

Norges teknisk-naturvitenskapelig universitet
 Institutt for fysikk, NTNU
 TFY4120 Fysikk

Studentnr.....

Studieretning

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Ragnvald Mathiesen

Tlf.: 7359 3362

EKSAMEN I EMNE TFY4120 – FYSIKK

Fredag 10. desember 2010

Tid: 09.00-13.00

Tillatte hjelpemidler: Kode C:

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne

K. Rottmann: Matematisk Formelsamling

S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet består av:

1. Førstesida (denne sida) som leveres inn med svar på flervalgsspørsmålene
2. 2 vanlige oppgaver som totalt teller 80%. Hvert oppgavepkt a) b) c) etc teller likt.
3. Et sett med 10 flervalgsspørsmål (Oppgave 3) som til sammen teller 20%.
4. Symbol- og formelliste

Ved besvarelsen av flervalgsspørsmål skal bare ett av svaralternativene A - E angis.
 Riktig svar gir 1 poeng, feil svar 0 poeng.

Svar på flervalgsspørsmål:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ g}$ $1 \text{ u} = m(^{12}\text{C})/12 = 1.660538 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

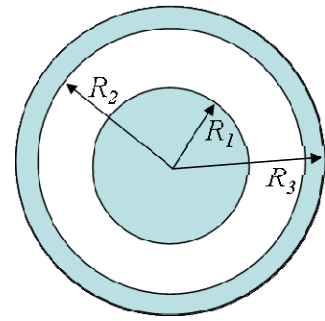
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ $R = N_A k_B = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$c = 2.999724 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ $0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

Oppgave 1.

En kompakt kule med radius R_1 er konsentrisk med et omsluttende kuleskall med indre radius R_2 og ytre radius R_3 . (Se figur). Både kjerne og kuleskall er elektrisk ledende. Kulen er tilført en netto ladning $-2Q$, mens kuleskallet er tilført netto ladning $+Q$.



I oppgave 1. gjelder elektrostatiske forhold.

a) Bruk Gauss lov til å bestemme $\vec{E}(r) = E(r)\hat{r}$ i området $0 \leq r < \infty$.

Skisser $E(r)$ fra symmetrisentrum i $r=0$ ut til et område godt utenfor kuleskallet.

b) Bestem potensialet $V(r)$. Skisser $V(r)$ over det samme området som du brukte for $E(r)$ i a). (Anta $V = 0$ når $r \rightarrow \infty$).

c) Vi fjerner nå ladning tilsvarende $-Q$ fra kjernen. Videre er kuleskallet så tynt at det kan betraktes som en sfærisk flate. La avstanden mellom kjernen og flaten, $R_2 - R_1$, være uendret i forhold til i oppgave a) og b), og la $R_3 \approx R_2$.

Vi har nå en elektrostatiske oppladet kulekondensator. Forklar kort hvilke konsekvenser dette får for $E(r)$ og $V(r)$ i forhold til de svarene du kom frem til i a) og b).

Vis tilslutt at kapasitansen C for kulekondensatoren kan uttrykkes som:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

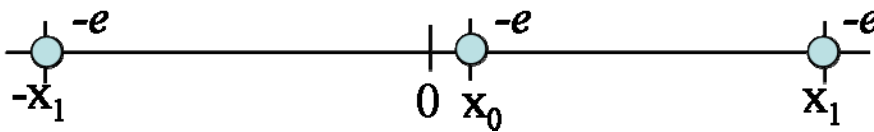
I de resterende deloppgavene skal du ta utgangspunkt i ladninger og geometrier som spesifisert for kulekondensatoren i c)

d) Vi ønsker å bedre kondensatorens lagringskapasitet, og innfører derfor et dielektrisk mellomlagsmateriale med permittivitet $\epsilon = 10 \cdot \epsilon_0$ som fyller hele området mellom kjernen og kuleskallet. Angi hvilke endringer dette gir for $E(r)$ og $V(r)$, og vis at dielektrikumet øker kapasitansen i kondensatoren.

e) Ved bruk i en krets viser det seg at kondensatoren blir oppvarmet, og som et resultat av ulik termisk ekspansjon i dielektrikum og metall har det over tid oppstått et vakumsjikt mellom kuleskallet og dielektrikumet.

Innfør først $R_1 = R_2/2$, og bestem hva C blir for kondensatoren når vi antar at sjiktet er konsentrisk med kjerne og kuleskall og utgjør $1/50$ av avstanden mellom dem ($\Delta r_{sjikt} = 0.02(R_2 - R_1) = 0.01R_2$)?

Sammenlign resultatet med kapasitansen i den feilfrie kondensatoren fra d). Hvilken konsekvens får luftsjiktet for lagringskapasiteten?

Oppgave 2.

To stasjonære punktladninger med ladning $-e$ er plassert i vakuum med innbyrdes avstand $2x_1 = 8.0 \cdot 10^{-10}$ m langs x -aksen i et kartesisk koordinatsystem. Et elektron føres inn mellom de to stasjonære ladningene og slippes i startposisjon $x_0 = x_1/100$ med initiell hastighet $v_x(t=0) = 0$.

Relasjonen $(x_1 - x)^2 (x_1 + x)^2 = x_1^4 (1 - x^2/x_1^2)^2 \approx x_1^4$ når $x^2 \gg x_1^2$ kan vise seg å komme til nytte.

a) Still opp Coulombkreftene som virker på den mobile ladningen. Sammenlign tallverdier for netto Coulombkraft i startposisjon og kraften på elektronet fra jordas gravitasjonsfelt (tyngdekraft), og vis at vi i en første tilnærming kan begrense oss til Coulombkrefter.

b) Vis ved hjelp av kraftbalanse (Newtons andre lov) at bevegelsesligningen for det mobile elektronet kan uttrykkes ved:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e^2}{\pi\epsilon_0 m_e x_1^3} x = 0 \quad \text{når } x^2 \ll x_1^2$$

c) Bevegelsesligninga beskriver en enkel harmonisk oscillator og har standard løsning på formen:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \delta)$$

Uttrykk ω_0 , δ og A som funksjon av kjente størrelser (e , m_e , x_1 , x_0 og ϵ_0), og finn tallverdien for egenfrekvensen, f_0 , til oscillatoren.

d) Vis at potensialet for elektronet i den harmoniske oscillatoren er gitt ved

$$V(t) = V(x(t)) = -\frac{ex_0^2}{2\pi\epsilon_0 x_1^3} \cos^2(\omega_0 t) = V_0 \cos^2(\omega_0 t)$$

e) Finn uttrykk for den potensielle, kinetiske og totale energien til oscillatoren s.f.a. t . Hva er effekt-tapet (dE_{tot}/dt) til en enkel harmonisk oscillator som den i oppgave b)?

f) Gjennom din ervervede kunnskap i fysikk innser du at oscillatoren gir opphav til elektromagnetisk stråling. Hvilken bølgelengde har strålingen, og hvilken del av spekteret er dette?

g) I stor avstand $r \gg x_0$ normalt på x -aksen vil oscillatoren stråle som en punktkilde. Vi tenker oss nå at vi plasserer en detektor i avstand 1.0 cm fra punktkilden normalt ut fra x -aksen. Pikselen i detektoren har tverrsnitt $2.34 \cdot 10^{-6}$ m². Intensitetsfordelingen i strålefeltet fra kilden er gitt ved

$$I(r) = \frac{A_0}{4\pi r^2}$$

hvor $A_0 = 2.27 \cdot 10^{-14}$ J/s er en størrelse som viser til kildens strålingsstyrke.

Om et enkelt lysfoton fra kilden har energi $E_{foton}=4.2 \cdot 10^{-19}$ J, hvor mange fotoner vil treffe innenfor en piksel av detektoren i løpet av et sekund?

h) Du har kanskje innsett at en mer riktig modell for oscillatoren bør ha med et dempeledd $(b/m) dx/dt$ i differensialligninga i oppgave b).

Hva forårsaker dempningen?

Kan du uttrykke b v.h.a. kjente størrelser? (Hint: Det instantane effekttapet for en dempet svingning er gitt ved $P(t) = -dE_{tot}/dt = -bv^2$ hvor v er oscillatorhastigheten, og anta at dempningen er konstant slik at $P = \text{konst} = \langle P(t) \rangle_t$) (Tallsvar: $b = 1.79 \cdot 10^{-22}$ kg/s)

Hvor lang tid det vil ta før svingeamplituden er redusert til $0.01x_0$? Hvor mange svingesykler rekker oscillatoren å gjennomføre før dette tidspunktet inntreffer?

i) Vi tenker oss nå at vi har N slike kilder plassert utover langs x -aksen i lik avstand fra hverandre. Normalt ut fra x -aksen, i avstand $r \gg x_0$, betraktes oscillatorene som koherente punktkilder, slik at det totale strålingsfeltet fra kildene blir som i et N -spalte interferensforsøk. Den totale intensiteten i N -strålefeltet, I_N , blir dermed

$$I_N(r) = I(r) \frac{\sin^2(N\alpha)}{\sin^2(\alpha)}$$

hvor $I(r)$ er intensitetsfordelingen fra en enkeltkilde som gitt i g), og α er en fasevinkel som relaterer til gangveiforskjellen mellom nabokilder.

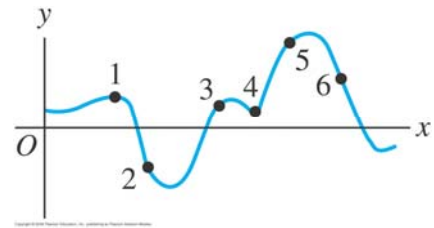
Hva blir forholdet $I_N(r)/I(r)$ i 0' te ordens maksima ($\alpha \rightarrow 0$)? (Hint: grenseverdibetraktning)

Vi bruker nå detektoren fra g) i avstand $r = 1.0$ cm normalt ut fra senterpunktet for kildene, og antar at nedre deteksjonsgrense er 100 fotoner per piksel. Vi registrerer strålingen i en piksel sentrert i 0' te ordens intensitetsmaksima og antar uniform intensitet over pikselen.

Hvor stor må N være for at du skal kunne nå nedre deteksjonsgrense i pikselen før oscillatorene er dempet til $0.01x_0$?

Oppgave 3. Flervalgsspørsmål (Svarene skrives på side 1, som leveres inn.)

1. En bølge $y(x,t)$ forplanter seg på en streng i positiv x -retning. Et øyeblikksbilde tas ved tiden $t=t_1$ og viser bølgens form som funksjon av x . Bildet er vist i figuren.



Hvilke av de angitte massepunktene langs strengen har partikkelhastighet langs positiv y ved tiden $t=t_1$?

- A. Punkt 1, 3 og 5.
 B. Punkt 4.
 C. Punkt 2 og 6.
 D. Punkt 3 og 5.
 E. Punkt 1, 3, 4, 5, og 6.
2. Under hvilke betingelser vil netto magnetisk fluks gjennom en lukket flate være positiv?
- A. Dersom flaten kun omslutter magnetens nordpol, men ikke sørpol.
 B. Dersom flaten kun omslutter magnetens sørpol, men ikke nordpol.
 C. Dersom flaten omslutter begge polene.
 D. Dersom begge polene ligger på utsiden av flaten.
 E. Ikke for noen av tilfellene.
3. En sirkulær strømsløyfe som fører en konstant strøm I plasseres i et område med et uniformt magnetfelt. Hvilken slutning kan vi dra fra disse opplysningene med hensyn på netto magnetisk kraft på hele strømsløyfa?
- A. Nettokraften er rettet vinkelrett på sløyfeplanet med retning gitt v.h.a. høyrehåndsregelen.
 B. Nettokraften ligger i sløyfeplanet. Strømretningen avgjør kraftretningen i henhold til høyrehåndsregelen.
 C. Nettokraften er 0.
 D. Nettokraften vil virke i retning mot strømmen og indusere en spenning i sløyfa.
 E. Svaret avhenger av strømmens størrelse og retning, samt retningen av magnetfeltet, og opplysningene som er gitt er ikke tilstrekkelig til å trekke noen slutning med hensyn på nettokraften.

4. To identiske ledende kuler lades opp slik at kule 1 har ladning $+Q$ og kule 2 har ladning $-Q$. En tredje identisk kule uten ladning føres først i kontakt med kule 1. Deretter separeres kulene, og kule 3 blir ført i kontakt med kule 2, før en ny separasjon følger. Hva er sluttladningen på kulene?

- A. $Q_1 = +Q/4, Q_2 = +Q/4, Q_3 = -Q/2$
 B. $Q_1 = -Q/2, Q_2 = +Q/4, Q_3 = +Q/4$
 C. $Q_1 = +Q/2, Q_2 = -Q/4, Q_3 = -Q/4$
 D. $Q_1 = -Q/4, Q_2 = -Q/2, Q_3 = -Q/2$
 E. $Q_1 = -Q/2, Q_2 = +Q/2, Q_3 = +Q/2$

5. Størrelsen på den magnetiske fluksen gjennom en strømsløyfe varierer med tiden som

$$\varphi_m = 6t^2 + 7t + 1$$

Alle tallverdier er i SI-enheter. Den elektromotoriske spenningen som induseres i sløyfen ved tiden $t = 2$ s er:

- A. 48V B. 39V C. 40V D. 31V E. 19V

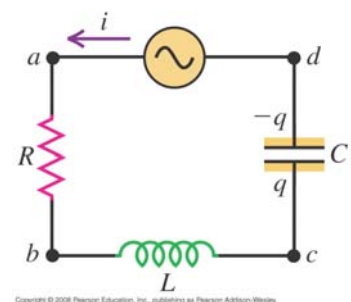
6. Hvilke av følgende optiske komponenter får endret fokallengde når det omliggende optiske mediet endres fra luft til vann?

- A. Konkave speil.
 B. Konvekse speil.
 C. Divergerende linser
 D. Samtlige av disse
 E. Ingen av disse.

7. I en L - R - C seriekrets, som vist i figuren, vil vi få en strøm med svært liten amplitude når frekvensen til signalet fra vekselspenningskilden er stor.

Hvilket kretselement forårsaker denne sammenhengen?

- A. Spenningskilden
 B. Motstanden
 C. Spolen
 D. Kondensatoren
 E. Oppgaveteksten er misvisende. Når frekvensen til den påtrykte spenningen økes, øker også strømmens amplitude.



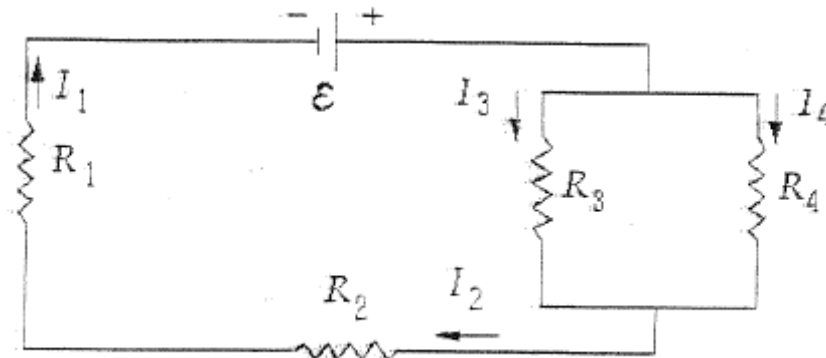
8. Et 9 cm høyt objekt plasseres i avstand 24 cm fra en tynn linse med fokallengde -12 cm. Hva blir høyden av bildet?

- A. 27 cm B. 18 cm C. 9 cm D. 4.5 cm E. 3 cm

9. En masse på 2 kg henges opp i ei hengende fjær med neglisjerbar masse og slippes (massen er i ro ved tiden $t=0$). Massen faller 30 cm før den stanser og begynner å stige. Anta at systemet er udempet. Hvor stor er fjærkonstanten k (i N/m)?

- A. 9.81 B. 11.4 C. 65.3 D 130.8 E 201.7

10. Hvilken av følgende relasjoner er generelt riktig for kretselementer koblet slik som vist i figuren?



- A. $I_1 R_1 = I_2 R_2$
 B. $I_1 R_1 = I_4 R_4$
 C. $I_3 R_3 = I_4 R_4$
 D. $I_3 R_4 = I_4 R_3$
 E. $\varepsilon = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4$

VEDLEGG

OPPGITTE FORMLER

Bevegelsesligning for udedpede harmoniske svingninger:

$$-kx = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Løsning:

$$x = A \cos(\omega t + \delta)$$

der vinkelfrekvensen er $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Bevegelsesligning for dempede svingninger:

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Løsning:

$$x = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega' t + \delta)$$

der vinkelfrekvensen er

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0}\right)^2}$$

Bevegelsesligning for tvungne

$$\text{svingninger: } m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = F_0 \cos \omega t$$

Løsning:

$$x = A \cos(\omega t - \delta)$$

A er gitt ved

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}}$$

δ er gitt ved

$$\tan \delta = \frac{b\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Harmonisk bølgefunksjon i +x retning:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\text{Doppler effekt: Mottatt frekvens: } f_r = \left(\frac{v \pm u_r}{v \mp u_s} \right) f_s$$

(øvre fortegn i teller og nevner velges ved bevegelse mot; nedre fortegn velges ved bevegelse fra)

$$\text{Coulombs lov: } \vec{F}_{1,2} = k \frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2} \hat{r}_{1,2}$$

$$\text{Coulombs konstant: } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Elektrisk feltstyrke fra en kontinuerlig

$$\text{ladningsfordeling: } \vec{E} = \int \frac{k dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{Gauss' lov: } \Phi_{\text{net}} = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S E_n dA = \frac{Q_{\text{inside}}}{\epsilon_0}$$

Elektrisk potensial:

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Potensiell energi til en ladning i elektrisk felt:

$$U = qV$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Kapasitans for en platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Elektrisk energi lagret i kondensator:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Parallellkopling av kondensatorer:

$$C_{\text{eq}} = \sum_i C_i$$

Seriekopling av kapasitanser

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Magnetisk kraft på

$$\text{i) ladning i bevegelse } \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\text{ii) stromførende leder } d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\text{Biot-Savarts lov: } d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\text{Amperes lov: } \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_C$$

$$\text{Faradays lov: } \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\text{der } \Phi_m \text{ er magnetisk fluks: } \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$

$$\text{Indusert ems: } \mathcal{E} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\text{Selvinduksjon: } \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

Avbildning ved tynn linse:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

Snells brytningslov

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Feilforplantning:

$$\Delta f = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \right)^2 + \dots \right]^{1/2}$$