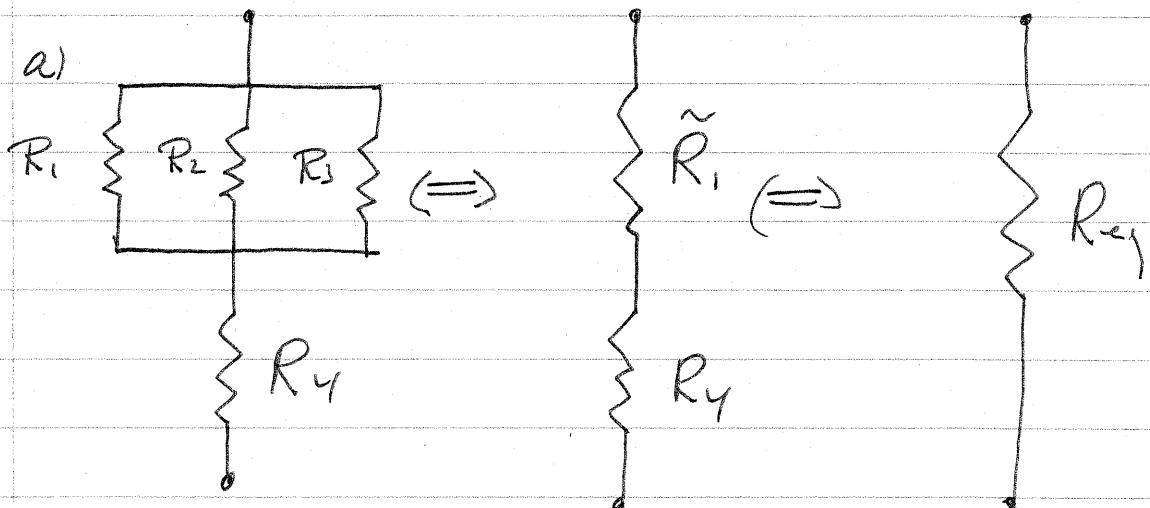


①

Eksamens TFY 4110
Løsning, 6. desember 2003

Oppgave 1

a)



$$R_{\text{parallel}} = \tilde{R}_1 + R_4$$

$$\frac{1}{\tilde{R}_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$= \frac{1}{R_2} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 + \frac{R_2}{R_3} \right)$$

$$= \frac{7}{2} \frac{1}{R_1} \left(\frac{2}{7} + 1 + \frac{2}{3} \right)$$

(2)

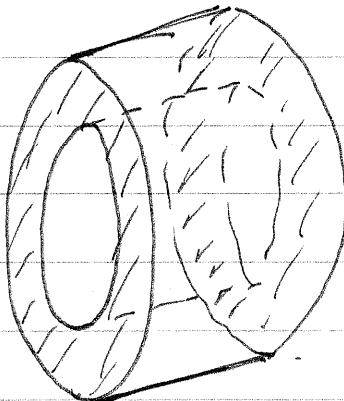
$$= \frac{7}{2} \frac{(21+6+14)}{21} \frac{1}{R_1} = \frac{41}{6} \frac{1}{R_1}$$

$$\tilde{R}_1 = \frac{6}{41} R_1$$

$$R_{eq} = \left(\frac{6}{41} + \frac{35}{22} \frac{2}{7} \right) R_1$$

$$= \frac{271}{451} R_1$$

b)



$$R_1 = \sqrt{\beta} \frac{L}{A}$$

$$= 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-4} ((1.5)^2 - (1.2)^2)$$

$$= 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\underline{R_{eq} = 7.2 \cdot 10^{-4} \Omega}$$

(3)

Opgave 2

$$\text{a) } g(r) = A \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right]$$

A må ha samme børing som $g(r) \propto \frac{C}{m^2}$
 Reste er ledningslækkelse i et
 punkt i avstand r fra cylindens
 overflade.

Lækket gr. hævde at led.
 cylindr. kan: $\frac{\lambda_0}{R} \text{ C/m}$ Dette er
 det samme som lækket
 bør være ved cylindren, dvs. $g(r)$
 indgår i øvre cylindern
 delen. Vi gætter nu denne del med A fra:

$$\lambda_0 = 2\pi \int_0^R dr + A \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right]$$

$$= 2\pi A \left[\frac{R^2}{2} - \frac{1}{n+2} \frac{1}{R^n} R^{n+2} \right]$$

$$= \pi R^2 A \left(1 - \frac{2}{n+2} \right) = \pi R^2 A \frac{n}{n+2}$$

 \Rightarrow

$$A = \frac{\lambda_0}{\pi R^2} \frac{n+2}{n} \therefore \frac{C}{m^2}$$

$$= \frac{\lambda_0}{\pi R^2} \frac{n+2}{n} \frac{C}{m^2}$$

(4)

5)

$$\lambda(r) = 2\pi A \int_0^r dr' r' \left[1 - \left(\frac{r'}{R} \right)^n \right]$$

$$= 2\pi A \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^2}{n+2} \left(\frac{r}{R} \right)^n \right]$$

$$= \pi r^2 A \left[1 - \frac{1}{n+2} \left(\frac{r}{R} \right)^n \right]$$

$$= \lambda_0 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \frac{n+2}{n} \left(1 - \frac{1}{n+2} \left(\frac{r}{R} \right)^n \right) \text{ ke}$$

$$0 < r < R$$

c) Gauss' loo:

$$\iint d\vec{s} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{tot}$$

Q_{tot} = total ledning som befinner seg i en volum V konstruert av flater \underline{S} .

Ved S som sylinder
flate snittet med \vec{E} snittet
i sylinder. Da blir \vec{E}
konstant på denne flaten \Rightarrow

(5)

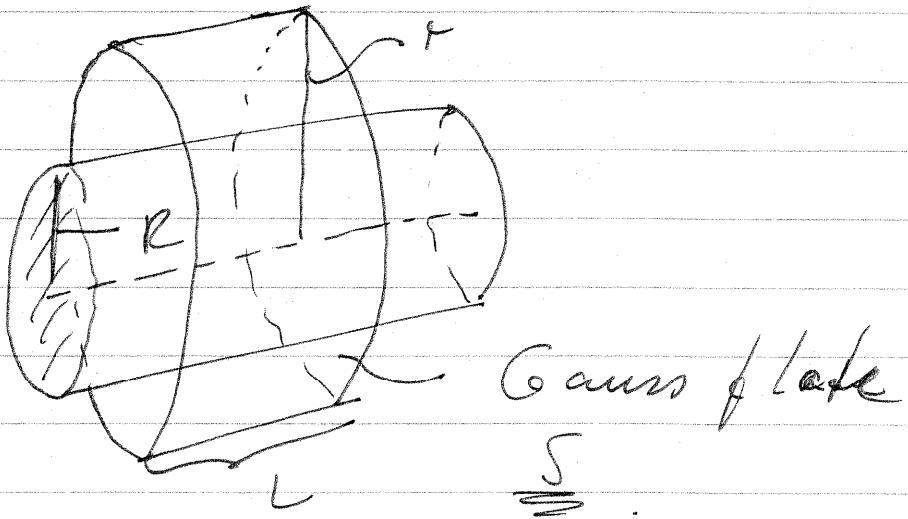
versde side i Gauss' law blif
enkel i buegr.

Grenslit: (Gjeldt for alle $r < R$
 $r > R$)

$$2\pi r \cdot L \cdot E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot 2(r) \cdot L$$

$$E(r) = \frac{2r}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Hv ϵ er L en vinkelby
velg & legg av sylinderflaten S



$r < R$:

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \pi r^2 A \left(1 - \frac{1}{\pi/2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right)$$

$r > R$: $E(r) = E_0$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{E_0}{r} \quad \text{Som for}\br/> \text{lærlæring!}$$

(6)

 $n \rightarrow \infty :$ $r \leq R$

$$\lambda(r) \rightarrow \pi r^2 A$$

$$= \frac{\lambda}{\pi R^2} \pi r^2$$

Dette svarer til linjelading $\lambda(r)$
 når ledningsdækket er konstant $\rho(r) = \rho$
 og konstant $\rho(r) = \frac{\lambda}{\pi R^2}$

over forsvindende stor sylinger.

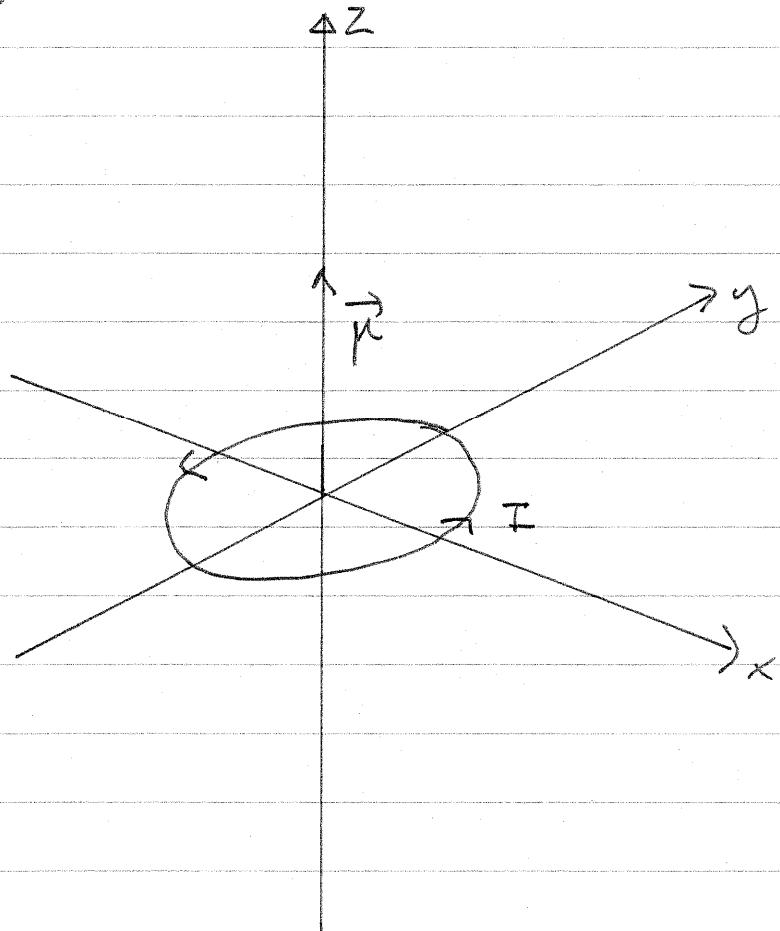
d) $\vec{E} = 0$ inne i elektrisk
 ledende materiale fordi (hvis vi
 antar statisk ledningsfordeling) ellers
 ville det giv en elektrisk strøm
 inne i materielet.

Siden $\vec{E} = 0$ inne i
 materielet, må vi ha (med i
 Stukke Gaus' lov) at all ledning
 må være sentret i overfladen
 av materielet.

Oefgave 3

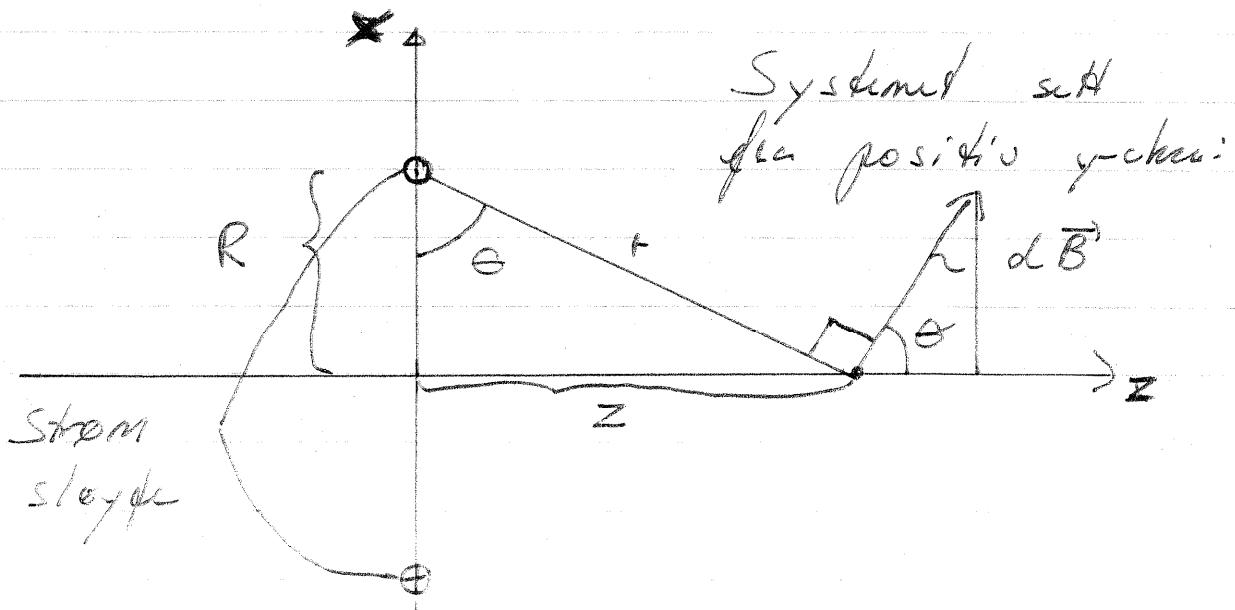
(7)

a)



$$\underline{b)} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{|\vec{r}|^2}$$

(Biot - Savart's law)



(8)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{z^2 + R^2}$$

Dette er bidraget til magnetfeltet fra et strømført linjelement dl på strømslayper.

Når vi summer alle bidraget fra alle linje-elementer, får vi kum
bidrag langs z-aksen, alle
bidrag perpendikulært på z-aksen
viel oversiktligere (for linje-elementer
på motsatte sider av strømslayper)

$$dB_z = dB \cos \theta$$

$$t \cos \theta = R \Rightarrow \cos \theta = \frac{R}{r}$$

$$r^2 = z^2 + R^2$$

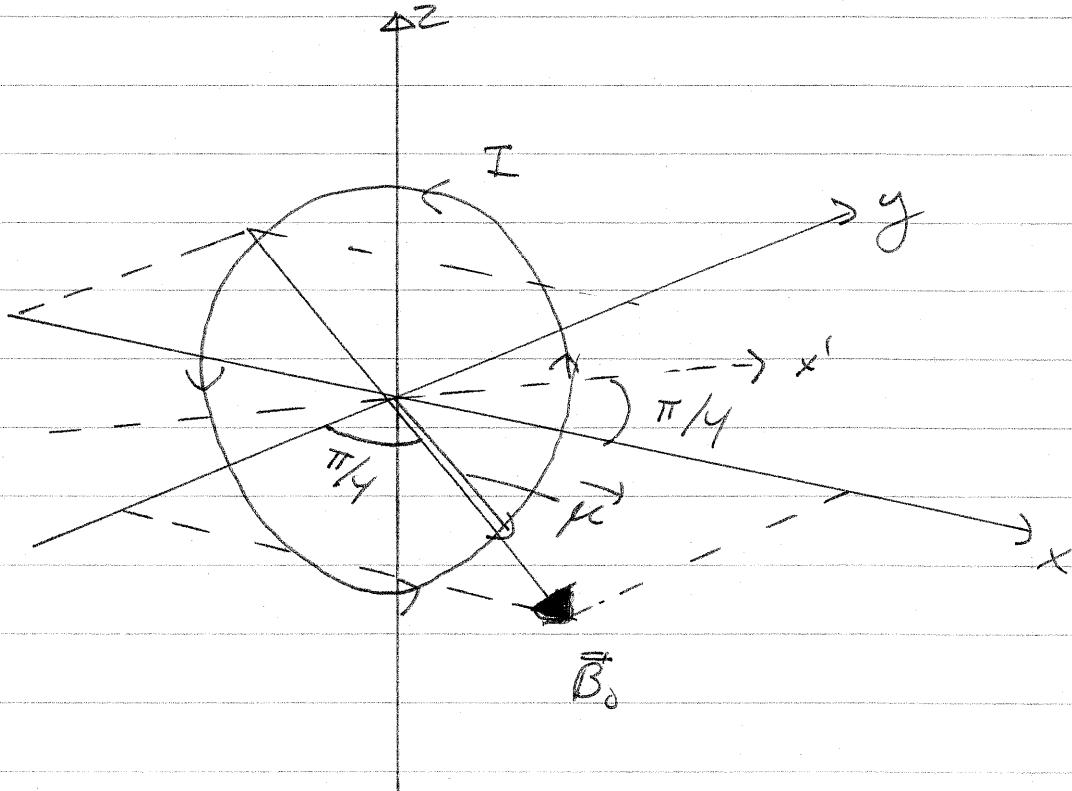
$$B_z = 2\pi R \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} \frac{R}{r}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} 2\pi R^2 \frac{I}{r^3} = \frac{\Gamma I}{r^2}$$

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \frac{\mu_0 R^2}{2}, \quad \underline{\underline{\eta}} = \frac{3}{2}$$

(9)

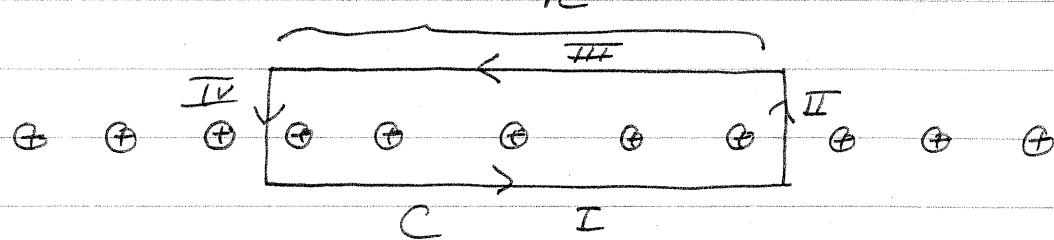
c) Ytre part av det magnetiske
 (hakkdelen av \vec{B}_0)



$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$$

For å minimisere denne energien,
 må $\vec{\mu}$ være parallel med \vec{B}_0 . Det betyr at
 strømsleipen blir liggende i
 (x, z) -planet, som viser på figur,
 med øverst retning på strøm
 av magnetisk dipolmoment.

d) Spole set oppe sider



C: Kontur i Amper's lov

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_c$$

Konturer deler inn i 4 deler
I, II, III, IV

Ledene II og IV bli uendelig
korte \Rightarrow ikke bidrag til kontur-
integrasjon fra disse

$$\text{III: } \vec{B} = 0 \text{ hen (oppst. A)}$$

I: \vec{B} er konst.:

$$B \cdot h = \mu_0 I_c = \mu_0 I \cdot n \cdot h$$

$$\underline{\underline{B = \mu_0 n I}} \quad \text{Q.E.D}$$

(11)

$$B = \mu_0 n I$$

$$= \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$0.015 T = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1500}{L} \cdot I$$

$$L = \frac{4\pi \cdot 1.5 \cdot 10^3}{6.5 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-7} \frac{1}{I}$$

$$= 4\pi \cdot 10^{-2} I$$

$$L > 4\pi \cdot 10^{-2} I \text{ da m}$$

nur I angibt: $A = C/s$