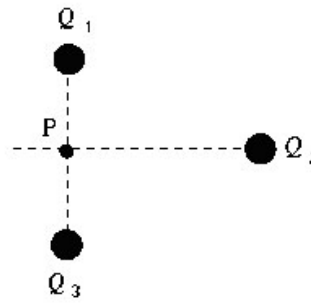


Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 20%)

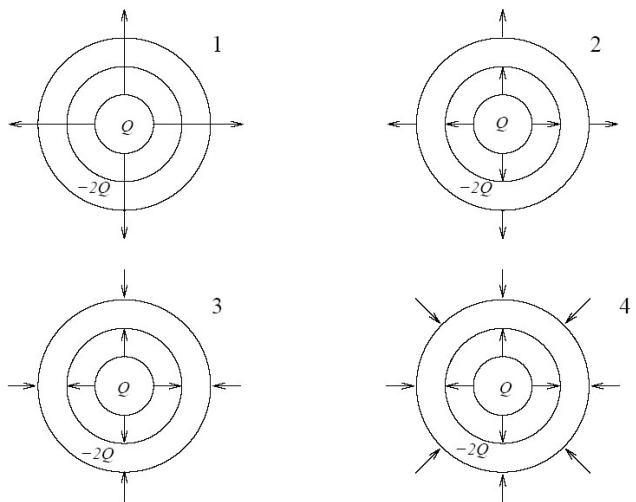
a) Tre positive og like ladninger Q_1 , Q_2 og Q_3 er plassert i hjørnene av en likebeint trekant som vist i figuren. Punktet P ligger på midtpunktet av linja mellom Q_1 og Q_3 . Det elektriske feltet ved P er

- A) null.
- B) Ikke null og har retning fra P til Q_3 .
- C) Ikke null og har retning fra P til Q_2 .
- D) Ikke null og har retning fra Q_1 til Q_2 .
- E) Ingen av disse er rett.



b) Figuren viser en metallkule med netto positiv ladning Q omgitt av et luftlag, etterfulgt av et metallisk kuleskall med netto ladning $-2Q$. Hvilken figur angir da korrekt feltlinjer for \vec{E} ?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) Ingen av figurene

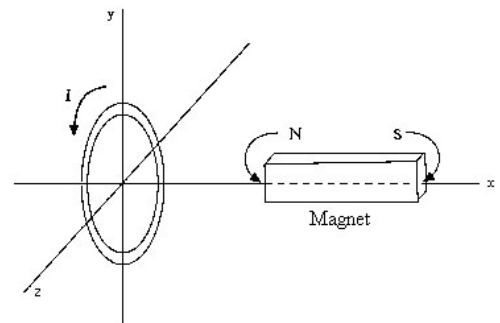


c) Ei kompassnål befinner seg i et homogent magnetisk felt med dens sydpol pekende i positiv retning av \vec{B} . Nettokraften på kompassnåla

- A) virker i samme retningen som \vec{B} .
- B) virker i retning rett vinkel med \vec{B} .
- C) virker i retning rett vinkel med planet gjennom \vec{B} og kompassnåla.
- D) virker i motsatt retning av \vec{B} .
- E) er lik null.

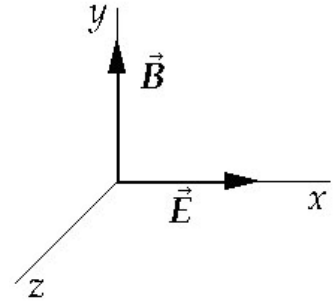
d) En kopperring ligger i yz -planet som vist. Magnetens langakse N-S ligger langs x -aksen. Indusert strøm flyter i ringen som vist i figuren.

- A) Magnetens må bevege seg bort fra ringen.
- B) Magnetens må bevege seg mot ringen.
- C) Magnetens må bevege seg hverken fra eller mot ringen.
- D) Det er ikke nødvendig at magneten beveger seg.
- E) Magnetens må holdes i ro for å opprettholde strømmen.



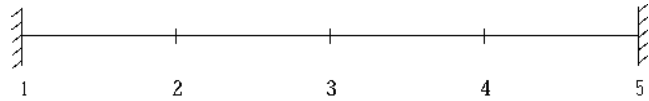
e) En positiv ladd partikkel beveger seg gjennom homogene (uniforme) felt \vec{E} og \vec{B} , som er rettet i henholdsvis positiv x - og positiv y -retning. Hvis det er null resultantkraft på partikkelen må dens hastighet være i

- A) positiv x -retning,
- B) positiv y -retning,
- C) negativ x -retning,
- D) positiv z -retning,
- E) negativ z -retning.



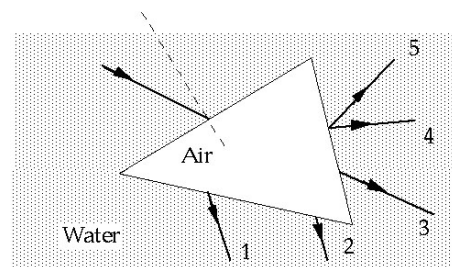
f) En streng er oppstrammet mellom punktene 1 og 5. Når den vibrerer med andreharmoniske frekvens, vil den stående bølgen ha et knutepunkt (antinode) ved punktene

- A) 1 og 5.
- B) 1, 3, og 5.
- C) 1 og 3.
- D) 2 og 4.
- E) 1, 2, 3, 4, og 5.



g) Et prisme av luft er nedsenket i vann. En lysstråle med monokromatisk lys treffer øvre kant av prismet som vist i figuren. Strålen kommer ut ved:

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

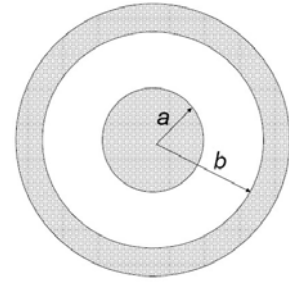


h) Hvilket av de følgende utsagn er *ikke* sant?

- A) Både \vec{B} - og \vec{E} -komponentene til en elektromagnetisk bølge tilfredsstiller bølgelikningen.
- B) Elektromagnetiske bølger er transverselle bølger.
- C) Lysfarten til en elektromagnetisk bølge i vakuum er gitt av $\sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}}$.
- D) Absoluttverdien til \vec{E} er større enn \vec{B} med en faktor c .
- E) \vec{E} og \vec{B} er gjensidig 90° ute av fase i en elektromagnetisk bølge i vakuum.

Oppgave 2. Elektrostatikk (teller 25%)

En sylinderkondensator (koaksialkabel) består av en innerleder med radius a og en ytterleder med indre radius b , som vist i figuren. Tykkelsen av ytterlederen har ingen betydning. Mellom lederne er det vakuum. Lengden (ℓ) av kondensatoren er så stor at vi kan se bort fra effekter nær endene. Innerlederen har elektrisk ladning per lengdeenhet lik $+\lambda$ og ytterlederen ladning $-\lambda$. Ytterlederen har potensial $V(b) = 0$.



a) Vis at den elektriske feltstyrken $\vec{E}(r)$ kan uttrykkes

$$\vec{E}(r) = \vec{E}_0/r$$

og finn uttrykk for \vec{E}_0 for alle deler av rommet.

b) Finn potensialet $V(a)$ for innerlederen. Oppgitt at $\lambda > 0$, er $V(a)$ positiv eller negativ?

c) Finn den lagrede elektrostatiske energien W' per lengdeenhet.

d) Mellomrommet mellom lederne fra a til b fylles nå med en romladning $\rho(r)$, slik at potensialet mellom lederne ikke lenger er som ovenfor, men gitt av:

$$V(r) = V_0 \frac{b-r}{b-a}.$$

Potensialet varierer altså lineært fra $V(a) = V_0$ til $V(b) = 0$. Mellomrommet fra a til b har permeabilitet ϵ_0 . Ladning per lengdeenhet på ytterleder og innerleder er nå ikke gitt (og du trenger heller ikke bestemme disse).

Finn uttrykk for den elektriske feltstyrken $E(r)$ mellom lederne og finn romladningen $\rho(r)$.

Oppgave 3. Magnetisme (teller 25%)

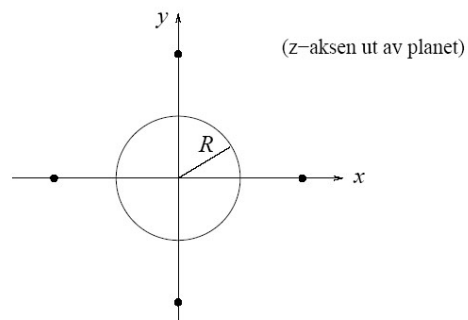
En tilnærmet uendelig lang og rett sylindereformet leder med radius R fører en elektrisk strøm som ikke varierer med tida. Strømtettheten (strøm per flateenhet) i ledere avtar lineært med avstanden r fra lederens senterakse:

$$\vec{J}(r) = J_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) \hat{k}$$

Vi har med andre ord valgt koordinatsystem slik at lederens senterakse sammenfaller med z -aksen, og slik at strømmen går i positiv z -retning.

a) Finn uttrykk for total strøm I_0 i ledere.

Figuren til høyre er et snitt gjennom ledere i xy -planet, slik at strømmen I kommer opp av planet.



b) Tegn vektorer som illustrerer magnetfeltet \vec{B} i de fire angitte punktene i avstand $2R$ fra senteraksen på henholdsvis positiv og negativ x - og y -akse.

c) Bruk Amperes lov til å finne uttrykk for magnetfeltet $B_u(r)$ utenfor den strømførende ledere ($r > R$).

d) Magnetfeltet inni den strømførende ledere ($r < R$) er oppgitt til å være

$$B_i(r) = C_1 \cdot r + C_2 \cdot r^2.$$

Bruk Amperes lov til å bestemme konstantene C_1 og C_2 . Finn også tallverdier (med enhet) når $J_0 = 5,00 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2$ og $R = 1,00 \text{ cm}$.

Oppgave 4. Magnetisk induksjon (teller 15%)

Den rette lederen i foregående oppgave fører nå en *tidsavhengig* (og fremdeles sylindersymmetrisk) strøm

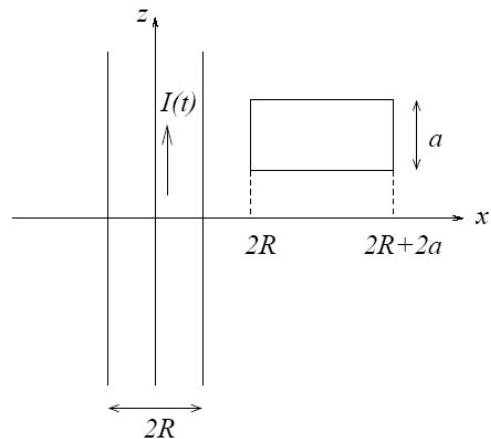
$$I(t) = I_0 \cos \omega t.$$

Resulterende magnetfelt utenfor lederen ($r > R$) oppgis å være på formen

$$B_u(r, t) = C \cdot \frac{I(t)}{r}$$

der r er avstanden fra lederens senterakse og C en (ny) konstant.

En rektangulær ledersløyfe med sidekanter a og $2a$ ligger i xz -planet, som vist i figuren til høyre.



Bruk Faradays induksjonslov til å finne uttrykk for den elektromotoriske spenningen $\mathcal{E}(t)$ som induseres i den rektangulære ledersløyfa som følge av strømmen $I(t)$ i den rette lederen. Konstanten C kan inngå i uttrykket.

Oppgave 5. Bølger (teller 15%)

En stemmegaffel svinger med fast frekvens $f = 400$ Hz og settes i kontakt med en strekk streng. Svingningene i stemmegaffelen genererer transversale vandrebølger i strengen med en amplitude på $0,50$ mm og samme frekvens som stemmegaffelen. Strengen har en lineær massetetthet på $\mu = 10,0$ g/m og er under et strekk på $1,00$ kN. Anta at strengen er så lang at vi kan se bort fra reflektert bølge fra endene.

- Bruk formel oppgitt på formelarket til å finne bølgehastigheten i strengen.
- Hva er vinkelfrekvensen, bølgelengden og bølgetallet til bølga?
- Skriv ned en bølgefunksjon $y(x, t)$ som kan beskrive bølga. Sett inn aktuelle tallverdier.

FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningsnotatene. Lista "Størrelser og enheter" inneholder også mange definisjoner.

Fysiske konstanter:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \quad e = 1,61 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Elektromagnetisme:

(Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_b, ρ_b og σ_b er bundet ladning)

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Gauss' lov integralform: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\epsilon \quad \oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_b \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{div} \vec{E} = \rho/\epsilon \quad \text{div} \vec{P} = -\rho_b \quad \text{div} \vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi = \int \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad \Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I_c + \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \right) \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_c + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \text{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L \frac{dI}{dt} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \quad \text{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra - til +) Polarisering: $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{V}$

Magnetisk moment: $\vec{\mu} = I\vec{A}$ Magnetisering: $\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}}{V}$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E} \quad \epsilon_r = 1 + \chi_e$

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \mu_r = 1 + \chi_m$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V,$

Energi og energitetthet: $U = \frac{1}{2} \int V dq \quad \text{Elektrisk: } u = \frac{1}{2} \vec{D} \vec{E} \quad \text{Magnetisk: } u = \frac{1}{2} \vec{B} \vec{H}$

Kondensatorer: $C = \frac{Q}{V} \quad \text{Kulekondensator: } C = 4\pi\epsilon_0 R \quad \text{Energi: } U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon \frac{A}{d} \quad \text{Parallellkopling: } C = \sum_i C_i \quad \text{Seriekopling: } \frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $d\vec{F} = Id\vec{s} \times d\vec{B} \quad \text{Lorentzkrafta: } \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$

H -felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \frac{I}{2\pi r} \quad H$ -felt i lang, tynn solenoide: $H = I \cdot n = I \cdot \frac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI$, $\sigma \vec{E} = \vec{J}$ Spoler: $L = N \frac{\Phi_B}{I}$ $U = \frac{1}{2} LI^2$

Lenz lov: En induisert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

(Formler om magnetiske kretser tas ikke med da det ikke gis til eksamen)

Bølger:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x, t) = f(x \pm vt)$$

Vandrebølge i $\pm x$ -retning: $y(x, t) = y_0 \sin(kx \mp \omega t)$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad v = \pm \frac{\omega}{k} = \pm \frac{\lambda}{T} = \pm \lambda f, \quad \text{med } f = \omega/(2\pi)$$

Standbølge: $y(x, t) = \frac{1}{2} y_0 \sin(kx + \omega t) + \frac{1}{2} y_0 \sin(kx - \omega t) = y_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$, $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$, $f_n = n \cdot \frac{v}{2L}$

Streng: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ hvor $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$

Elektromagnetiske bølger, f.eks. : $\vec{E}(x, t) = E_0 \hat{j} \cos(kx \pm \omega t)$ $\vec{B}(x, t) = B_0 \hat{k} \cos(kx \pm \omega t)$

$E_0 = \mp c \cdot B_0$ $c = \sqrt{\frac{1}{\mu\epsilon}}$ Poyntingvektoren: $\vec{S}(x, t) = \vec{E}(x, t) \times \vec{H}(x, t)$ Strålingstrykk: $\langle \vec{S} \rangle / c$

Energitetthet og intensitet: $u = |\vec{S}|/c$ (J/m³) $I = \langle |\vec{S}| \rangle$ (W/m²)

Diffraksjon og interferens: $I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} \right]^2$ med $\beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$, $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$

Snells lov: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ med $n_i = c_0/c_i$

Nablaoperatoren:

Kartesiske koordinater (x, y, z) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}\text{grad}V &= \vec{\nabla}V = \hat{\mathbf{i}} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \text{div}\vec{D} &= \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\ \vec{\nabla}^2 V &= \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \\ \text{curl}\vec{D} &= \vec{\nabla} \times \vec{D} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}\end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r, ϕ, z) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\phi}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\ \vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\end{aligned}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}V &= \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} \\ \vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}\end{aligned}$$

Dekadiske prefikser:

Symbol	Navn	Tallverdi
E	exa	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}
G	giga	10^9
M	mega	10^6
K	kilo	10^3
h	hekto	10^2
da	deka	10^1
d	desi	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	mikro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	piko	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}

Greske bokstaver:

Navn	Stor	Liten
alfa	A	α
beta	B	β
gamma	Γ	γ
delta	Δ	δ
epsilon	E	ϵ, ε
zeta	Z	ζ
eta	H	η
theta	Θ	θ, ϑ
iota	I	ι
kappa	K	κ
lambda	Λ	λ
my	M	μ
ny	N	ν
ksi	Ξ	ξ
omikron	O	\omicron
pi	Π	π, ϖ
rho	P	ρ, ϱ
sigma	Σ	σ, ς
tau	T	τ
ypsilon	Υ	υ
phi	Φ	ϕ, φ
khi	X	χ
psi	Ψ	ψ
omega	Ω	ω

Størrelse		SI-enhet		
Navn	Symbol og def.	Symbol	Navn	
elektrisk feltstyrke	$\vec{E} = \vec{F}/q$	V/m = N/C	volt	
elektrisk potensial	V	$V = J/C = \text{kg m}^2\text{s}^{-3}\text{A}^{-1}$		
elektrisk flukstetthet	$\vec{D} = \epsilon\vec{E}$	C/m ²		
elektrisk polarisering	$\vec{P} = \chi_e\epsilon_0\vec{E}$	C/m ²		
elektrisk ladning	Q, q	C = As		
elektrisk ladningstetthet; rom- flate- linje-	ρ	C/m ³		
	σ	C/m ²		
	λ	C/m		
elektrisk dipolmoment	$\vec{p} = q\vec{d}$	Cm		
fluks til E -feltet	$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$	Vm = Nm ² C ⁻¹		
elektrisk fluks	$\Phi = \int \vec{D} \cdot d\vec{A}$	C		
permittivitet	ϵ	F/m		
relativ permittivitet	$\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$	1		
elektrisk susceptibilitet	$\chi_e = \epsilon_r - 1$	1		
elektromotorisk spenning, el.m.kraft (ems)	\mathcal{E}, \mathcal{U}	V		
elektrisk strøm	I, i	A	ampere	
elektrisk strømtetthet	\vec{J}, \vec{j}	A/m ²		
elektrisk potensialdifferanse, spenning	U, V	V	farad	
kapasitans	$C = Q/V$	F = A s V ⁻¹		
magnetisk feltstyrke	\vec{H}	A/m		
magnetisk fluks	$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$	Wb = Vs		
magnetisk flukstetthet	$\vec{B} = \mu\vec{H}$	T = Wb/m ² = NA ⁻¹ m ⁻¹		
magnetisering	$\vec{M} = \chi_m\vec{H}$	A/m		
permeabilitet	μ	H/m = Tm/A = VsA ⁻¹ m ⁻¹		
relativ permeabilitet	$\mu_r = \mu/\mu_0$	1		
magnetisk susceptibilitet	$\chi_m = \mu_r - 1$	1		
magnetisk moment	$\vec{m}, \vec{\mu}$	A m ²		
magnetisk dreiemoment	$\vec{\tau} = \vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}$	A T m ² = Nm		
intensitet	I	W/m ²		
induktans	L	H = VsA ⁻¹		henry
resistans	R	$\Omega = \text{VA}^{-1}$		
resistivitet	ρ	Ωm		
konduktivitet	$\sigma = 1/\rho$	$(\Omega\text{m})^{-1}$		
impedans	Z	Ω		
magnetomotorisk spenning (mmf)	\mathcal{F}_m	A		
reluktans	\mathfrak{R}	H ⁻¹		
poyntingvektoren	$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$	W/m ²		
masse	m	kg	kilogram	
hastighet	v	m/s		
kraft	\vec{F}	N = kg m s ⁻²	newton	
trykk	p	Pa = N m ⁻²		
arbeid, energi	E, W	J = Nm	joule	
effekt	P	W = J/s		
vinkel	$\alpha, \theta, \gamma, \dots$	rad	radian	
vinkelfrekvens	ω	rad/s		
romvinkel	Ω	sr	steradian	
lengde	l	m		
areal	A	m ²	meter	
volum	V	m ³		
tid	t	s	sekund	
frekvens	f	Hz = 1/s		
bølgelengde	λ	m	hertz	
bølgetall	$k = 2\pi/\lambda$	1/m		