

Studentnummer: \_\_\_\_\_  
Studieretning: \_\_\_\_\_

**Bokmål** Side 1 av 1

NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Institutt for fysikk, Gløshaugen  
Professor Jon Otto Fossum, mobiltf: 91139194

### **EKSAMEN I EMNE TFY4120 FYSIKK**

Lørdag 20. august 2005  
Tid: kl 09.00-13.00

Hjelpemidler: Alternativ C  
Godkjent lommekalkulator  
Rottman: Matematisk formelsamling (alle språkutgaver)  
Barnett og Cronin: Mathematical Formulae

Eksamen består av:

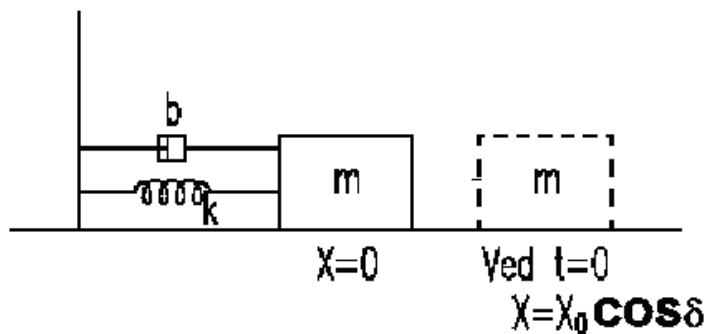
1. Førstesiden (denne siden) **som skal leveres inn** som svar på **flervalgsspørsmålene**.
2. 3 "normale" oppgaver 1, 2 og 3 (Vedlegg A)
3. Et sett med flervalgsspørsmål, Oppgave 4 (Vedlegg B)

De tre "normale" oppgavene samlet teller 50%, og flervalgsspørsmålene samlet teller 50%. Ved besvarelsene av flervalgsspørsmålene skal bare ETT av svaralternativene A-E angis for hvert av de 24 spørsmålene. Riktig svar gir ett poeng mens feil svar gir null poeng.

#### **Svar på flervalgsspørsmål i vedlegg B:**

Spørsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Svar	E	B	E	C	B	C	E	B	C	E	A	E

Spørsmål	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Svar	E	D	A	C	D	A	D	C	E	A	C	C

**Oppgave 1: Svingebevegelse**

Figuren viser en kloss med masse  $m$  som beveger seg friksjonsfritt på et horisontalt underlag. Klossen er festet til en vegg med en horisontal fjær med fjærkonstant  $k$ , og i tillegg festet med et dempeledd med lineær dempingskonstant  $b$ .

**Kommentar (ikke del av fasiten):** Denne oppgaven er hentet fra læreboka Tipler&Mosca Delkapittel 14-4 om Dempede Svingninger, sidene 445-447.

- a) Vis ved hjelp av kraftbalanse mot Newton's andre lov,  $F = ma$  ( $a$  er akselerasjonen), at differensialligningen som beskriver klossens utsving  $x$  fra likevektsposisjonen  $x = 0$ , kan skrives som:

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1)$$

Identifiser hvert av leddene i denne ligningen, og forklar fortegnene foran hvert ledd.

**Svar på a):**

**Leddene på høyre side av ligningen er masse ganger akselerasjon  $ma = m(d^2x/dt^2)$ . På venstre side av ligningen er de to kreftene som virker "motsatt av" bevegelsen, dvs begge disse kreftene gir negativ akselerasjon,  $-kx$  er fjærkraften som til enhver tid vil dra klossen mot likevektsposisjonen, mens kraften  $-bdx/dt$  er dempingskraften som stopper bevegelsen etter en tid.**

- b) Ved innsetting kan vises at en løsning som tilfredsstiller ligning (1), er:

$$x(t) = x_0 e^{-t/2\tau} \cos(\omega' t + \delta) \quad (2)$$

hvor  $\tau = m/b$ ,  $\omega' = \omega_0 [1 - (2\omega_0\tau)^{-2}]^{1/2}$  og  $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$

Hva er enhetene til henholdsvis  $x$ ,  $k$ ,  $b$ ,  $\tau$ ,  $\omega'$  og  $\omega_0$ ?

**Svar på b):**

**Høyresiden av ligning (1) har dimensjon masse ganger akselerasjon, dvs.**

**$[m(d^2x/dt^2)] = \text{kgm/s}^2$ . Dimensjonsanalyse av ligning (1) gir da:**

**$[x] = \text{meter}$ ,  $[k] = \text{kg/sek.}^2$ ,  $[b] = \text{kg/sek.}$ ,  $[t] = \text{sek.}$ ,  $[\omega'] = \text{sek.}^{-1}$ ,  $[\omega_0] = \text{sek.}^{-1}$ .**

- c) Diskuter løsningen ligning (2) for tilfellet at svingebevegelsen ikke er dempet: dvs  $b = 0$ . Hvor stor er  $\omega'$  for dette tilfellet?

**Svar på c):**

**Dette tilfellet er et spesialtilfelle av ligning (1), som er beskrevet i Tipler&Mosca delkapittel 14-1: Enkel svingebevegelse, og  $\omega' = \omega_0$ . I dette tilfellet er bevegelsen udempet, og beskrevet en enkel udempet sinus (eller cosinus) på formen  $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t + d)$ .**

- d) Diskuter løsningen ligning (2) for tilfellet at svingebevegelsen kun er svakt dempet: Kriteriet for svak demping er at  $b \ll 2m\omega_0$ . Hvor stor er  $\omega'$  nå? Hva kalles dette grensetilfellet med svak demping?

**Svar på d):**

**Dette tilfellet kalles underdempet, dvs vi har en svingebevegelse som dempes ut, og klossen svinger med frekvens  $\omega' \approx \omega_0$ .**

- e) Hva skjer når  $b = b_c = 2m\omega_0$ . Hva kalles dette tilfellet?

**Svar på e):**

**Dette tilfellet kalles kritisk dempet bevegelse og nå er  $\omega' = 0$ , dvs vi har ingen svingninger omkring likevekt, men klossen når likevekt iløpet av EN periode.**

- f) Diskuter tilfellet at svingebegelsen er sterkt dempet, dvs  $b \gg b_c$ . Hva kalles dette tilfellet med sterkt demping?

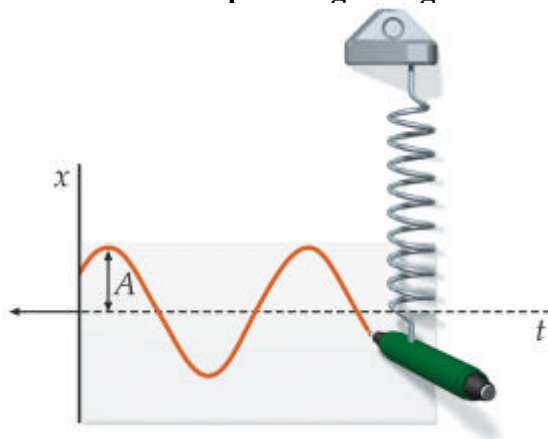
**Svar på f):**

**Dette tilfellet kalles overdempet, og systemet svinger ikke, men klossen beveger seg "sakte" mot likevekt.**

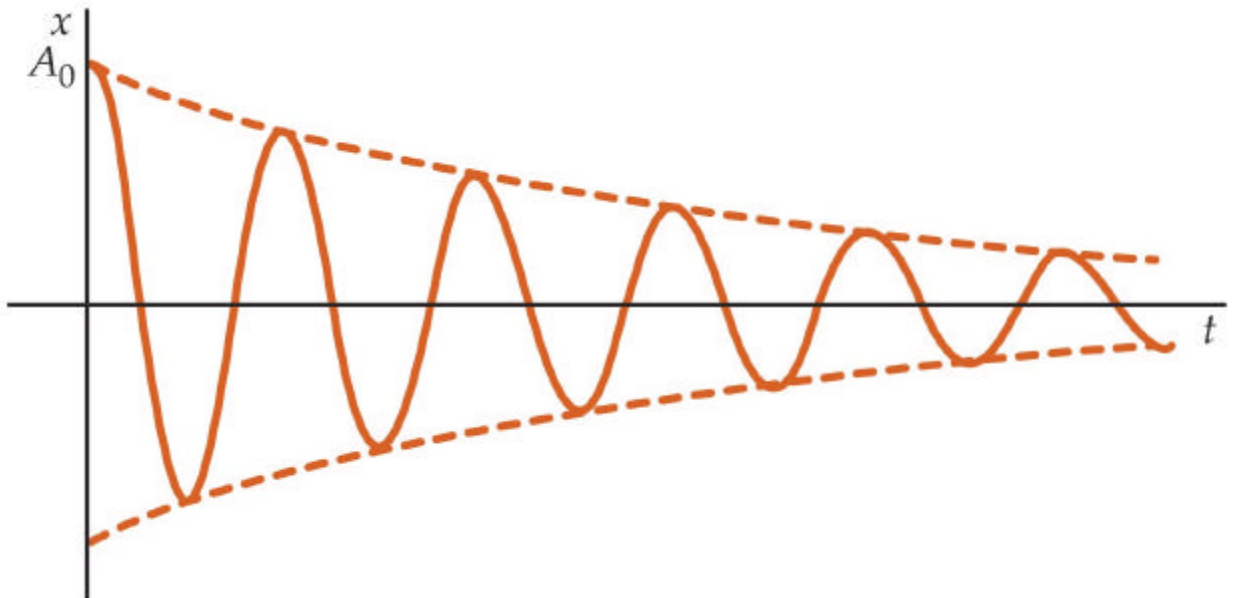
- g) Lag en skisse av  $x(t)$  som viser alle tilfellene c), d), e) og f) i samme graf.

**Svar på g):**

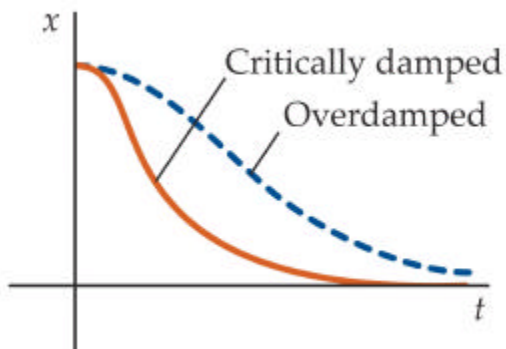
**For udempet svingebevegelse:**



For underdempet svingbevegelse:



For kritisk dempet og overdempet svingbevegelse:



h) Vis at ligning (2) tilfredsstillers ligning (1).

Svar på h):

Skriv ligning (1) på formen:

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = 0$$

hvor  $Q = x$ ,  $L = m$ ,  $1/C = k$ , og  $R = b$ .

Vi har da at:

$$Q = Q_0 e^{-Rt/2L} \cos \omega' t$$

hvor  $t = L/R$ , og  $Q_0 = x_0$ , og vi får:

$$\frac{dQ}{dt} = -Q_0 e^{-Rt/2L} \left[ \omega' \sin \omega' t + \frac{R}{2L} \cos \omega' t \right]$$

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = Q_0 e^{-Rt/2L} \left[ \left( \frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2 \right) \cos \omega' t + \frac{R\omega'}{L} \sin \omega' t \right]$$

som ved innsetting i differensialligningen gir:

$$LQ_0 e^{-Rt/2L} \left[ \left( \frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2 \right) \cos \omega' t + \frac{R\omega'}{L} \sin \omega' t \right] + \frac{Q_0}{C} e^{-Rt/2L} \cos \omega' t - RQ_0 e^{-Rt/2L} \left[ \omega' \sin \omega' t + \frac{R}{2L} \cos \omega' t \right] = 0$$

dvs

$$L \left[ \left( \frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2 \right) \cos \omega' t + \frac{R\omega'}{L} \sin \omega' t \right] + \frac{1}{C} \cos \omega' t - R \left[ \omega' \sin \omega' t + \frac{R}{2L} \cos \omega' t \right] = 0$$

Ved å sortere i sinus og cosinus, innser vi at sinus bidragene kansellerer, dvs:

$$(R\omega' - R\omega') \sin \omega' t + \left[ L \left( \frac{R^2}{4L^2} - \omega'^2 \right) + \frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L} \right] \cos \omega' t = 0$$

$$\left[ \left( \frac{R^2}{4L} - L\omega'^2 + \frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L} \right) \right] \cos \omega' t = 0$$

som skal gjelde for alle t, dvs:

$$\frac{R^2}{4L} - L\omega'^2 + \frac{1}{C} - \frac{R^2}{2L} = 0$$

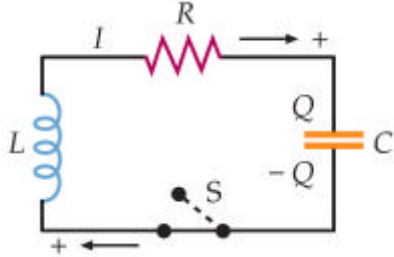
$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2}$$

Ved innsetting for henholdsvis L, C og R, slik som definert ovenfor, får vi at:

$$\omega' = \left[ \left( \frac{k}{m} - \left( \frac{b}{2m} \right)^2 \right)^{1/2} = \left[ \left( \omega_0^2 - \left( \frac{1}{2t} \right)^2 \right)^{1/2} = \omega_0 \left[ 1 - \left( \frac{2\omega_0 t}{\omega_0} \right)^2 \right]^{1/2} \right]$$

**Oppgave 2: Vekselstrømskretser.**

- a) Kretsen under er en enkel RLC-krets:



Anvend Kirchoff's sløferegel på denne kretsen, dvs  $V_L + V_C + V_R = 0$  når bryteren S er lukket, til å vise at differensialligningen for ladningen Q kan skrives

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = 0 \quad (3)$$

hvor vi har brukt at spenningsforskjellen over motstanden R, er gitt av Ohm's lov, mens  $V_C = Q/C$  og  $V_L = -L dI/dt$ .

**Svar på a):**

**Kirchoff's sløferegel:  $V_L + V_C + V_R = 0$ . Vi setter inn  $V_L = -LdI/dt$ ,  $V_C = -Q/C$ ,  $V_R = -RI$  og  $I = dQ/dt$ , som gir ligning (3).**

- b) Ligning (3) er på nøyaktig samme form som ligning (1) for svingebevegelsen i Oppgave 1, dvs

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/2\tau} \cos(\omega' t + \delta) \quad (4)$$

er en løsning av ligning (3), hvor  $Q_0 = Q(t=0)$  er ladningen i det øyeblikket vi lukker bryteren S.

Bruk analogien med Oppgave 1 til å skrive opp uttrykk for  $\tau$  og  $\omega'$  for RLC-kretsen, dvs  $\tau$  og  $\omega'$  uttrykt ved størrelsene R, L og C.

Hvilken kretskomponent er årsak til demping?

Skisser  $Q(t)$  når  $R \neq 0$  og liten.

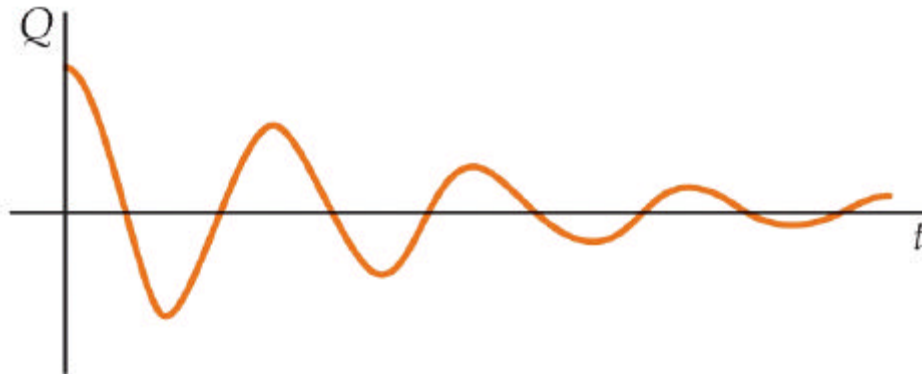
**Svar på b):**

**Se svaret på Oppgave 1 h):**

$\tau = L/R$

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

**I svingesystemet er b årsak til demping, mens i kretsen er det R som demper strømmen. Skisse av  $Q(t)$  for liten R: Systemet er underdempet, dvs:**



- c) Anta nå at induktansen  $L = 0$ , dvs kretsen er nå en ren RC-krets. Regn ut og skisser strømmen  $I(t)$  for dette tilfellet når vi lukker bryteren ved tiden  $t = 0$ .

**Svar på c):**

**Denne oppgaven er begynnelsen av delkapittel 25-6 "RC-kretser" i læreboka Tipler&Mosca, sidene 811-812:**



## 25-6 RC Circuits

A circuit containing a resistor and a capacitor is called an **RC circuit**. The current in an RC circuit flows in a single direction, as in all dc circuits, but the magnitude of the current varies with time. A practical example of an RC circuit is the circuit in the flash attachment of a camera. Before a flash photograph is taken, a battery in the flash attachment charges the capacitor through a resistor. When the charge is accomplished, the flash is ready. When the picture is taken, the capacitor discharges through the flashbulb. The battery then recharges the capacitor, and a short time later the flash is ready for another picture. Using Kirchhoff's rules, we can obtain equations for the charge  $Q$  and the current  $I$  as functions of time for both the charging and discharging of a capacitor through a resistor.

### Discharging a Capacitor

Figure 25-37 shows a capacitor with initial charges of  $+Q_0$  on the upper plate and  $-Q_0$  on the lower plate. The capacitor is connected to a resistor  $R$  and a switch  $S$ , which is initially open. The potential difference across the capacitor is initially  $V_0 = Q_0/C$ , where  $C$  is the capacitance.

We close the switch at time  $t = 0$ . Since there is now a potential difference across the resistor, there must be a current in it. The initial current is

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{Q_0}{RC} \quad 25-26$$

The current is due to the flow of charge from the positive plate of the capacitor to the negative plate through the resistor. After a time, the charge on the capacitor is reduced. If we choose the positive direction to be clockwise, then the current equals the rate of decrease of that charge. If  $Q$  is the charge on the upper plate of the capacitor at time  $t$ , the current at that time is

$$I = -\frac{dQ}{dt} \quad 25-27$$

(The minus sign is needed because while  $Q$  decreases,  $dQ/dt$  is negative.)<sup>†</sup> Traversing the circuit in the clockwise direction, we encounter a potential drop  $IR$  across the resistor and a potential increase  $Q/C$  across the capacitor. Thus, Kirchhoff's loop rule gives

$$\frac{Q}{C} - IR = 0 \quad 25-28$$

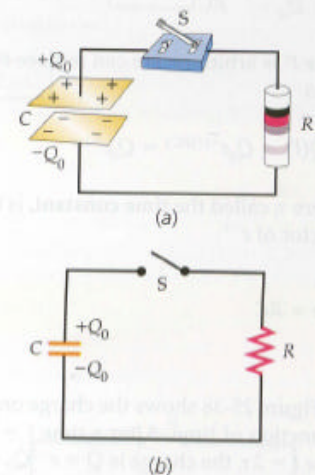
where  $Q$  and  $I$ , both functions of time, are related by Equation 25-27. Substituting  $-dQ/dt$  for  $I$  in Equation 25-28, we have

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0$$

or

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q \quad 25-29$$

<sup>†</sup> If the positive direction were chosen to be counterclockwise, then the sign in Equation 25-27 would be a positive sign.



**FIGURE 25-37** (a) A parallel-plate capacitor in series with a switch  $S$  and a resistor  $R$ . (b) A circuit diagram for Figure 25-37a.



812 | CHAPTER 25 Electric Current and Direct-Current Circuits

To solve this equation, we first separate the variables  $Q$  and  $t$  by multiplying both sides by  $dt/Q$ , and then integrate. Multiplying both sides by  $dt/Q$ , we obtain

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} dt \quad 25-30$$

The variables  $Q$  and  $t$  are now in separate terms. Integrating from  $Q_0$  at  $t = 0$  to  $Q'$  at time  $t'$  gives

$$\int_{Q_0}^{Q'} \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} \int_0^{t'} dt$$

so

$$\ln \frac{Q'}{Q_0} = -\frac{t'}{RC}$$

Since  $t'$  is arbitrary, we can replace  $t'$  with  $t$ , and then  $Q' = Q(t)$ . Solving for  $Q(t)$  gives

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/(RC)} = Q_0 e^{-t/\tau} \quad 25-31$$

where  $\tau$ , called the **time constant**, is the time it takes for the charge to decrease by a factor of  $e^{-1}$ :

$$\tau = RC \quad 25-32$$

DEFINITION—TIME CONSTANT

Figure 25-38 shows the charge on the capacitor in the circuit of Figure 25-37 as a function of time. After a time  $t = \tau$ , the charge is  $Q = e^{-1}Q_0 = 0.37 Q_0$ ; after a time  $t = 2\tau$ , the charge is  $Q = e^{-2}Q_0 = 0.135Q_0$ , and so forth. After a time equal to several time constants, the charge  $Q$  is negligible. This type of decrease, which is called an **exponential decrease**, is very common in nature. It occurs whenever the rate at which a quantity decreases is proportional to the quantity itself.<sup>†</sup>

The decrease in the charge on a capacitor can be likened to the decrease in the amount of water in a bucket with vertical sides that has a small hole in the bottom. The rate at which the water flows out of the bucket is proportional to the pressure of the water, which is in turn proportional to the amount of water still in the bucket.

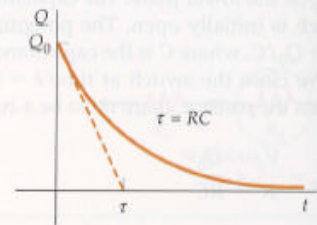
The current is obtained by differentiating Equation 25-31

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/(RC)}$$

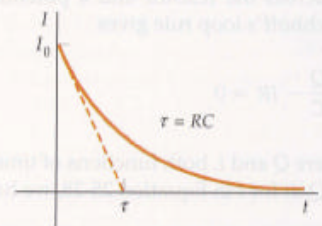
Substituting, using Equation 25-26, we obtain

$$I = I_0 e^{-t/\tau} \quad 25-33$$

where  $I_0 = V_0/R = Q_0/(RC)$  is the initial current. The current as a function of time is shown in Figure 25-39. As with the charge, the current decreases exponentially with time constant  $\tau = RC$ .



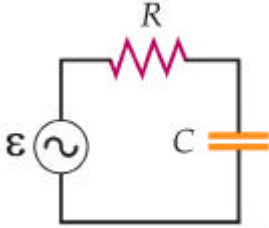
**FIGURE 25-38** Plot of the charge on the capacitor versus time for the circuit shown in Figure 25-37 when the switch is closed at time  $t = 0$ . The time constant  $\tau = RC$  is the time it takes for the charge to decrease by a factor of  $e^{-1}$ . (The time constant is also the time it would take the capacitor to discharge fully if its discharge rate remains constant, as indicated by the dashed line.)



**FIGURE 25-39** Plot of the current versus time for the circuit in Figure 25-37. The curve has the same shape as that in Figure 25-38. If the rate of decrease of the current remains constant, the current would reach zero after one time constant, as indicated by the dashed line.

<sup>†</sup> We encountered exponential decreases in Chapter 14 when we studied the damped oscillator.

- d) Erstatt nå spolen i kretsen i c) med en vekselstrømsgenerator som genererer en periodisk spenning gitt ved  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega t$ , dvs kretsen ser nå slik ut:



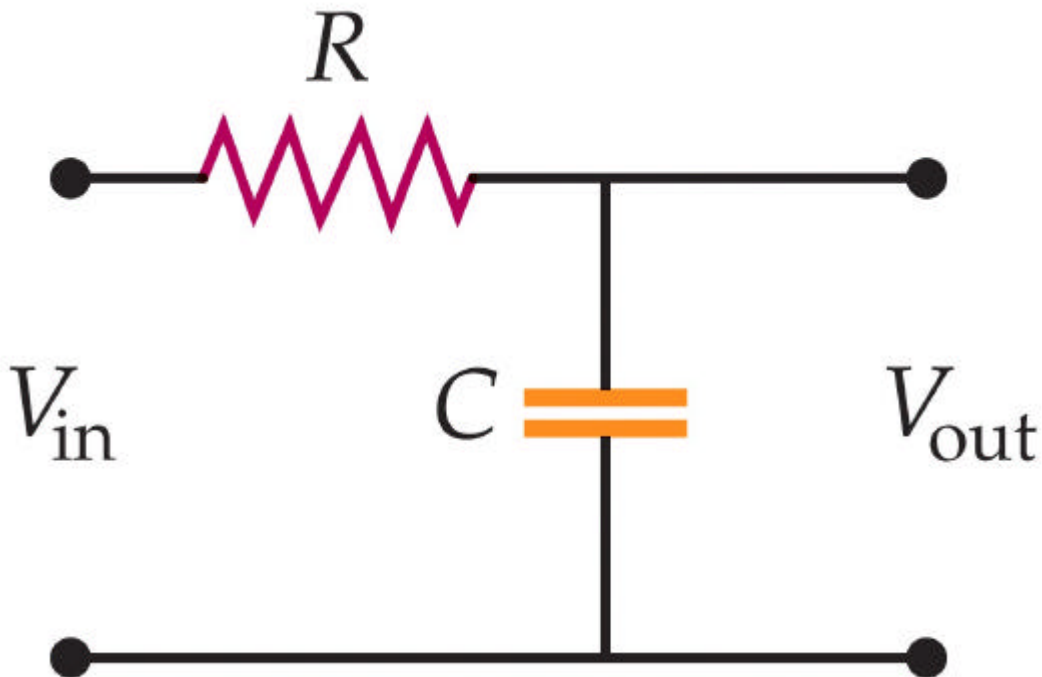
Vis at spenningsfallet over kondensatoren  $V_C(t) = V_{ut} \cos(\omega t - \delta)$ , hvor amplituden  $V_{ut} = V_{inn} [1 + (\omega RC)^2]^{-1/2}$ , og  $V_{inn} = \varepsilon_0$ .

Skisser  $V_{ut}$  som funksjon av  $\omega$ .

Hva kalles en slik krets når vi er interessert i å bruke spenningen  $V_C(t)$  over kapasitansen  $C$ ?

**Svar på d):**

**Vi tegner kretsen slik, og vi er interessert i å beregne  $V_{out}$ , med  $V_{in} = e = \varepsilon_0 \cos \omega t$**



**Kirchoff's sløferegul gir:**

**Ved direkte innsetting får vi at:**  
**hvor  $V_{\text{peak}} = e_0$  og  $V = V_{\text{out}} = V_C$ .**

**som gir:**

**Vi ser etter en løsning av form**  
 $V_C(t) = V_{\text{out}}(t) = V_{\text{ut}} \cos(\omega t - d)$   
 $= V_{\text{ut}} \cos d \cos(\omega t) + V_{\text{ut}} \sin d \sin(\omega t)$ , **dvs vi**  
**kan anta følgende:**

**Ved innsetting, får vi to ligninger for**  
**koeffisientene for henholdsvis cosinus**  
**( $V_c$ ) og sinus ( $V_s$ ) komponentene.**  
**og sammenligner sinus og cosinus**  
**komponenter hver for seg:**

**som gir oss de to ligningene:**

**siden**

$V_{\text{out}}(t) = V_{\text{ut}} \cos d \cos(\omega t) + V_{\text{ut}} \sin d \sin(\omega t)$   
 $= V_{\text{out}}(t) = V_c \cos(\omega t) + V_s \sin(\omega t)$ ,  
**ser vi lett at**  
**fordi  $V_c = V_{\text{ut}} \cos d$  og  $V_s = V_{\text{ut}} \sin d$**   
**som ved innsetting gir at**

**hvor  $V_L = V_{\text{ut}}$**

**som gir at:**

**Dette kan forenkles til:**

$$V_{\text{in}} - IR - V = 0$$

$$V_{\text{peak}} \cos \omega t - R \frac{dQ}{dt} - V = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}[CV] = C \frac{dV}{dt}$$

$$V_{\text{peak}} \cos \omega t - RC \frac{dV}{dt} - V = 0$$

$$V = V_c \cos \omega t + V_s \sin \omega t$$

$$V_c + \omega RC V_s = V_{\text{peak}}$$

$$V_s - \omega RC V_c = 0$$

$$V_c = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} V_{\text{peak}}$$

$$V_s = \frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} V_{\text{peak}}$$

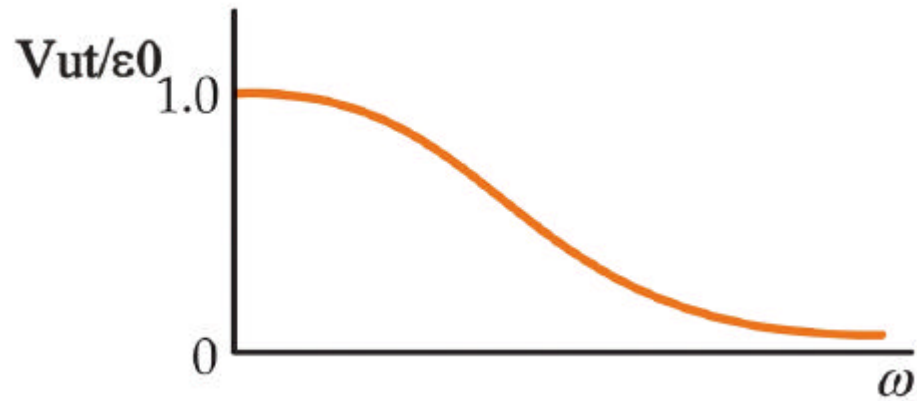
$$V_{\text{out}} = V_L \cos(\omega t - \delta)$$

$$V_L = \sqrt{V_c^2 + V_s^2}$$

$$V_L = \sqrt{\left[ \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} V_{\text{peak}} \right]^2 + \left[ \frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2} V_{\text{peak}} \right]^2}$$

$$V_L = \frac{V_{\text{peak}}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

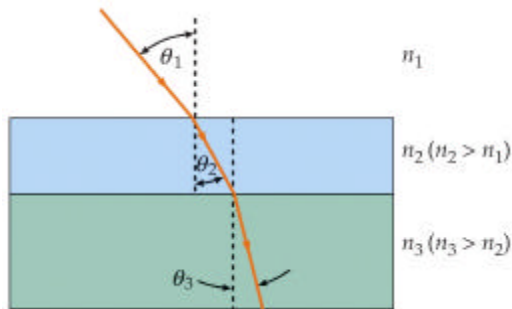
Vi ser at  $V_{ut} = V_L$  avtar når frekvensen øker og at "alt blokkeres" ved høye frekvenser, mens  $V_L = V_{peak}$ , dvs "alt slipper gjennom" når frekvensen går mot null, mao vi har et lavpassfilter.



**Oppgave 3: Lys og optikk.**

For denne oppgaven oppgis Snell's brytningslov mellom to medier 1 og 2, som er:  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ , hvor vanlig notasjon er brukt for  $n$  og  $\theta$ , samt tynnlinseligningen som er:  $1/s + 1/s' = 1/f$ , hvor vanlig notasjon er brukt for de 3 størrelsene  $s$ ,  $s'$  og  $f$ .

a)



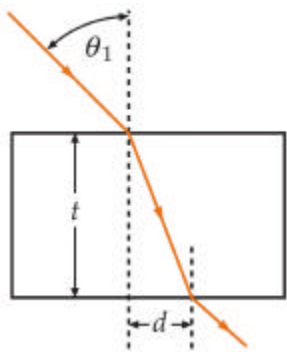
Figuren viser en lysstråle som treffer en væskeoverflate med innfallsvinkel  $\theta_1$ . Væsken (som feks kan være vann) har brytningsindeks  $n_2$ , mens mediet for den innfallende strålen (dette mediet kan feks være luft) har brytningsindeks  $n_1$ . Lyset passer gjennom væskelaget slik som vist, og brytes deretter inn i et gjennomsiktig medium (som feks kan være glass) med brytningsindeks  $n_3$ .

Regn ut brytningsvinkelen  $\theta_3$  i  $n_3$  – mediet, og vis at væskemeditet med brytningsindeks  $n_2$  kan neglisjeres for å finne  $\theta_3$ .

b)

Undersøk og diskuter hvordan en tynn film med vann på en glassoverflate påvirker den kritiske vinkelen  $\theta_c$  for totalrefleksjon mot luft. Bruk  $n = 1,5$  for glass,  $n = 1,33$  for vann og  $n = 1$  for luft.

c)



Figuren viser brytning for en lysstråle gjennom et gjennomsiktig medium. Hvordan vil du bruke de målbare størrelsene  $\theta_1$ ,  $t$  og  $d$  til å måle brytningsindeksen  $n$  til mediet?

d)

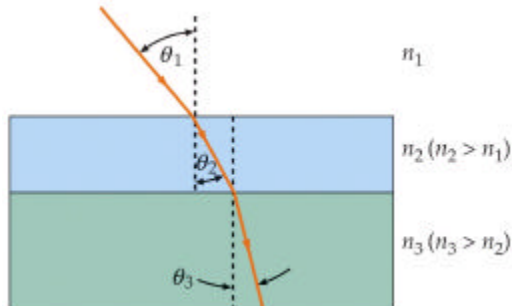
En konvergerende tynn linse har fokalavstand  $f$ . Du vil bruke linsen til å forstørre et objekt. Finn et uttrykk for hvor langt unna objektet linsen må plasseres dersom forstørrelsen du ønsker er  $m$ . Regne-eksempel: En kameralinse har 50 mm fokalavstand, og brukes til å ta et bilde av en 1,75 meter høy person. Hvor langt unna kameraet står personen dersom bildet av personen er 24 mm høyt.

e)

Anta at fokalavstanden til en tynn glasslinse (brytningsindeks  $n$ ) i luft (brytningsindeks 1) er  $f$ . Hva er fokalavstanden  $f'$  til den samme linsen plassert i vann (brytningsindeks  $n_w$ )? Utrykk  $f'$  med  $f$ ,  $n$  og  $n_w$ .

**Løsning oppgave 3:**

a)



Figuren viser en lysstråle som treffer en væskeoverflate med innfallsvinkel  $\theta_1$ . Væsken (som feks kan være vann) har brytningsindeks  $n_2$ , mens mediet for den innfallende strålen (dette mediet kan feks være luft) har brytningsindeks  $n_1$ . Lyset passer gjennom væskelaget slik som vist, og brytes deretter inn i et gjennomsiktig medium (som feks kan være glass) med brytningsindeks  $n_3$ .

Regn ut brytningsvinkelen  $\theta_3$  i  $n_3$  – mediet, og vis at væskemeditet med brytningsindeks  $n_2$  kan neglisjeres for å finne  $\theta_3$ .

**Løsning:**

Bruk Snell's brytningslov på hver av de to grenseflatene.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

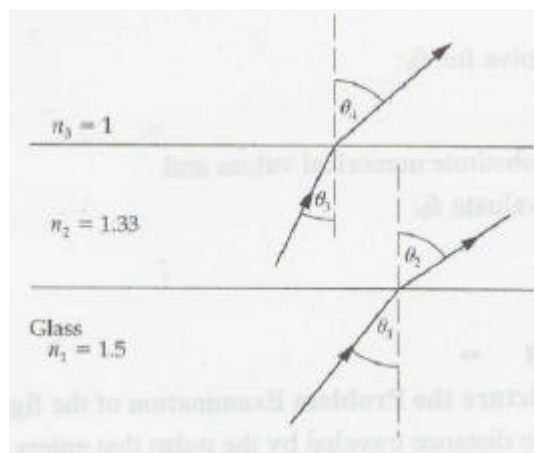
$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3$$

Ligningene kombineres, og bidraget fra  $n_2$  mediet kan elimineres.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_3 \sin \theta_3$$

b)

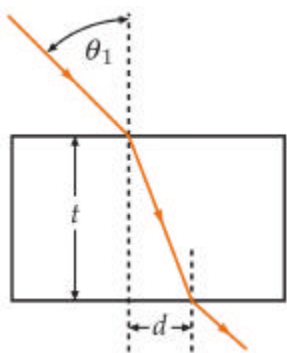
Undersøk og diskuter hvordan en tynn film med vann på en glassoverflate påvirker den kritiske vinkelen  $\theta_c$  for totalrefleksjon mot luft. Bruk  $n = 1,5$  for glass,  $n = 1,33$  for vann og  $n = 1$  for luft.

**Løsning:**



<p>For glass-vann (gv) grenseflaten har vi:</p> <p>Dvs for gv får vi: Vi bruker resultatet i a), og får for brytning mellom glass og luft (gl):</p> <p>Dvs for en gl grenseflate (med eller uten vannfilm) er kritisk vinkel:</p> <p>Vi setter dette resultatet inn i brytningsloven for vann-luft (vl) grenseflaten:</p> <p>som gir kritisk vinkel for vann-luft grenseflaten for dette tilfellet:</p>	$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ $n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$ $\theta_c = \sin^{-1} \left[ \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ \right]$ $\theta_c = \sin^{-1} \left[ \frac{1.33}{1.5} \sin 90^\circ \right] = \boxed{62.5^\circ}$ $n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$ $1.5 \sin \theta_c = \sin 90^\circ = 1$ $\theta_c = \sin^{-1} \left( \frac{1}{1.5} \right) = 41.8^\circ$ $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ $1.5 \sin 41.8^\circ = 1.33 \sin \theta_2$ $\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{1.5 \sin 41.8^\circ}{1.33} \right) = 48.7^\circ$
---	---

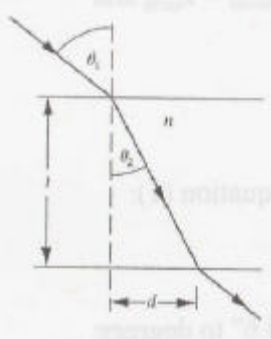
c)



Figuren viser brytning for en lysstråle gjennom et gjennomsiktig medium. Hvordan vil du bruke de målbare størrelsene  $\theta_1$ ,  $t$  og  $d$  til å måle brytningsindeksen  $n$  til mediet?

**Løsning:**





$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

$$n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

$$d = t \tan \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{d}{t} \right)$$

$$n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{d}{t} \right) \right]}$$

**d)**

En konvergerende tynn linse har fokalavstand  $f$ . Du vil bruke linsen til å forstørre et objekt. Finn et uttrykk for hvor langt unna objektet linsen må plasseres dersom forstørrelsen du ønsker er  $m$ .

Regne-eksempel: En kameralinse har 50 mm fokalavstand, og brukes til å ta et bilde av en 1,75 meter høy person. Hvor langt unna kameraet står personen dersom bildet av personen er 24 mm høyt.

**Løsning:**

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$
$$m = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -ms$$
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{-ms} = \frac{1}{f}$$
$$s = \frac{(m-1)f}{m}$$
$$m = -\frac{y'}{y} = -\frac{24 \text{ mm}}{1.75 \text{ m}} = -0.0137$$
$$s = \frac{(-0.0137 - 1)(50 \text{ mm})}{-0.0137} = \boxed{3.70 \text{ m}}$$

**e)**

Anta at fokalavstanden til en tynn glasslinse (brytningsindeks  $n$ ) i luft (brytningsindeks 1) er  $f$ . Hva er fokalavstanden  $f'$  til den samme linsen plassert i vann (brytningsindeks  $n_w$ )? Utrykk  $f'$  med  $f$ ,  $n$  og  $n_w$ .

**Løsning:**

For vann-linse grenseflaten:

$$\frac{n_w}{s} + \frac{n}{s_1'} = \frac{n - n_w}{r_1}$$

For linse-vann grenseflaten:

$$\frac{n}{-s_1'} + \frac{n_w}{s'} = \frac{n_w - n}{r_2}$$

som kan komineres til:

$$n_w \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \right) = (n - n_w) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

og omformes til:

$$\frac{n_w}{f'} = (n - n_w) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Linsemakerligningen (for linsen i luft) er:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1}{(n - 1)f}$$

$$\frac{n_w}{f'} = (n - n_w) \left( \frac{1}{(n - 1)f} \right)$$

Som gir:

$$f' = \boxed{\frac{n_w (n - 1)}{n - n_w} f}$$