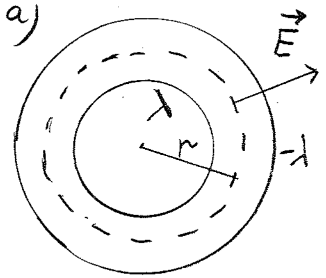
Eksamen i fag TFY4135
Fysikk, den 13/5 – 2004.

(1)

Forslag til løsning.

Oppgave 1.

a)



Lar Gaussflaten være sylinder med radius r. Lengden kan være L. På denne lengden er ladningen på den indre sylinderen

$$Q = \lambda L$$

Bare ladning innenfor Gaussflaten bidrar i Gauss lov. Så med $R_1 < r < R_2$ og $\vec E$ rettet radielt og E = konst på Gaussflaten finner en så

$$\oint \vec E\, d\vec A = E\cdot A = E\cdot 2\pi r L = Q/\varepsilon_0 = \lambda L/\varepsilon_0$$

eller

$$E = E(r) = \frac{K}{r} \quad \text{med} \quad K = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}$$

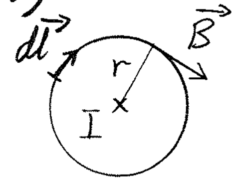
Det elektriske potensialet blir

$$V(r) = -\int \vec E\, d\vec l = -\int_{R_2}^{r} E\, dr' = -\int_{R_2}^{r} \frac{K}{r'}\, dr'$$

$$= -\Big|_{R_2}^{r} K\ln r' = -K(\ln r - \ln R_2) = K\ln(R_2/r)$$

(2)

b)

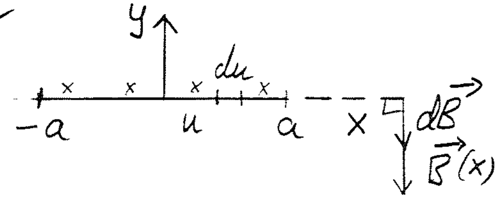


Benytter Ampères lov og integrerer langs en sirkel med radius r sentrert om ~~strøm~~lederen. Magnetfeltet er rettet normalt på retningen fra lederen og er konstant rundt hele sirkelen. En finner

$$\oint \vec B\, d\vec l = B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

c)



Element av bredde u fører strømmen

$$dI = \frac{I}{2a}\, du$$

som gir magnetfeltet

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi r}\, dI = \frac{\mu_0 I}{4\pi a r}\, du$$

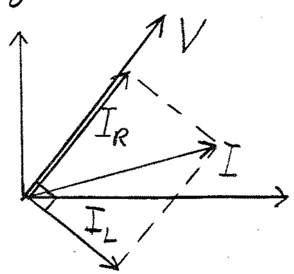
På x-aksen er feltet rettet langs negativ y-akse med $r = x - u$. Integrering gir feltet på x-aksen

$$B_y(x) = \int dB_y = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{-a}^{a} \frac{du}{x-u} = -\frac{\mu_0}{4\pi a}\Big|_{-a}^{a}\left[-\ln(x-u)\right]$$

$$= -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\ln\frac{x+a}{x-a}$$

Oppgave 2.

a)



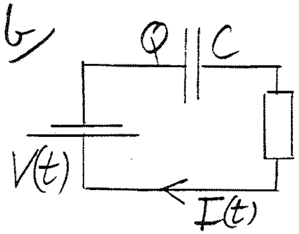
Strømmen gjennom motstanden er
$$I_R = \frac{1}{R}V$$
mens den gjennom induktansen er
$$I_L = \frac{1}{\omega L}V$$
der strømmen er faseforskøvet 90° etter spenningen. Fra viserdiagrammet blir følgelig størrelsen på strømmen
$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}\, V$$
$$F = I/V = \underline{\underline{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}}$$

[Alternativt ved bruk av komplekse tall:

Parallellkopling av impedans: $\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L}$

Med $V = ZI$ blir dermed $F = I/V = 1/Z$
$$\Rightarrow |F| = \left|\frac{1}{Z}\right| = \left|\frac{1}{R} - i\frac{1}{\omega L}\right| = \underline{\underline{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}}$$

b)



Spenningen over kapasitansen:
$$V_c = \frac{1}{C}\varphi$$
Spenningen over motstanden:
$$V_R = RI = R\frac{d\varphi}{dt}$$
Differensiallikningen for φ blir
$$V_R + V_c = V(t)$$

$$\underline{R\dot{\varphi} + \frac{1}{C}\varphi = V_0 e^{-\sigma t}}$$

Med $\varphi = Ke^{-\alpha t} + Ae^{-\sigma t}$ finner en
$$\dot{\varphi} = -\alpha K e^{-\alpha t} - \sigma A e^{-\sigma t}$$
som ved innsetting gir
$$\left(-R\alpha K + \frac{1}{C}K\right)e^{-\alpha t} + \left(-R\sigma A + \frac{1}{C}A\right)e^{-\sigma t} = V_0 e^{-\sigma t}$$
Da likningen må gjelde for vilkårlig tid må en ha
$$-R\alpha K + \frac{1}{C}K = 0$$
$$\alpha = \underline{\underline{\frac{1}{RC}}}$$
$$\left(-R\sigma + \frac{1}{C}\right)A = V_0$$
$$A = \underline{\underline{V_0\frac{C}{1-RC\sigma}}} = \frac{V_0 C}{1-\sigma/\alpha}$$
Størrelsen K bestemmes av begynnelsesverdien
$$0 = \varphi(0) = K + A$$
$$K = \underline{\underline{-A}} = -\frac{V_0 C}{1-RC\sigma}$$

Oppgave 3

a) Avbøyningsvinklene er bestemt av
$$d\sin\theta = n\lambda \quad , \quad n = 1,2,3,4,\ldots$$
der d er gitteravstanden $d = \frac{1}{500\,\text{mm}} = 2\cdot10^{-6}\,\text{m}$

Dette gir
$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}n = \frac{632\cdot10^{-9}}{2\cdot10^{-6}}n = \underline{0{,}316\cdot n} \quad \leq 1$$

De mulige avbøyningsvinklene blir

$n = 1 \qquad \underline{\underline{\theta = 18{,}4^\circ}}$

$n = 2 \qquad \underline{\underline{\theta = 39{,}2^\circ}}$

$n = 3 \qquad \underline{\underline{\theta = 71{,}4^\circ}}$

b) Lydhastigheten i gasser er gitt ved $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$.
1 mol av He veier $M = 4\,\text{g} = 4\cdot10^{-3}\,\text{kg}$. For He ved 20°C, dvs. $T = (273+20)\,\text{K} = 293\,\text{K}$ finnes dermed
$$c = \sqrt{\frac{5\cdot8{,}314\cdot293}{3\cdot4\cdot10^{-3}}}\,\text{m/s} = \underline{\underline{1007\,\text{m/s}}}$$

For en orgelpipe med gitt lengde er frekvensen f proporsjonal med c. [$f = c/\lambda = c/2L$ evt. $c/4L$.]
Så med He blir frekvensen
$$f = f_0\frac{c_{He}}{c_L} = f_0\sqrt{\frac{\gamma_{He}M_L}{M_{He}\gamma_L}} = 262\sqrt{\frac{\frac{5}{3}\cdot29}{4\cdot1{,}4}} = \underline{\underline{770\,\text{Hz}}}$$

c) Høyttalerne har samme intensitet $I_B = I_A$.
Ved interferens har en da intensiteten
$$I = I_A + I_B + 2\sqrt{I_AI_B}\cos\delta = \underline{2I_A(1+\cos\delta)} \left(= 4I_A\cos^2\frac{\delta}{2}\right)$$
Med konstruktiv interferens $\delta = 0$ har en så
$$I_M = 4I_A$$
slik at
$$I = I_M\,\tfrac{1}{2}(1+\cos\delta)$$
$I = \frac{1}{4}I_M$ innebærer dermed
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2}(1+\cos\delta)$$
$$\cos\delta = -\frac{1}{2}$$
$$\underline{\delta = \tfrac{2}{3}\pi} \quad (\text{evt } 120^\circ)$$

Sammenhengen mellom vegforskjell og fasevinkel δ er gitt ved $\delta = 2\pi\frac{L}{\lambda}$

slik at bølgelengden blir
$$\lambda = \frac{2\pi L}{\delta} = \frac{2\pi\cdot0{,}70\,\text{m}}{\frac{2}{3}\pi} = \underline{\underline{2{,}10\,\text{m}}}$$