

**NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR FYSIKK**



Faglig kontakt under eksamen:  
Professor Randi Holmestad, 73593880 / 48170066  
Institutt for fysikk, Gløshaugen.

**EKSAMEN I EMNE TFY4180 FYSIKK**

Torsdag 13. mai 2004

Tid: 09.00 -14.00

Hjelpemidler: C Bestemt, enkel kalkulator.  
K.Rottmann: Matematisk formelsamling  
K.Rottmann: Matematische Formelsammlung  
O. Jahren og K.J.Knutsen: Formelsamling i matematikk  
S. Barrett og T.M Cronin: Mathematical Formulae

Språkform: bokmål  
Antall sider bokmål: 7

Sensuren faller: 8.juni

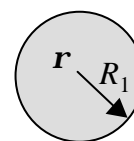
En del formler, uttrykk og definisjoner er vedlagt. Ved bedømmingen teller alle 9 deloppgaver (1a), 1b) ..3, 4) like mye. Denne eksamen teller 80% av total karakteren i emnet. Midtsemesterprøven teller 20%. De 4 siste sidene av dette oppgavesettet inneholder en del formler som kan være nyttige.

**OPPGAVE 1.**

- a) Vi ser på ei massiv isolerende kule med radius  $R_1$ . Kula har en ladningstetthet

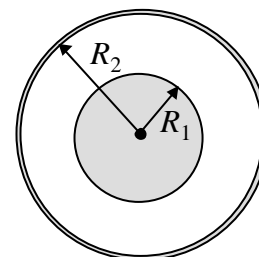
$$\mathbf{r}(r) = \mathbf{r}_0 \left(1 - \frac{r}{R_1}\right)$$

hvor  $\mathbf{r}_0 = \frac{3Q_1}{\rho R_1^3}$  er en positiv konstant. Vis at total ladning på kula er  $Q_1$ .



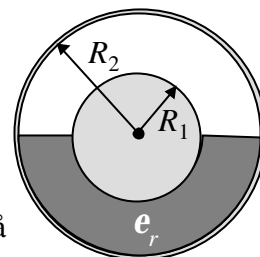
Bruk Gauss lov til å finne det elektriske feltet  $\vec{E}(r)$  for alle  $r$ . Angi størrelse og retning.  
For hvilken verdi av  $r$  er det elektriske feltet størst?  
Finn verdien av dette maksimale feltet.

- b) Vi tenker oss nå at kula har samme totale ladning  $Q_1$  som i a), men at den er en leder. Konsentrisk (med samme origo) rundt den legges det et tynt metallisk kuleskall med indre radius  $R_2 (>R_1)$ . Ladningen på det ytre kuleskallet er justert slik at det elektriske feltet utenfor er null. Bestem ladningen på det ytre kuleskallet og finn igjen det elektriske feltet  $\vec{E}(r)$  for alle  $r$ .



Vi kan betrakte de to lederne som en kulekondensator. Finn kapasitansen når vi antar at det er vakuum mellom dem. Gi tallsvar for kapasitansen om vi antar at  $R_1 = 9.5$  cm og  $R_2 = 10.5$  cm.

- c) Halvparten av volumet mellom lederne fylles nå med en væske med relativ permittivitet  $\epsilon_r$ . Tverrsnittet av kondensatoren er vist på figuren. Finn kapasitansen til denne halvfulle kondensatoren.



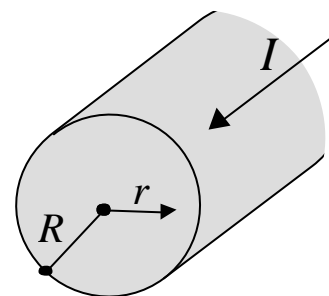
E-feltet har radiell symmetri. Vi antar fortsatt at indre kule har total ladning  $Q_1$  (og ytre har  $-Q_1$ ). Anta at vi har uniform ladningstetthet på overflaten av hver av halvkulene (øvre og nedre).

Finn størrelsen på det elektriske feltet i volumet mellom de to lederne som funksjon av  $r$ . Gi svaret både for øvre og nedre halvdel av kondensatoren.

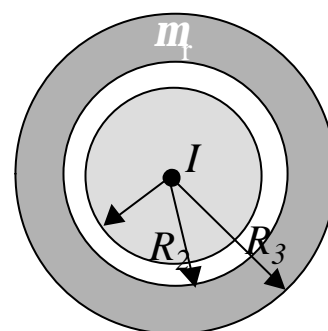
Lag en skisse hvor du viser bundne (induserte) ladninger i systemet.

## OPPGAVE 2.

- a) En uendelig lang homogen sylinderformet leder med radius  $R$  fører en konstant strøm  $I$ . Beregn magnetfeltet  $\vec{B}(r)$  som funksjon av avstanden  $r$  fra sentrum av lederen for alle  $r$ . Angi størrelse og retning. Anta at strømmen er jevnt fordelt over ledertverrsnittet og at lederen er av et ikke-magnetisk materiale.



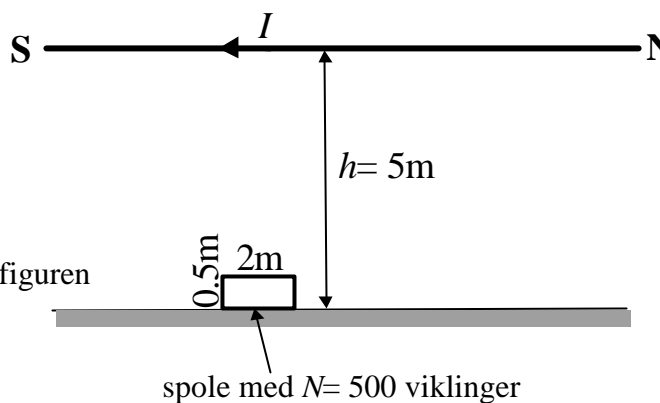
- b) Vi legger nå en jernsylinder med relativ permeabilitet  $m$  og indre radius  $R_2$  og ytre radius  $R_3$  konsentrisk rundt lederen, tverrsnittet er vist på figuren. Hva blir magnetfeltet  $\vec{B}(r)$  innenfor denne jernsylinderen ( $R_2 < r < R_3$ )?



Lag en grov skisse av magnetfeltet som funksjon av  $r$ .

- c) Lederen i a) har en resistivitet  $r$ . Hvor stor spenning  $V$  trengs det for å drive en strøm  $I$  gjennom en slik leder i en lengde  $L$ ? Beregn verdien til spenningen  $V$  hvis lederen er av aluminium med resistivitet  $r = 2.82 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ , har en radius  $R = 5.0$  mm, og en lengde  $L = 400$  m. Strømstyrken er  $I = 35$  A.

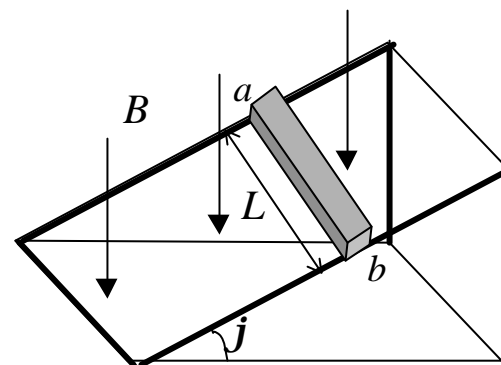
- d) En høyspentkabel går parallelt med bakken i en høyde 5 m over bakkenivå i retning sør-nord og fører en elektrisk vekselstrøm  $I = I_0 \sin \omega t$  med amplitude  $I_0 = 800 \text{ A}$  og frekvens  $f = 50 \text{ Hz}$ . To studenter har slått leir under kabelen og vil prøve å lage en vekselspenningskilde ved hjelp av en rektangulær spole med dimensjoner 0.5m x 2 m og antall viklinger  $N = 500$ . Spolen plasseres flatt på bakken som vist på figuren med flatenormalen i øst-vest-retning. Anta at spolens utstrekning i øst-vest-retning er så liten at en kan regne med lik magnetisk fluks gjennom samtlige viklinger.



Finn et uttrykk for den induserte emsen i spolen, og bestem amplituden numerisk.  
Kunne studentene fått mer spenning ved å snu/vri på spolen? (Den må fortsatt stå på bakken.)

### OPPGAVE 3.

En metallstav med lengde  $L$ , masse  $m$  og motstand  $R$  er plassert på friksjonsløse metallskinner som ligger en vinkel  $\mathbf{j}$  med horisontalplanet, som vist på figuren. Skinnene har neglisjerbar motstand. Et uniformt magnetisk felt med størrelse  $B$  er rettet nedover. Staven glir med konstant fart nedover skinnene. Hvilken retning har den induserte strømmen i staven; fra  $a$  til  $b$  eller fra  $b$  til  $a$ ?



Vis at den induserte strømmen i staven er  $I = \frac{mg}{LB} \tan \mathbf{j}$

hvor  $g$  er tyngdeakselerasjonen.

(Tips: Sett at komponentene av den magnetiske kraften og gravitasjonskraften langs bevegelsesretningen må være like store.)

Finn et uttrykk for farten  $v$  ved å bruke Faradays lov.

### OPPGAVE 4.

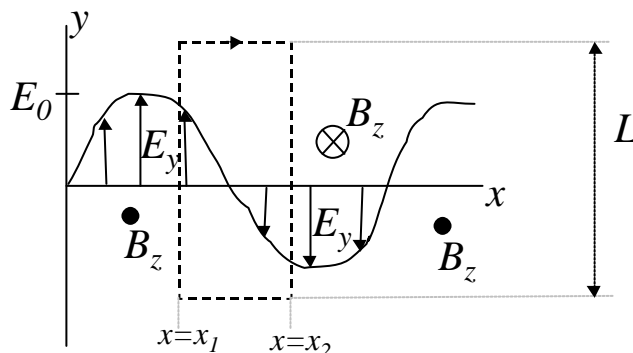
En plan elektromagnetisk bølge beveger seg i  $x$ -retningen. Det elektriske feltet til denne bølgen er rettet langs  $y$ -aksen og er gitt ved  $E_y = E_0 \cos(\omega t - kx)$

Finn bølgehastigheten  $c$  og bølgelengden  $\lambda$  uttrykt ved  $\omega$  og  $k$ .

Det magnetiske feltet er rettet langs  $z$ -aksen og er gitt ved  $B_z = B_0 \cos(\omega t - kx)$

Benytt Faradays lov til å vise sammenhengen  $E_0 = cB_0$  for denne bølgen.

(Tips: Benytt integrasjonskurven som er vist på figuren eller bruk differensialformen.)



## Oppgitte formler og enheter:

Definer alle størrelser du bruker i formlene.

Gauss' lov:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}, \quad \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{encl-free}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[ i_c + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right],$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{c-free} + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Faradays lov:

$$\vec{e} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

$$\text{Isotrope media: } \vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$$

Coulombs lov:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

Elektrisk potensial

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Kraft i elektrisk og magnetisk felt:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Permittivitet:

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Permeabilitet:

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

Induktans:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad U = \frac{1}{2} LI^2$$

Kapasitans:

$$C = \frac{Q}{V} \quad U = \frac{1}{2} CV^2$$

Kapasitans for platekondensator:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Parallellkopling av kapasitanser:

$$C = \sum_i C_i$$

Seriekopling av kapasitanser:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

Motstand i leder

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Poyntingsvektor:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Elektromagnetisk energitetthet:

$$u = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} + \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$$

Biot-Savarts lov:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

Magnetisk kraft på strømførende leder:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Lenz lov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Elektrisk fluks:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Magnetisk fluks:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Intensitetsfordeling ved diffraksjon og interferens fra gitter:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin\left(\frac{pa \sin \alpha}{\lambda}\right)}{\frac{pa \sin \alpha}{\lambda}} \right]^2 \left[ \frac{\sin\left(\frac{Npd \sin \alpha}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{pd \sin \alpha}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Bølge i +x retning:

Sylinderkoordinater ( $r, \phi, z$ ):

$$\nabla V = \hat{e}_r \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{e}_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{e}_z \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Kulekoordinater ( $r, \theta, \phi$ ):

$$\nabla V = \hat{e}_r \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{e}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

**Fysiske konstanter:**

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$e = 1.6019 \cdot 10^{-19} \text{ C (elementærladning)}$$

$$m_e = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg (elektronets masse)}$$

$$g = 9.807 \text{ m/s}^2$$

## Dekadiske prefikser

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	$10^{18}$
P	peta	$10^{15}$
T	tera	$10^{12}$
G	giga	$10^9$
M	mega	$10^6$
K	kilo	$10^3$
h	hekto	$10^2$
da	deka	$10^1$
d	desi	$10^{-1}$
c	centi	$10^{-2}$
m	milli	$10^{-3}$
$\mu$	mikro	$10^{-6}$
n	nano	$10^{-9}$
p	piko	$10^{-12}$
f	femto	$10^{-15}$
a	atto	$10^{-18}$

### Størrelse

Navn	Symbol
elektrisk feltstyrke	E
elektrisk potensial	V
elektrisk flukstetthet	D
elektrisk polarisasjon	P
elektrisk ladning	$Q, q$
elektrisk ladningstetthet; rom- flate- linje-	$\rho$ $\sigma$ $\lambda$
elektrisk fluks	$\Phi_E$
permittivitet	$\epsilon$
relativ permittivitet	$\epsilon_r$
elektrisk suceptibilitet	$\chi_e$
elektromotorisk spenning/kraft (ems)	$e$
vinkelfrekvens	$\omega$
vinkel	$a, b, g \dots$
romvinkel	$W$
lengde	$l$
areal	$A$
volum	$V$
tid	$t$
frekvens	$f$
bølgetall	$k$
bølgelengde	$\lambda$
masse	$m$
hastighet	$v$
kraft	$F$
trykk	$p$
arbeid, energi	$E, W$
effekt	$P$
elektrisk strøm	$I, i$
elektrisk potensialdifferanse, spenning	$U, V$
kapasitans	$C$

### SI – enhet

Navn	Symbol
Volt pr. meter	$V/m=N/C$
volt	V
coulomb pr. meter <sup>2</sup>	$C/m^2$
coulomb pr. meter <sup>2</sup>	$C/m^2$
coulomb	$C = As$
coulomb pr meter <sup>3</sup>	$C/m^3$
coulomb pr meter <sup>2</sup>	$C/m^2$
coulomb pr meter	$C/m$
Newton-meter <sup>2</sup> pr. coulomb	$N m^2 C^{-1}$
farad pr meter	F/m
en	1
en	1
volt	V
radian pr. sekund	rad/s
radian	rad
steradian	sr
meter	m
kvadratmeter	$m^2$
kubikkmeter	$m^3$
sekund	s
hertz	$Hz=1/s$
invers-meter	$1/m$
meter	m
kilogram	kg
meter pr. sekund	m/s
Newton	$N = kg m s^{-2}$
Pascal	$Pa = N m^{-2}$
Joule	$J = Nm$
watt	$W=J/s$
ampere	A
volt	$V = kg m^2 s^{-3} A^{-1} = J A^{-1} s^{-1}$
farad	$F = As V^{-1}$

magnetisk feltstyrke	$H$	ampere pr. meter	A/m
magnetisk fluks	$F_B$	weber	Wb = Vs
magnetisk flukstetthet	$B$	tesla	T = Wb/m <sup>2</sup> =N/Am
magnetisering	$M$	ampere pr.meter	A/m
permeabilitet	$\mu$	henry pr. meter	H/m
relativ permeabilitet	$\mu_r$	en	1
magnetisk suceptibilitet	$\chi_m$	en	1
magnetisk dipolmoment	$m, \mathbf{m}$	ampere meter <sup>2</sup>	Am <sup>2</sup>
magnetisk dreiemoment	$\tau, T$	ampere · tesla · meter <sup>2</sup>	ATm <sup>2</sup> =Nm
intensitet	$I$	watt pr. kvadratmeter	W/m <sup>2</sup>
induktans	$L$	henry	H = V A <sup>-1</sup> s
resistans	$R$	ohm	$\Omega = V A^{-1}$
resistivitet	$r$	Ohm-meter	$\Omega m$
impedans	$Z$	ohm	$\Omega$
magnetomotorisk spenning (mmf)	$\hat{A}$	ampere	A
reluktans	$\hat{A}$	Invers-henry	H <sup>-1</sup>
pointingsvektor	$S$	watt pr. kvadratmeter	W/m <sup>2</sup>