Eksamen i fag TFY4106
Fysikk, den 10/8-2012.

Forslag til løsning.

Oppgave 1

a) Sentripetalakselerasjonen gir en strekkraft

$$F = mR\omega^2$$

der ω er vinkelfrekvensen. Rotasjonsfrekvensen blir med dette ($1N = 1 kg\, m/s^2$)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{F}{mR}} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1500N}{0{,}5kg\cdot 0{,}30m}\right)^{1/2} = \underline{\underline{15{,}9\,s^{-1}}}$$

Da tyngdepunktet ligger i ro må summen av kreftene være lik 0, dvs. $F_2 = F_1$. Tilsvarende må dreiemomentet om f.eks. det venstre festepunktet være lik 0. Dreiemomentbalanse om dette punktet gir da

$$0 = L_1F - L_2F + F_2L$$

$$F_1 = F_2 = \frac{L_2 - L_1}{L}F = \frac{(11{,}2-10{,}0)cm}{30cm}1500N = \underline{\underline{60N.}}$$

b) Hastighetskomponentene blir

$$V_{1x} = V_1\cos\varphi_1 = 18\,m/s\cdot\cos 30^\circ = \underline{\underline{15{,}6\,m/s.}}$$

$$V_{1y} = V_1\sin\varphi_1 = 18\,m/s\cdot\sin 30^\circ = \underline{\underline{9{,}0\,m/s.}}$$

$$V_{2x} = V_2\cos\varphi_2 = 8\,m/s\cdot\cos 45^\circ = \underline{\underline{5{,}66\,m/s.}}$$

$$V_{2y} = V_2\sin\varphi_2 = 8\,m/s\cdot\sin(-45^\circ) = \underline{\underline{-5{,}66\,m/s.}}$$

Ved delingen er impulsen bevart både i x- og y-retningen slik at (med $V_y = 0$)

$$0 = m_1v_{1y} + m_2v_{2y}$$

$$m_1 = -m_2\frac{v_{2y}}{v_{1y}} = -2{,}4kg\cdot\frac{-5{,}66}{9{,}0} = \underline{\underline{1{,}51\,kg.}}$$

og

$$(m_1+m_2)V_x = m_1v_{1x} + m_2v_{1x}$$

$$V_x = \frac{m_1v_{1x}+m_2v_{2x}}{m_1+m_2} = \frac{1{,}51\cdot 15{,}6 + 2{,}4\cdot 5{,}66}{1{,}51+2{,}4}\,m/s = \underline{\underline{9{,}5\,m/s.}}$$

c) I høyeste og laveste punkt i banen beveger satelitten seg normalt på radien ut fra sentrum. Dermed har en $L = |\vec{L}| = |\vec{r}\times\vec{p}|$ $= rp\sin\theta = rp = mrv$ der m er massen og v er hastigheten til satelitten. (Vinkelen mellom vektorene er da $\theta = 90^\circ$). Bevarelse av dreieimpuls innebærer dermed ($L_1 = L_2$)

$$r_2v_2 = r_1v_1$$

slik at satelittens banehastighet i det høyeste punktet blir

$$V_2 = V_1\frac{r_1}{r_2} = v_1\frac{h_1 + D/2}{h_2 + D/2} = 3840\,m/s\,\frac{22000+12740/2}{25000+12740/2}$$

$$= \underline{\underline{3470\,m/s.}}$$

Oppgave 2

a) Når massen henger i ro vil krafta fra fjæra motvirke tyngdekrafta slik at ($y=0$)

$$-a(-y_0) = Mg$$

$$y_0 = \frac{Mg}{a} = \frac{10\,\text{kg}\cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2}{400\,\text{N/m}} = \underline{\underline{24{,}5\,\text{cm}}}.$$

Bevegelseslikningen er $M\ddot{y} = -ay - b\dot{y}$ (da $ay_0 = Mg$) slik at med $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$ har en

$$\delta = \underline{\underline{\frac{b}{2M}}} \quad \text{og} \quad \omega_0 = \underline{\underline{\sqrt{\frac{a}{M}}}}.$$

b) Massen M starter i posisjonen $y = y_0$ med hastighet $\dot{y} = 0$. Med den gitte bevegelsen gir dette for $t=0$ likningene

$$y = Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \varphi) = A\cos\varphi = y_0$$

$$\dot{y} = [-\delta\cos(\omega_d t+\varphi) - \omega_d\sin(\omega_d t+\varphi)]Ae^{-\delta t}$$

$$= (-\delta\cos\varphi - \omega_d\sin\varphi)A = 0$$

Fra den siste likninga finner en for vinkelen φ

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\delta}{\omega_d} = -\frac{\delta}{\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}} = -\frac{0{,}8\omega_0}{\sqrt{1-0{,}8^2}\,\omega_0} = -\frac{4}{3}.$$

$$\varphi = \underline{\underline{-53^\circ}} \; (= -0{,}93\,\text{rad}).$$

Fra den første likninga finner en så for forholdet A/y_0

$$\frac{A}{y_0} = \frac{1}{\cos\varphi} = \frac{1}{\cos(53^\circ)} = \underline{\underline{1{,}67}}.$$

$$\left[\text{Evt. } \frac{1}{\cos\varphi} = \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi} = \sqrt{1+\left(-\tfrac{4}{3}\right)^2} = \frac{5}{3} \approx 1{,}67.\right]$$

c) Vinkelfrekvensen er $\omega = 2\pi f$. Bølgehastigheten er $c = \omega/k$ slik at bølgetallet blir

$$k = \frac{\omega}{c} = 2\pi\frac{f}{c} = 2\pi\frac{60\,\text{s}^{-1}}{250\,\text{m/s}} = \pi\cdot 0{,}48\,\text{m}^{-1} = \underline{\underline{1{,}51\,\text{m}^{-1}}}.$$

Effekten er proporsjonal med kvadratet av amplituden, dvs. $P = \text{konst}\cdot A^2$. Følgelig har en

$$\frac{P}{A_1^2} = \frac{P_0}{A_0^2} \quad (=\text{konst})$$

$$P A_0^2 = P_0 A_1^2$$

$$A_1 = A_0\sqrt{\frac{P}{P_0}} = A_0\sqrt{\frac{0{,}15P_0}{P_0}} = \underline{\underline{0{,}39\,A_0}}.$$

Oppgave 3

a) Varmestrømmen gjennom isolasjonslaget er

$$I = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} = 0{,}010\ \mathrm{W/(m\cdot K)} \cdot 0{,}20\,\mathrm{m^2} \cdot \frac{20\,\mathrm{K}}{0{,}012\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{3{,}33\ \mathrm{W}}}.$$

Varmestrømmen brukes til å smelte is. Energibalansen blir

$$L\,\Delta m = I\,\Delta t$$

der L er smeltevarmen og Δm er mengden smeltet is. Medgått tid for å smelte 50 g is blir da ($1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{W/s}$)

$$\Delta t = \frac{L\,\Delta m}{I} = \frac{334\ \mathrm{J/g}\cdot 50\,\mathrm{g}}{3{,}33\ \mathrm{W}} \approx \underline{\underline{5010\ \mathrm{s}}} = \underline{\underline{83{,}5\ \mathrm{min}}}$$

b) Virkningsgraden er gitt ved

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_2} = \frac{P\,\Delta t}{P_2\,\Delta t} = \frac{P}{P_2}$$

der Δt er et tidsrom. Effekten som trengs til oppvarming blir følgelig

$$P_2 = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{200\,\mathrm{MW}}{0{,}40} = \underline{\underline{500\ \mathrm{MW}.}}$$

Til kjøling i et tidsrom Δt trengs det en vannmengde Δm. Kjøleeffekten er gitt ved

$$P_1 = P_2 - P = (500-200)\,\mathrm{MW} = \underline{300\ \mathrm{MW}.}$$

Energibalansen ved kjølingen blir da

$$c\cdot\Delta m\,(T_2 - T_1) = P_1\,\Delta t$$

Nødvendig vannføring for kjøling blir dermed

$$\Phi = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P_2}{c(T_2-T_1)} = \frac{300\,\mathrm{MW}}{4{,}18\cdot 10^3\ \mathrm{J/(kg\cdot K)}\,(32-20)\,\mathrm{K}}$$

$$= \underline{\underline{5{,}98\cdot 10^3\ \mathrm{kg/s}}} \approx \underline{\underline{6{,}0\ \mathrm{tonn/s}.}}$$

c) Avgitt varmeenergi som har gått til omgivelsene er gitt ved

$$Q = \underline{\underline{C(T_1 - T_0).}}$$

Omgivelsene har hele tiden samme temperatur T_0 slik at entropiendringen der blir

$$\Delta S_0 = \frac{Q}{T_0} = \underline{\underline{C\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right).}}$$

For systemet vil temperaturen endre seg slik uttrykket for entropien blir

$$S = S(T) = \int dS = \int \frac{dQ}{T} = C\int\frac{dT}{T} = \underline{C \ln T\ (+\,\mathrm{konst}).}$$

Entropiendringen ved avkjøling blir dermed

$$\Delta S = S(T_0) - S(T_1) = C\ln T_0 - C\ln T_1 = \underline{\underline{C\ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right).}}$$