Eksamen i fag TFY4135 Fysikk, den 31/5 - 2005.

1

Forslag til løsning.

Oppgave 1.

a) Kraften mellom ladningene: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{c^2}$

$c = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{12^2+5^2}\,\text{cm} = \underline{13\,\text{cm}}$

$$F = 9{,}0 \cdot 10^9 \cdot \frac{2{,}5\cdot10^{-8}\cdot 1{,}8\cdot10^{-9}}{0{,}13^2}\,N = \underline{\underline{2{,}40\cdot10^{-5}\,N}}$$

(Kraften er frastøtende og er rettet langs den rette forbindelseslinjen mellom ladningene.)

Dekomponerer det elektriske feltet langs x- og y-aksen. Ladning q_1 gir bare komponent langs x-aksen, og ladning q_2 gir komponent bare langs y-aksen.

$$E_x = k\frac{q_1}{a^2} = 9\cdot10^9\,\frac{2{,}5\cdot10^{-8}}{0{,}12^2}\,N/C = 1{,}56\cdot10^4\,N/C \;(1{,}56\cdot10^4\,V/m)$$

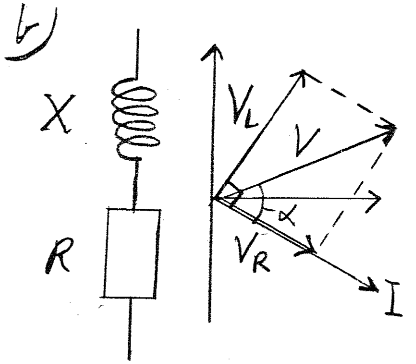
$$E_y = k\frac{q_2}{b^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1{,}8\cdot10^{-9}}{0{,}05^2}\,N/C = 6{,}48\cdot10^3\,N/C \;(=6{,}48\cdot10^3\,V/m)$$

Retning: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_y}{E_x} = 0{,}415$

$\alpha = \underline{\underline{22{,}6^\circ}}$ (evt. $\alpha = 0{,}394$ rad)

Feltstyrke: $E = \sqrt{E_x^2+E_y^2} = \sqrt{1{,}56^2+0{,}65^2}\,10^4\,N/C = \underline{\underline{1{,}69\cdot10^4\,N/C}}$

b)



En har spenningene

$V_R = RI$

$V_L = XI$

2

Resulterende spenning blir

$$V = \sqrt{V_R^2+V_{Z_L}^2} = \sqrt{R^2+X^2}\,I = ZI$$

Impedansen blir følgelig

$$Z = \sqrt{R^2+X^2} = \sqrt{3{,}0^2+4{,}0^2}\,\Omega = \underline{\underline{5{,}0\,\Omega}}$$

Fasevinkel: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{V_{Z_L}}{V_R} = \frac{X}{R} = \underline{0{,}75}$

$\alpha = \underline{\underline{36{,}9^\circ}}$

[Alternativt med komplekse tall: Seriekopling gir $Z = R + Z_L = R + iX$, dvs $|Z| = \sqrt{R^2+X^2}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{X}{R}$.]

c) Komponentene til det elektriske feltet blir

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(Ar + \frac{B}{r^2}\right)\cos\theta = \underline{\underline{\left(-A + \frac{2B}{r^3}\right)\cos\theta}}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(Ar+\frac{B}{r^2}\right)\cos\theta = \underline{\underline{\left(A+\frac{B}{r^3}\right)\sin\theta}}$$

$$E_\varphi = -\frac{\partial V}{\partial\varphi} = \underline{\underline{0}}$$

Siden overflaten er ledende vil $\vec{E}$ ikke ha noen komponent langs denne (ved statiske forhold). Følgelig er det elektriske feltet rettet vinkelrett denne (for $r = R$), dvs. $E_\theta = 0$. Dette betyr også at $V(r,\theta)$ = konst langs overflata (ekvipotensialflate).

Oppgave 2.

a) Kraften (Lorentz-kraften) er gitt ved

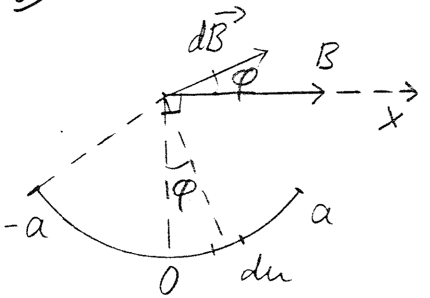
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Partikkelen går rett fram når $\vec{F} = 0$, dvs. når kreftene fra $\vec{E}$ og $\vec{B}$ opphever hverandre. Det skjer når hastigheten v er gitt ved ($\vec{v} \perp \vec{B}$)

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1{,}5 \cdot 10^5 \, \mathrm{V/m}}{0{,}12 \, \mathrm{Vs/m^2}} = \underline{\underline{1{,}25 \cdot 10^6 \, \mathrm{m/s}}}$$

Vektoren $\vec{E}$ må være rettet vinkelrett på både $\vec{v}$ og $\vec{B}$ (og rettet motsatt av $\vec{v} \times \vec{B}$) for å kunne oppnå $\vec{F} = 0$ (da $\vec{v} \times \vec{B}$ er vinkelrett både $\vec{v}$ og $\vec{B}$).

b)



Element av bredde $du = R\,d\varphi$ fører strømmen

$$dI = \frac{I}{2a} du = \frac{I}{2a} R\,d\varphi$$

Dette gir magnetfeltet

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi R} dI = \frac{\mu_0 I}{4\pi R a} R\,d\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} d\varphi$$

Resulterende felt vil være rettet langs x-aksen. På grunn av symmetri vil y-komponenten forsvinne. Ved å dekomponere på x-aksen finner en for x-komponenten

$$dB_x = dB \cos\varphi$$

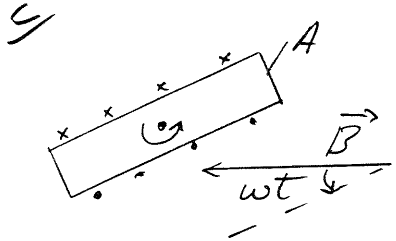
Integrering gir så resulterende felt

$$B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos\varphi \, d\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \Big|_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \sin\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\sin\varphi_0 - \sin(-\varphi_0)\right) = \underline{\underline{\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \sin\left(\frac{a}{R}\right)}}$$

der $\varphi_0 = a/R$.

c)



Fluksen gjennom hver vinding blir

$$\phi_1 = \int \vec{B}\,d\vec{A} = BA\cos\omega t$$

slik at total fluks blir

$$\phi_m = \phi_1 = N\phi_1 = nh\,BA\cos\omega t$$

Indusert spenning blir følgelig

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_m}{dt} = \omega\,nh\,BA\sin\omega t$$

med maksimalverdi

$$\mathcal{E}_m = nhA\omega B = 3 \cdot 10^3 \, \mathrm{m^{-1}} \, 0{,}1 \, \mathrm{m} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} \, \mathrm{m^2}$$

$$\times 600 \, \mathrm{s^{-1}} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-5} \, \mathrm{\frac{Vs}{m^2}} = \underline{\underline{1{,}35 \cdot 10^{-3} \, \mathrm{V}}} = \underline{\underline{1{,}35 \, \mathrm{mV}}}$$

Oppgave 3

a) Lydintensitetsnivået ved avstanden R_1 er

$$\beta = 10\log_{10}(I_1/I_0) = 10\log_{10}\left(\frac{3{,}5\cdot 10^{-3}}{10^{-12}}\right)\,dB$$

$$= 10(\log_{10}(3{,}5)+9)\,dB = \underline{\underline{95{,}4\ dB}} \quad \text{(decibel)}$$

Lyden sendes ut gjennom ei kuleflate. Lydeffekten blir da

$$P = 4\pi R_1^2 I_1$$

Den samme lydeffekten går gjennom flaten med radius R_2. Så for lydintensiteten I_2 finner en da

$$4\pi R_2^2 I_2 = 4\pi R_1^2 I_1$$

$$I_2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 I_1 = \left(\frac{1{,}5}{35}\right)^2 \cdot 3{,}5\cdot 10^{-3}\,W/m^2 = \underline{\underline{6{,}4\cdot 10^{-9}\,W/m^2}}$$

b) Den gitte sammenhengen gir: $k = \frac{\omega^2}{g}$ og $\omega = \sqrt{gk}$

Fasehastigheten blir så: $v_f = \frac{\omega}{k} = \underline{\underline{\frac{g}{\omega}}}$

Gruppehastigheten: $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}\sqrt{gk} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k}} = \underline{\underline{\frac{g}{2\omega}}}\left(= \frac{1}{2}v_f\right)$

Perioden T gir frekvensen $f = 1/T$ slik at $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, og gruppehastigheten blir

$$v_g = \frac{g}{2\omega} = \underline{\frac{gT}{4\pi}}$$

Bølgetoget beveger seg med gruppehastigheten v_g slik at $v_g t = L$. Tiden som bølgetoget trenger blir følgelig

$$t = L/v_g = \frac{4\pi L}{gT} = \frac{4\pi\cdot 2\cdot 10^5\,m}{9{,}8\,m/s^2\cdot 12\,s} = \underline{\underline{2{,}14\cdot 10^4\,s}}$$

$$= \underline{\underline{5{,}9\ \text{timer}}}$$

c) Ved Bragg-refleksjon er avbøyningen bestemt av

$$2d\sin\theta = m\lambda, \quad m = 1,2,3,\ldots$$

som gir avbøyningsvinklene

$$\psi = 2\theta = 2\,\mathrm{Arcsin}\left(m\frac{\lambda}{2d}\right) = 2\,\mathrm{Arcsin}\left(m\frac{1{,}7}{2\cdot 3{,}8}\right)$$

$$= \underline{2\,\mathrm{Arcsin}(m\cdot 0{,}2237)}$$

Vi finner for $m = 1,2,3,4$ $(\sin\theta < 1)$

$\psi = \underline{\underline{25{,}9°}}$; $\underline{\underline{53{,}1°}}$; $\underline{\underline{84{,}3°}}$; $\underline{\underline{126{,}9°}}$

Da $\sin\theta \le 1$ er minste gitteravstand bestemt av $\sin\theta = 1$ og $m = 1$, dvs.

$$d_m = \frac{\lambda}{2} = \frac{1{,}7}{2}\,\text{Å} = \underline{\underline{0{,}85\,\text{Å}}}$$