

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for fysikk

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Ola Hunderi

Tlf.: 93411

### **EKSAMEN I FAG TFY 4130 – FYSIKK**

Fakultet for Naturvitenskap og teknologi

Torsdag 13. mai 2004

Tid: 0900 – 1300

Tillatte hjelpemidler: C - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne

O.Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

K. Rottmann: Matematische Formelsammlung

S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

O. Øgrim og E. Lian: Fysiske størrelser og enheter

Vedlegg: Formler i emne TFY4130

Oppgavesettet er utarbeidet av : Professor Ola Hunderi og professor Anne Borg

\_\_\_\_\_ (sign.) \_\_\_\_\_

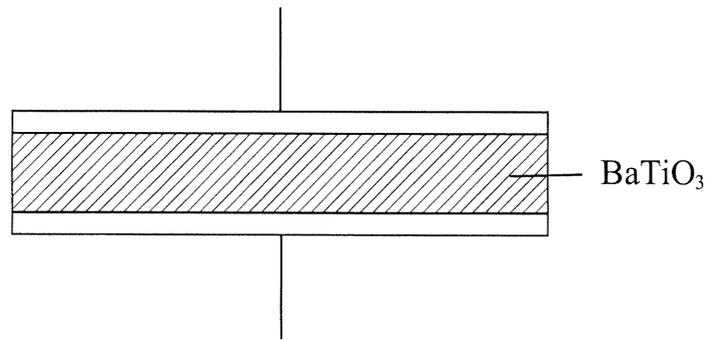
### **Bokmål**

### **Sensuren faller i uke 23**

#### **Oppgave 1**

- a) Den maksimale energi som kan lagres i feltet i en kondensator er blant annet begrenset av at vi får gjennomslag i isolerende materialer ved tilstrekkelig store feltstyrker. BaTiO<sub>3</sub> er ett av de beste materialene i så henseende. Den maksimale feltstyrke er, før vi får gjennomslag i dette materialet,  $300 \cdot 10^6$  V/m. Beregn feltenergien lagret i en kondensator der isolasjonsmaterialet er BaTiO<sub>3</sub> og som er ladet til et felt på  $250 \cdot 10^6$  V/m. Se Figur 1.1. Anta at volumet av kondensatoren, dvs. det området der vi har felt, er 1 liter. Den relative dielektrisitetskonstant for BaTiO<sub>3</sub> er  $\epsilon_r = 1200$ .

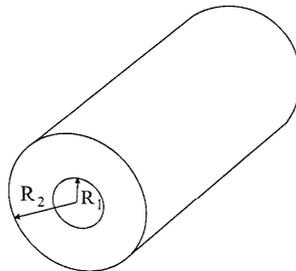
Oppgitt:  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$ .



**Figur 1.1**

Sammenlign dette med energiinnholdet pr. liter i et 12 Volts bilbatteri som vi kan trekke 50 amperetimer fra. Volumet av batteriet er 6 l. 50 amperetimer betyr at vi kan trekke for eksempel 50 A i en time fra batteriet, eller 1 A i 50 timer osv.

- b) En lang, hul sylinder, som vist på Figur 1.2, har en indre radius  $R_1$ , og en ytre radius  $R_2 = 2R_1$ . Sylindere er laget av et dielektrisk materiale og har en jevn positiv ladnings-fordeling  $\rho_0$  pr. volumenhet. Permittiviteten i materialet er  $\epsilon$ . Sylindere er så lang at vi kan se bort fra endeeffekter.



**Figur 1.2**

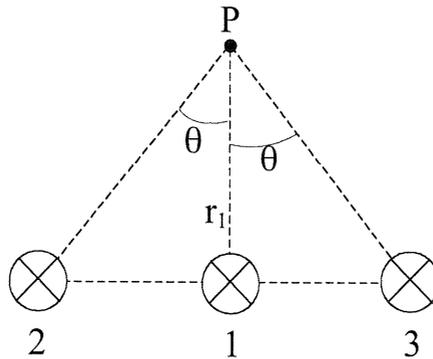
Bruk Gauss lov til først å beregne feltet utenfor sylindere. Tegn inn Gaussflaten på en figur og forklar med ord hvorfor du velger en slik Gaussflate. Hva er feltets retning? Vis at det elektriske feltet utenfor sylindere, for  $r > R_2$  er:

$$|\vec{E}| = \frac{3\rho_0 R_1^2}{2\epsilon_0 r}$$

- c) Bruk Gauss lov til også å beregne feltet inni sylindere, for  $R_1 < r < R_2$ . Forklar hvorfor  $E=0$  for  $r < R_1$ . Skisser  $E(r)$ .

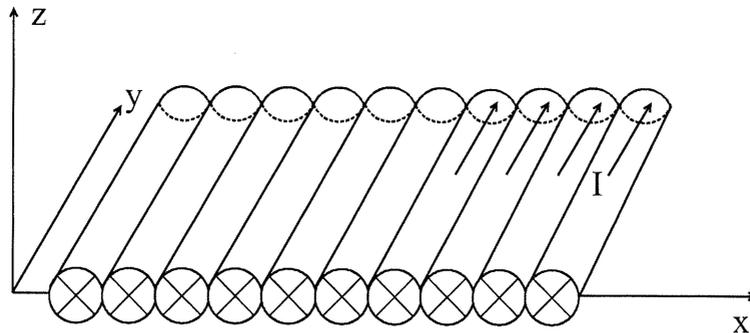
## Oppgave 2

- a) Tre lange parallelle ledninger er plassert som vist på Figur 2.1. Hver leder fører strømmen  $I = 10 \text{ A}$  i samme retning (vinkelrett på papirplanet). Bruk Ampères lov til å finne magnetfeltet rundt en lang rett leder og finn deretter totalfeltet i punkt P på Figur 2.1 i avstand  $r_1$  fra den midterste lederen ved å addere feltene fra de tre lederne.



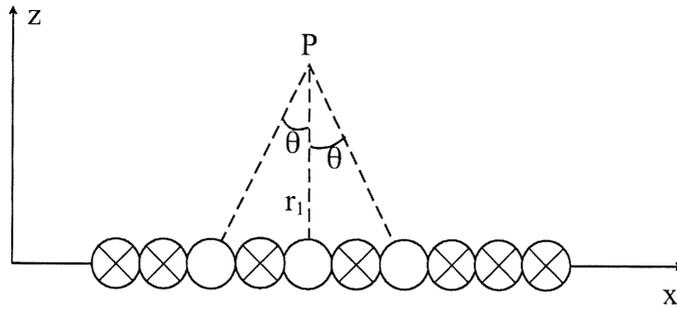
Figur 2.1

- b) Vi lager et uendelig stort strømførende plan ved å legge mange ledere tett sammen som vist i Figur 2.2. Figuren viser bare et utsnitt av planet. Lederne ligger i  $xy$ -planet og strømmen går i  $y$ -retningen. Alle lederne fører strøm i samme retning. Hver leder har en strømstyrke  $I$ , og det er  $n$  ledere pr. lengdeenhet målt på tvers av ledningene. Vis at det magnetiske feltet er homogent og bruk Ampères lov til å vise at feltstyrken i nærheten av planet er  $B = \frac{1}{2}\mu_0 nI$ . Hvilken retning har magnetfeltet?



Figur 2.2

- c) 3 av lederne i det strømførende planet går i stykker slik at disse lederne ikke lengre fører strøm. Beregn magnetfeltet i punktet P i avstand  $r_1$  fra den midterste av de 3 lederne. De to andre lederne ligger som vist på Figur 2.3. Hva er retningen til magnetfeltet i punktet P?



Figur 2.3

### Oppgave 3

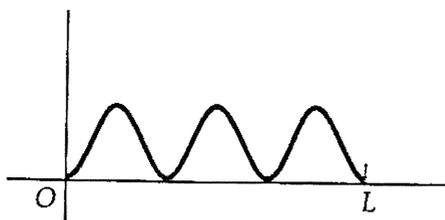
- a) En person står på perrongen på en jernbanestasjon. Et tog som kommer inn mot stasjonen sender ut et fløytesignal med frekvensen 440 Hz. Hvilken frekvens hører personen på perrongen dersom hastigheten til toget er 80 km/time?

Samtidig som toget beskrevet over beveger seg inn mot stasjonen, er et annet tog i ferd med å forlate stasjonen. Dette sender også ut et fløytesignal med frekvensen 440 Hz. Hvilken frekvens hører personen på perrongen dersom hastigheten på det toget som forlater stasjonen er 60 km/time? Personen på perrongen vil også høre en svevetone på grunn av interferensen mellom de to lydsignalene. Beregn frekvensen på denne svevetonen.

Oppgitt: Lydhastigheten i luft:  $v = 334 \text{ m/s}$

- b) Multiple choice spørsmål. Riktig svar gir 3 poeng, galt svar gir -1 poeng, ubevart gir 0 poeng. Presenter svarene dine i en enkel tabell.
- 1) Vi ser på en partikkel i boks (uendelig potensialbrønn) Da vil avstanden i energi mellom to naborivåer:
- øke lineært med kvantetallet.
  - øke kvadratisk med kvantetallet
  - avta kvadratisk med kvantetallet
  - avta lineært med kvantetallet

2) Figuren viser



- a) bølgefunksjonen for en partikkel i boks for 2. eksiterte tilstand
  - b) bølgefunksjonen for en partikkel i boks for 3.eksiterte tilstand
  - c) sannsynlighetstettheten for en partikkel i boks for 2. eksiterte tilstand
  - d) sannsynlighetstettheten for en partikkel i boks for 3. eksiterte tilstand
- 3) Vi skal sammenligne et fritt elektron og et fritt proton med samme kinetiske energi E. Forholdet mellom de Broglie bølgelengdene  $\lambda_{elektron} / \lambda_{proton}$  er da:
- a) 1835.
  - b) 42.8
  - c) 1/1835.
  - d) 1/42.8
- 4)  $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \psi^*(x) \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2}$  representerer:
- a) forventningsverdi for kinetisk energi
  - b) forventningsverdi for potensiell energi
  - c) forventningsverdi for total energi
  - d) ingen av delene

## Formelsamling

$\int d\vec{A}$  angir flateintegral og  $\int d\vec{l}$  angir et linjeintegral.  $\oint$  angir integral over lukket flate eller lukket kurve. Formelenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov: 
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$
- Elektrisk felt og potensial: 
$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$
- Elektrisk potensial fra punktladning: 
$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$
- Elektrisk fluks: 
$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$
- Gauss lov for elektrisk felt: 
$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{innafor}$$
$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q_{fri}$$
$$\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho$$
- Elektrostatisk kraft er konservativ: 
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$
- Elektrisk forskyvning: 
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$
- Elektrisk dipolmoment: 
$$\vec{p} = q\vec{d}$$
- Elektrisk polarisering: 
$$\vec{P} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta V}$$
- Kapasitans: 
$$C = \frac{q}{V}$$
- Energitetthet i elektrisk felt: 
$$u_{E,vakuu} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$
$$u_{E,stoff} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

- Elektrisk motstand:  $R = \rho \frac{l}{A}$
- Kapasitans for platekondensator:  $C = \epsilon \frac{A}{d}$
- Elektrisk energi lagret i en kondensator:  $U = \frac{1}{2} q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$
- Parallellkopling av kondensatorer:  $C = \sum_i C_i$
- Seriekopling av kondensatorer:  $\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$
- Et magnetisk felt forårsaker kraften  $\vec{F}$  på en ladning med hastighet  $\vec{v}$ :  
 $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$
- Magnetisk kraft på strømførende leder:  $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
- Magnetisk felt fra ladning i bevegelse:  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$
- Biot-Savart's lov:  $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
- Ampere's lov:  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{innenfor}}$
- Magnetfelt i lang spole:  $B = \mu_0 nI$
- Magnetfelt fra lang rett strømførende leder :  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
- Magnetisk kraft per meter mellom to strømførende ledere på avstand R:  
 $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$

- Magnetisk fluks: 
$$\phi_m = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{A}$$
- Faraday's lov; induisert ems: 
$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}$$
- Indusert elektromotorisk spenning skyldes et elektrisk felt E: 
$$\varepsilon = -\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$
- Indusert spenning i spole, selvinduksjon: 
$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$
- Energi i magnetfelt i vakuum(per m<sup>3</sup>): 
$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$
- Energi i spole: 
$$U_m = \frac{1}{2} LI^2$$
- Selvinduktans i spole: 
$$L = \mu_0 n^2 Al$$
- Tidskonstant for RL-krets: 
$$\tau = \frac{L}{R}$$
- Tidskonstant for RC-krets: 
$$\tau = RC$$
- Resonansfrekvens for LC-krets: 
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
- RMS verdier: 
$$I_{rms} = \frac{I_{peak}}{\sqrt{2}}$$
- RLC-seriekrets:  
Difffligning: 
$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_{peak} \cos(\omega t)$$

Løsning:

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{V_{peak}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \cos(\omega t - \delta)$$

$$\text{Impedansen } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\tan \delta = \frac{X_L - X_C}{R}$$

- Resonansfrekvens: 
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Effektutvikling i RLC seriekrets: 
$$P_{av} = I_{rms}^2 R$$

- Impedans i parallellkrets: 
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

- Maxwells ligninger:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{innafor}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

- Bølgeligningen for elektromagnetiske bølger:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0$$

- Bølgeligningen (bølge på streng, akustikk):  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$
- Bølgehastighet på streng:  $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$
- Bølgehastighet for lydbølger:  $\sqrt{\frac{B}{\rho}}$
- Harmoniske bølger:  $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t) + B \cos(kx - \omega t)$
- Vinkelfrekvens:  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- Bølgetall:  $k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda \cdot f = v$
- Effekt i bølge på streng:  $\frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$
- Intensitetsnivå i lydbølger:  $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}; \quad I_0 = 10^{-12} \text{Watt/m}^2$
- Doppler effekt(lyd):  $f' = f_0 \frac{1 \pm u_r/v}{1 \pm u_s/v}$
- Doppler effekt(lys):  
 $f' = f_0 \sqrt{\frac{1 + u/c}{1 - u/c}}; \quad \text{kilden nærmer seg}$   
 $f' = f_0 \sqrt{\frac{1 - u/c}{1 + u/c}}; \quad \text{kilden fjerner seg}$
- Superponering av bølger:  $y = y_1 + y_2$
- Stående bølger:  $L = n \frac{\lambda_n}{2}$   
 $f_n = n \frac{v}{2L}$

- To-spalte interferens:  $d \sin \theta = m \lambda;$       *Interferensmaksima*  
 $d \sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda;$       *Interferensminima*
- Diffraksjonsminima:  $a \sin \theta = m \cdot \lambda$
- Kvantemekanikk:
- De Broglie's hypotese  $\lambda = \frac{h}{p}$
- Schrödingerligninga:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + U \Psi(\vec{r}, t) = i \hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t}$
- Tidsuavhengig ligning:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + U \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$
- En dimensjon:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \psi(x) = E \psi(x)$
- Partikkel i boks(uendelig potensial):  $E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2$
- Harmonisk oscillator, potensial;  $U = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$
- Harmonisk oscillator, energinivåer:  $E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0;$        $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$
- Refleksjon fra barriere:  $R = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2$
- Transmisjon gjennom barriere:  $T \propto e^{-2\alpha a};$        $\alpha = \sqrt{2m(U_0 - E) / \hbar^2}$

### Dekadiske prefikser

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

### Størrelse

Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	E
elektrisk potensial	V
permittivitet	$\epsilon$
relativ permittivitet	$\epsilon_r$
elektromotorisk spenning/kraft	$\epsilon$
vinkelfrekvens	$\omega$
vinkel	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$
romvinkel	$\Omega$
lengde	$l$
areal	A
volum	V
tid	t
frekvens	f
bølgelengde	$\lambda$
masse	m
kraft	F
trykk	p
arbeid	A, W
energi	E, W
effekt	P
termodynamisk temperatur	T

### SI – enhet

Navn	Symbol
volt/meter	N/C=V/m
volt	V
farad/meter	F/m
volt	V
invers-sekund	$s^{-1}$
radian	rad
steradian	sr
meter	m
kvadratmeter	$m^2$
kubikmeter	$m^3$
sekund	s
hertz	Hz
meter	m
kilogram	kg
newton	$N = kg\ m\ s^{-2}$
pascal	$Pa = N\ m^{-2}$
joule	J = Nm
joule	J
watt	W=J/s
kelvin	K

celcius temperatur	$t$	grad celcius	$^{\circ}\text{C}$
varme, varmemengde	$Q$	joule	J
elektrisk strøm	$I$	ampere	A
elektrisk ladning	$Q, q$	coloumb	$C = \text{As}$
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$	volt	$V = \text{kg m}^2\text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$ $= \text{J A}^{-1}\text{s}^{-1}$
kapasitans	$C$	farad	$F = \text{As V}^{-1}$
magnetisk fluks	$\Phi_B$	weber	$\text{Wb} = \text{Vs}$
magnetisk flukstetthet	$B$	tesla	$T =$ $(\text{N/C})/(\text{m/s}) = \text{Wb}$ $/\text{m}^2$
hastighet	$v$	meter pr. sekund	$\text{m/s}$
intensitet	$I$	watt pr. kvadratmeter	$\text{W/m}^2$
induktans	$L$	henry	$H = \text{V A}^{-1}\text{s}$
resistans	$R$	ohm	$\Omega = \text{V A}^{-1}$
kondutans	$G$	siemens	$S = \Omega^{-1}$
impedans	$Z$	ohm	$\Omega$
reaktans	$X$	ohm	$\Omega$