrm{g/m}}$$

Bølgehastighet $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ gir kraften

$$F = \mu c^2 = 1{,}56 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m}\,(300\,\mathrm{m/s})^2 = \underline{140\,\mathrm{N}}.$$

For grunnfrekvensen er strengen en halv bølgelengde, dvs. $\lambda = 2L$ der λ er bølgelengden. Videre er $c = \lambda f$ der f er frekvensen. Lengden mellom endepunktene blir derfor

$$L = \frac{1}{2}\lambda = \frac{c}{2f} = \frac{300\,\mathrm{m/s}}{2 \cdot 264\,\mathrm{s^{-1}}} = \underline{\underline{56{,}8\,\mathrm{cm}}}.$$

Oppgave 3

a) For ideell gass har en $pV = nRT$. Konstant V innebærer dermed at

$$V = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{nRT_2}{p_2}$$

$$\underline{\underline{p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1}}} = 105\,\mathrm{kPa}\,\frac{750}{300} = \underline{\underline{263\,\mathrm{kPa}}}.$$

Spesifikk varme ved konstant trykk er så $C_p' = C_v' + R = \frac{7}{2}R$ slik at adiabatkonstanten blir $\gamma = C_p'/C_v' = \frac{7}{5} = 1{,}40$. Bruk av adiabatlikningen $p^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{konst.}$ gir så $(p_3 = p_1)$

$$p_3^{1-\gamma}T_3^{\gamma} = p_2^{1-\gamma}T_2^{\gamma}$$

$$T_3 = T_2\left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-2/7} = \underline{\underline{T_2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{-2/7}}} = 750\,\mathrm{K}\left(\frac{750}{300}\right)^{-2/7}$$

$$= \underline{\underline{577\,\mathrm{K}}}$$

b) Tilført varme er gitt ved:

For isokoren, dvs. konstant volum

$$Q_{12} = C_v(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot 2\,\mathrm{mol} \cdot 8{,}314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mol}}(750-300)\,\mathrm{K} = \underline{\underline{18{,}7\,\mathrm{kJ}}}$$

For adiabaten, dvs ingen varmetilførsel

$$Q_{23} = \underline{0.}$$

For isobaren, dvs. konstant trykk

$$Q_{31} = C_p(T_1 - T_3) = \frac{7}{2}nR(T_1 - T_3) = \frac{7}{2} \cdot 2\,\mathrm{mol} \cdot 8{,}314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K \cdot mol}}(300-577)\,\mathrm{K} = \underline{\underline{-16{,}1\,\mathrm{kJ}}}.$$

5

c) Energibevarelse tilsier at utført arbeid er lik netto tilført varme når en er tilbake til utgangspunktet (slik at indre energi er uendret, $\Delta U = 0$), dvs. $Q = \Delta U + W = W$. Arbeidet blir følgelig

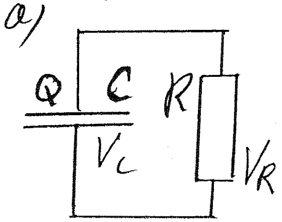
$$W = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = \underline{2{,}6\ \text{kJ}.}$$

Virkningsgraden blir følgelig

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_{12}} = \frac{2{,}6}{18{,}7} = \underline{\underline{0{,}14.}}$$

Oppgave 4.

a)



Spenning over kondensatoren

$$V_C = \frac{1}{C}Q$$

Spenning over motstanden

$$V_R = RI = R\dot{Q} \left(= R\frac{dQ}{dt}\right)$$

Samlet spenning rundt kretsen er så $V_R + V_C = 0$

6

slik at differensiallikningen for kretsen blir

$$\underline{\underline{R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0.}}$$

Med løsning $Q = Q_0 e^{-\gamma t}$ har en $\dot{Q} = -\gamma Q_0 e^{-\gamma t}$ som innsatt i likningen gir

$$-\gamma R Q_0 e^{-\gamma t} + \frac{1}{C} Q_0 e^{-\gamma t} = 0$$

som er løsning dersom

$$-\gamma R + \frac{1}{C} = 0$$

$$\underline{\underline{\gamma = \frac{1}{RC}}}$$

mens Q_0 bestemmes av grensebetingelsen. Her er denne

$$V = V(0) = \frac{1}{C}Q(0) = \frac{1}{C}Q_0$$ slik at

$$Q_0 = CV = 350 \cdot 10^{-12}\,\text{F} \cdot 60\,\text{V} = \underline{\underline{2{,}1 \cdot 10^{-8}\,\text{C} = 21\,\text{nC}}}$$

Videre er

$$\gamma = \frac{1}{700 \cdot 10^{3}\,\Omega \cdot 350 \cdot 10^{-12}\,\text{F}} = \underline{\underline{4{,}1 \cdot 10^{3}\,\text{s}^{-1}}} \quad \left(\Omega = \frac{V}{A}, F = \frac{C}{V}\right)$$

b) Magnetisk fluks gjennom én vinding av spolen

$$\Phi_{m1} = BA\cos\phi$$

Total fluks blir så

$$\Phi_m = N\Phi_{m1} = NB_0A\cos\varphi\cos\omega t$$

slik at indusert elektromotorisk spenning blir

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \underline{\underline{\omega N B_0 A \cos\varphi \sin\omega t.}}$$