

Løsningsforslag

1) Et overslag basert på et tverrsnitt $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$, dvs 0.005 m^2 , gir at en lengde 1 m har masse $0.005 \cdot 400 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$. Et lass på 300 kg tilsvarer dermed 150 m med planker, eller litt mer, ettersom tverrsnittet er noe mindre. Riktig svar: C.

2) $[a] = [f/v] = \text{N}/(\text{m/s}) = (\text{kg m/s}^2)/(\text{m/s}) = \text{kg/s}$. $[b] = [f/v^2] = \text{N}/(\text{m/s})^2 = (\text{kg m/s}^2)/(\text{m/s})^2 = \text{kg/m}$. Riktig svar: A.

3) Maksimal hastighet (terminalhastighet) v når $mg = av + bv^2$, dvs $bv^2 + av - mg = 0$, som har løsning

$$v = -\frac{a}{2b} + \frac{1}{2b}\sqrt{a^2 + 4bmg}.$$

Innsetting av oppgitte tallverdier gir $v = 26.72 \simeq 27 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

4) $N = mg \cos \alpha$ og $f \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \alpha$. Klossen ligger i ro så lenge friksjonskraften f kan balansere tyngdens komponent langs skråplanet $mg \sin \alpha$. Dermed: $\mu_s mg \cos \alpha_{\max} = mg \sin \alpha_{\max}$, som betyr at $\alpha_{\max} = \arctan \mu_s = \arctan 0.20 = 11.3^\circ$. Riktig svar: A.

5) Når klossen glir, er friksjonskraften $f = \mu_k N = \mu_k mg \cos \alpha$, slik at netto kraft nedover langs skråplanet blir $mg \sin \alpha - \mu_k mg \cos \alpha$. Akselerasjonen er følgelig $g \sin \alpha - \mu_k g \cos \alpha$. Riktig svar: C.

6) Fra oppgave 1 har vi en masse ca 2 kg pr m , slik at denne planken har masse ca 8 kg . Dermed er $I_0 = 8 \cdot 4^2/12 = 32/3 \simeq 11 \text{ kg m}^2$. Estimater er basert på et tverrsnitt 50 cm^2 , så 10 kg m^2 høres bra ut. Riktig svar: B. (Med eksakte oppgitte mål: $M = \rho LA = 400 \cdot 4 \cdot 48 \cdot 10^{-3} \cdot 98 \cdot 10^{-3} = 7.53 \text{ kg}$, som gir $I_0 = 10.04 \text{ kg m}^2$.)

7) Ytre kraft som akselererer systemet er $3mg$. Dermed: $3mg = 4ma$, dvs $a = 3g/4$. Riktig svar: C.

8) Stein nr 1 roterer mot klokka, slik at friksjonsbidraget til F_{12} , kraften fra nr 1 på nr 2, må ha retning litt på skrå oppover mot høyre. Riktig svar: A.

9) Energibevarelse gir $4mgL = 4mv_0^2/2$ og dermed hastighet $v_0 = \sqrt{2gL}$ for den fallende kula rett før kollisjonen. Impulsbevarelse i den uelastiske kollisjonen gir deretter $5mv = 4mv_0 = 4m\sqrt{2gL}$, og dermed felleshastighet rett etter kollisjonen $v = 4\sqrt{2gL}/5 = 0.8 \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1.0} = 3.54 \simeq 3.5 \text{ m/s}^2$. Riktig svar: B.

10)

$$L_A = I_0\omega + (2m + m)vr = 2mr^2 \cdot v/r + 3mrv = 5mrv$$

Riktig svar: B.

11) Dreieimpuls i starten: $L_0 = 2mr^2\omega_0 + 4mr^2\omega_0 = 6mr^2\omega_0$. Dreieimpuls til slutt: $L_1 = 2mr^2\omega_1$. Dreieimpulsbevarelse gir da $\omega_1 = 3\omega_0$. Riktig svar: D.

12) Alle som har stått på en slik roterende karusell, vet at det er strevsomt å komme seg inn til midten. De fire personene må utføre et arbeid for å få til dette, og energien tar de fra sine egne muskler. (Dvs, kjemisk energi i kroppen omdannes til mekanisk energi i karusellen.) Alternativt kan den kinetiske energien regnes ut: $K_0 = (1/2) \cdot 2mr^2 \cdot \omega_0^2 + (1/2) \cdot 4mr^2 \cdot \omega_0^2 = 3mr^2\omega_0^2$. $K_1 = (1/2) \cdot 2mr^2 \cdot \omega_1^2 = 9mr^2\omega_0^2 = 3K_0$. Riktig svar: A.

13) $K = MV^2/2 + I_0\omega^2/2 = MV^2/2 + MR^2V^2/2R^2 = MV^2$. Riktig svar: D.

14) $\tau_{CM} = fR = \mu_k NR = \mu_k Mg \cos \theta \cdot R$. Riktig svar: D.

15) $\tau = G_{\parallel}R = Mg \sin \theta \cdot R$. Riktig svar: A.

16) Når systemet består av en M som ligger i ro og en M med hastighet $v_0 \hat{x}$, blir massesenterets hastighet $v_0 \hat{x}/2$. Riktig svar: B.

17) Stangas massesenter er midt på, i $(0, L/2)$, mens kula er i posisjon $(0, L)$. Da må massesenteret ligge i $(0, 3L/4)$. Riktig svar: C.

18) Her er det ingen ytre krefter som virker på systemet, så impulsen er bevart. Dermed: $Mv_0 \hat{x}$. Riktig svar: C.

19) Riktig svar: D. Gjelder helt generelt for et stivt legeme.

20) Stanga (med Steiners sats): $I_{stang} = ML^2/12 + M(L/4)^2 = 7ML^2/48$. Kula: $I_{kule} = M(L/4)^2 = ML^2/16$. Totalt: $I = ML^2(7/48 + 3/48) = 5ML^2/24$. Riktig svar: D.

21) Det vi kan si her er at $k\Delta y = mg$, med $\Delta y = 0.20$ m og $g = 9.81$ m/s². Men siden k er ukjent, kan vi heller ikke si hvor stor massen m er. Riktig svar: D.

22) Vi har $y_0(9)/y_0(0) = 0.85 = \exp(-\gamma \cdot 9)$, dvs $\gamma = -\ln(0.85)/9 = 0.018$ s⁻¹. Her er det svak demping, så $T \simeq 2\pi/\omega_0$, dvs $\omega_0 = 2\pi/0.9 = 6.98$ s⁻¹. Dermed er $Q = 6.98/0.036 = 193$. Riktig svar: C.

23) Av dimensjonsmessige grunner er C og D uaktuelle, og det kan ikke gå an å få en akselerasjon ved tid t_i ved kun å legge sammen ulike posisjoner. Følgelig må riktig svar være B. Med litt regning: Hastigheten ved tid $t_i \pm \Delta t/2$ er $v_{i\pm 1/2} = (x_{i\pm 1} - x_i)/\Delta t$. Da blir $a_i = (v_{i+1/2} - v_{i-1/2})/\Delta t = (x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})/(\Delta t)^2$.

24) Enheter er oppgitt til ms og mm. Hastigheten er derfor ca (171-163) mm/10 ms = 0.8 m/s = 80 cm/s. Riktig svar: C.

25) $x_2 = 7/4 - 2/\sqrt{1+3} = 3/4$, $x_3 = 7/4 - (6/4)/\sqrt{1+27/16} = 1.75 - 6/\sqrt{43} \simeq 0.835$. (Siden $\sqrt{43}$ ligger omtrent midt mellom 6 og 7, trengs ikke kalkulator for å fastslå at svaret må være større enn 0.75.) Riktig svar: D.

26) $y(x, t)$ er en funksjon av $x - vt$ med $v = \omega/k$, som betyr at bølgen forplanter seg i positiv x -retning. Riktig svar: A.

27) $T = 2\pi/\omega = 2\pi/50 = 0.13 \text{ s}^{-1}$. Riktig svar: D.

28) $v = \omega/k = 50/5 = 10 \text{ m/s}$. Riktig svar: B.

29) $v_y = dy/dt = \omega y_0 \sin(kx - \omega t)$; dermed er maksimal transversal hastighet $\omega y_0 = 50 \cdot 0.05 = 2.5 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

30) Grunntonen har bølgelengde $\lambda_1 = 2L$. Tar vi med overtoner: $\lambda_n = 2L/n$, $n = 1, 2, 3, \dots$ Bølgéhastigheten er $v = \sqrt{S/\mu}$. Dermed: $f_n = v/\lambda_n = n\sqrt{S/\mu}/2L = n \cdot \sqrt{20/0.002}/4 = n \cdot 25 \text{ Hz} = 25, 50, 75, 100, \dots \text{ Hz}$. Riktig svar: A.

31) $f_1 = v/\lambda_1 = 340/(2 \cdot 0.65) = 261.5 \text{ Hz}$. Riktig svar: A.

32) Fra formelvedlegget: $f_O = v f_S / (v - v_S)$, dvs $v f_O - v_S f_O = v f_S$, dvs $v_S = v(f_O - f_S)/f_O = 340 \cdot (475 - 440)/475 = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$. Riktig svar: B.

33) Svevefrekvensen er her $f_S = 20/5 = 4 \text{ Hz}$, som tilsvare differansen mellom de to stemmegaflenes frekvens. Riktig svar: C.

34) $d \sin \theta = \lambda$, dvs $\theta = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(0.1/2.0) = 2.87^\circ \simeq 3^\circ$. Riktig svar: B.

35) Fra formelvedlegget: $\Delta p = -B \partial \xi / \partial x$. Med en harmonisk bølge $\xi(x, t) = \xi_0 \sin(kx - \omega t)$ betyr det at trykkbølgens amplitude er $(\Delta p)_0 = k B \xi_0 = (2\pi/\lambda) B \xi_0$. Utsvingsbølgens amplitude er da $\xi_0 = \lambda (\Delta p)_0 / 2\pi B = 1.0 \cdot 2.85 / (2\pi \cdot 1.42 \cdot 10^5) = 3.2 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 3.2 \mu\text{m}$. Riktig svar: C.

36) Fra formelvedlegget: $\beta = \Delta V / V \Delta T$. Med $\Delta V = A \Delta h$ får vi $\Delta h = \beta V \Delta T / A = 0.001 \cdot 10^{-4} \cdot 1 / (5 \cdot 10^{-6}) = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$. Riktig svar: D.

37) Med V (og stoffmengden N) konstant er $\Delta p/p = \Delta T/T = 20/273 \simeq 0.07$, dvs 7%. Riktig svar: B.

38) $mgh = Q = lm$ (der l er smeltevarme pr masseenhet). Dermed: $h = l/g = 333000/9.81 = 33945 \text{ m} \simeq 34 \text{ km}$. Riktig svar: C.

39) $Pt = Q = lm \Rightarrow t = lm/P = 333 \cdot 25/600 = 14 \text{ s}$. Riktig svar: B.

40) $p_d(292)/p_d(271) = \exp(l/271R - l/292R)$, slik at $l = \ln(40/10) \cdot 8.314(1/271 - 1/292)^{-1} = 43431 \simeq 43 \text{ kJ}$. Riktig svar: D.

41) $p_d(363.16) = 612 \cdot \exp((45000/8.314) \cdot (1/273.16 - 1/363.16)) = 612 \cdot \exp(4.91) = 83057 \text{ Pa}$. I et volum $V = 8 \text{ m}^3$ ved temperatur $T = 363.16 \text{ K}$ tilsvarer dette $n = p_dV/RT = 83057 \cdot 8/(8.314 \cdot 363.16) = 220 \text{ mol}$ med vannmolekyler. Med molar masse 18 g er dette 3.96 kg vann, dvs ca 4 liter . Riktig svar: B.

42) $v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{2\langle K_{\text{trans}} \rangle/m} = \sqrt{3k_B T/m} = \sqrt{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 363.16/(0.018/(6.02 \cdot 10^{23}))} = 709 \text{ m/s}$. Riktig svar: C.

43) Varmestrøm gjennom 20 cm tre: $j_p = 0.12 \cdot 90/0.20 = 54 \text{ W/m}^2$. Varmestrøm gjennom 5 cm tre + 15 cm glassvatt: $j_g = 90/(0.05/0.12 + 0.15/0.035) = 19.14 \text{ W/m}^2$. Totalt areal: $5 \cdot 2 \cdot 2 = 20 \text{ m}^2$. Areal med 20 cm tre: 2 m^2 . Areal med 5 cm tre + 15 cm glassvatt: 18 m^2 . Totalt effekttap: $P = 54 \cdot 2 + 19.14 \cdot 18 = 453 \text{ W}$. Riktig svar: B.

44) $j = \sigma T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{3.4} = 56700 \text{ W/m}^2 \simeq 57 \text{ kW/m}^2$. Riktig svar: A.

45) Med Wiens forskyvningslov: $\lambda = 2.90 \cdot 10^{-3}/1000 = 2.90 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, dvs $2.9 \mu\text{m}$. Riktig svar: A.

46) $W = nRT_2 \ln(V_f/V_i) = 1 \cdot 8.314 \cdot 600 \ln 3 = 5480 \text{ J} = 5.48 \text{ kJ}$. $\eta = 1 - T_1/T_2 = 1 - 1/4 = 0.75$. Riktig svar: D.

47) $\Delta Q = C(T_0 - T_s)$. Riktig svar: A.

48) $\Delta S = \int dS = \int dQ/T = \int_{T_s}^{T_0} C dT/T = C \ln(T_0/T_s) = 4.184 \cdot 200 \cdot \ln(293/353) = -156 \text{ J/K}$. Riktig svar: A.

49) Prosessen er irreversibel, så total entropiendring er alltid positiv. Riktig svar: C.

50) Antall molekyler pr utpust og innpust: $N = pV/k_B T = 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4}/(1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300) = 9.66 \cdot 10^{21}$. Volum av den antatt uniforme atmosfæren: $V_a = 4\pi \cdot (6.37 \cdot 10^6)^2 \cdot 5000 = 2.5495 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$. Andel av dette som du puster inn i et åndedrag: $V/V_a = 4 \cdot 10^{-4}/2.5495 \cdot 10^{18} = 1.57 \cdot 10^{-22}$. Omtrentlig forventet antall av Olavs siste utpustede molekyler i ditt neste åndedrag: $N_{\text{Olav}} \simeq 9.66 \cdot 10^{21} \cdot 1.57 \cdot 10^{-22} = 1.5 \sim 1$. Riktig svar: A.