Laboratorieøvelse 3 i FY1003, Elektrisitet og magnetisme –Vår2010

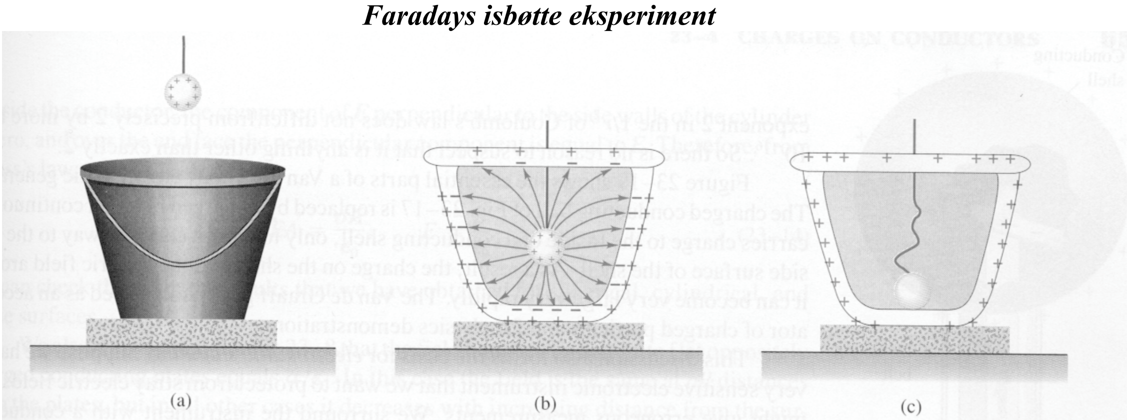
Institutt for Fysikk, NTNU

Ladning og kapasitans

Innledning

I denne laboratorieoppgaven vil vi studere sammenhengen mellom kapasitans, ladning og spenning på et legeme. Ladningsmengder måles ved hjelp av Faraday bur og elektrometer, som er en spenningsmåler som tilnærmet ikke trekker strøm.

Faradays isbøtte eksperiment



Figuren viser det historiske eksperimentet til Faraday; isbøtte-eksperimentet. Bøtten er av metall og står på et isolerende underlag. En ladet metallkule, som henger i en isolerende tråd, senkes ned i bøtten og lokket settes på. Som vist induseres det ladninger på veggene i bøtten. Som følge av Gauss` lov blir nettoladning på innsideveggen null når kula kommer i kontakt med innsida av bøtta. Ved å måle spenningen som bøtta har i forhold til jord kan ladningen på kula måles.
I denne oppgaven vil måling av ladningsmengder gjøres på liknende vis.

Tilslutt vil noen emner fra elektrostatikk bli gjennomgått der grenseflatebetingelser og enkle symmetriargumenter brukes for å finne elektriske felter fra ladninger.

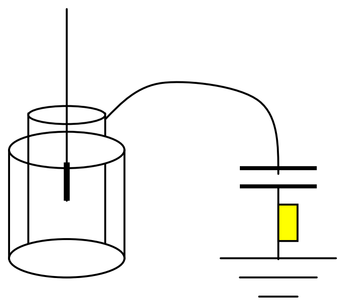
Laboratorieoppgaver.

1a** : **Generer og mål ladninger på ulike ladningsgivere ved bruk av Pasco måler for ladning.

Ladninger produseres ved kontakt gnidning mellom to ulike stoffer. Bruk *Charge sensor,* som er en spenningsmåler med høy inngangsmotstand, til måling av ladninger.

1b : Lag en egen ladningsmåler basert på Neva feltmåler og Faraday bur.

Dette gjøres ved å koble en feltmåler, som ikke tapper ladning, til et Faraday bur. Ladninger produseres som under punkt 1, og måles først med Pascomåleren, og deretter med Faradayburet og feltmåleren. Kalibrer feltmåleren.
Sammenhengen mellom ladningsmengde (Q) og spenning (V) på Faraday buret er: $Q = C \cdot V$.
C er kapasitansen til Faraday bur og Neva måler og denne måles ved et AVO meter.
Sammenlikne resultatene fra Pasco og Neva-måleren.

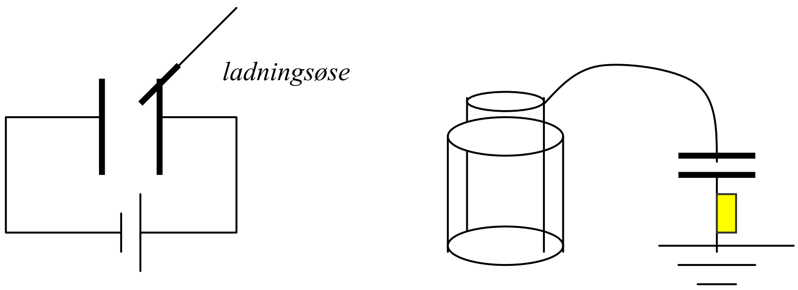


Faraday bur med Neva feltmåler

2: Mål ladning fra ulike steder på en kondensator som funksjon av spenning mellom kondensatorplatene *(bruk av målesystemet til bestemmelse av overflateladningstetthet).*

En spenningskilde med variabel utgangsspenning kobles til en platekondensator og ladninger måles med et Faradaybur tilkoblet Neva elektrometer.

(her henter du ladning) (her måler du ladning)



Pasco platekondensator med spenningskilde *Fardaybur* *Neva potensialmåler*

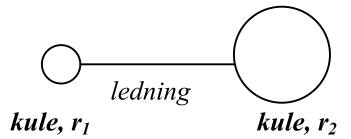
Øs ladning ***fra midten*** av platen til Faradayburet, mål ladningen og framstille den som funksjon av spenningen på kondensator. La spenningen på den faste kondensator platen variere mellom 200 V og 1000V; i skritt på 200 V.

Gjør det samme når du øser ladning ***fra kanten*** av kondensatorplata. Forklar forskjellen .

Ladningen bestemmes igjen ved bruk av sammenhengen mellom ladning of kapasitans: $Q = C \cdot V$ *, der C er samlet kapasitans for Faradayburet og måleplaten. Verdien av C ble bestemt under pkt. 1b.*

Hvorfor er det større ladningstetthet på en krummere overflate?

Svar: La oss betrakte to kuler med forskjellig radius som er koblet sammen med en ledning.



Denne ledningen vil sørge for at kulene befinner seg på likt elektrisk potensial; som medfører:

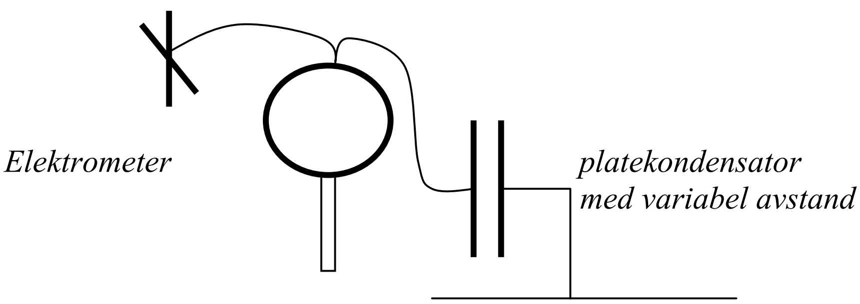
$$\frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1} = \frac{q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2}, \text{ eller: } \frac{4\pi r_1^2 \cdot \sigma_1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1} = \frac{4\pi r_1^2 \cdot \sigma_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2}, \text{ eller: } \quad r_1 \cdot \sigma_1 = r_2 \cdot \sigma_2$$

σ er overflate ladningstettheten. Dermed ser en at en krummere flate vil ha større overflateladningstetthet.

3: Finn ladning på en van der Graaf kule med tilkoblet platekondensator og elektrometer. Finn og tilleggs-kapasitansen til systemet*(måling av ladning ved variasjon av kapasitansen).*

Dette gjøres ved å måle kondensatorspenningen ved bruk av et Leybold elektrometer (kvadrantelektrometeret) eller en Neva feltmåler som funksjon av avstand mellom platene. Lad opp en Leybold platekondensator koblet sammen med en *van der Graaf* kule. Ta tett med målepunkter ved små plateavstander. Framstille den inverse spenningen som funksjon av invers avstand og bestem samlet ladning Q og tilleggskapasitansen C_e.

Systemet består av en sammenkoblet kulekondensator, platekondensator og elektrometer. Van der Graaf kula lades opp ved at en metallkniv berører et bevegelig gummibånd. I kontaktpunktet oppstår motsatte ladninger, og ladningen på gummibåndet, som er en isolator, transporteres med båndet til innsida an en kule. Inne i kula berører gummibåndet en metallspiss festet til innsida av kula, og ladning flyter til utsida av kula, i følge Gauss' lov.



Sammenkoblet van der Graaf generator, platekondensator og elektrometer.
Behandling av målinger: Systemet er elektrisk isolert og dermed er samlet ladning (Q) konstant. Kapasitanen til platene (C_p), kula (C_k) og ekstrakapasitansen (C_e, ledninger og elektrometer) er koblet i parallell og sammenhengen mellom ladning Q på systemet og spenningen (V) er da:

$$Q = (C_p + C_k + C_e) \cdot V\,, \qquad \text{der } C_p = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}\,.$$

Denne likningen kan omformes til:

$$\frac{Q}{V} = C_k + C_e + \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}\,, \qquad \text{eller;} \qquad \frac{1}{V} = \frac{C_k + C_e}{Q} + \frac{1}{Q} \cdot \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}\;;$$

som ved sammenlikning med: $y = y_0 + k \cdot x$,

sier at det vil bli en lineær sammenheng mellom invers spenning, forutsatt at Q er konstant, og invers plateavstand.
Framstille invers V mot invers avstand i Excel og bruk lineær kurvetilpasning.
Vinkelkoeffisienten skal i følge dette bli: $k = \frac{1}{Q} \cdot \varepsilon_0 \cdot A$, *og skjæringspunktet med x-aksen:*

$y_0 = \frac{C_k + C_e}{Q}$. *Du får formelen for kurven ved å høyreklikke på data i Exceldiagrammet; Legg til trendlinje;-lineær; Høyreklikk på linjen; formater trendlinje; gå til alternativ; Vis formel. Bruk SI enheter. Finn ladningen Q som:* $Q = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{k}$ *og ekstrakapasitansen ut fra:*

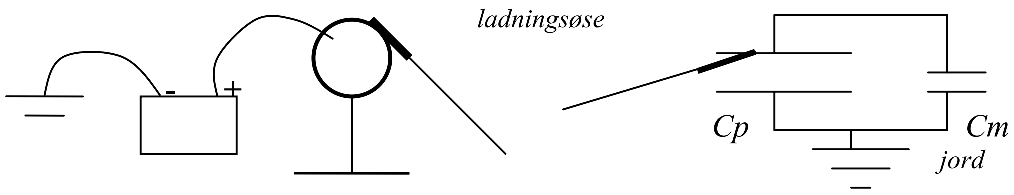
$C_e = y_0 \cdot Q - C_k = y_0 \cdot Q - 4\pi\varepsilon_0 \cdot R$.
Platearealet er: $A = \pi \cdot r^2$, *der r = 12.9 cm. Kulas radius er: R = 8 cm.*

4a: ***Mål kapasitansen til en platekondensator med tilkoblet Neva-elektrometer*** .

Dette gjøres ved å øse ladning fra en oppladet kule til den faste platen i en platekondensator. Ladningsmengden (Q) måles med *Pasco charge sensor*, og spenningen over kondensatorplatene (V) med en *Neva* spenningsmåler.

Bruk følgende oppkobling:

(her henter du ladning) *(her måler du spenning)*



jord spenningskilde kulekondensator platekondensator med Neva-elektrometer

Oppkobling for å generere ladninger som plasseres på en plate kondensator (Cp). Denne er parallellkoblet til måle kapasitansen (Cm) til en Neva feltmåler.

Legg den isolerte kula på 1000 V i forhold til jord. Det gjør at en viss ladningsmengde ligger

på kuleoverflata. La avstanden mellom platene i platekondensatoren være et sted mellom 1 og 4 cm. Berør kuleoverflata med den metalliske øsa, mål ladningen den har fått med Pasco charge sensor, og bring den i metallisk kontakt med den faste plata på platekondensatoren. Kondensatorspenningen som oppstår måles med en Neva spenningsmåler. Gjenta dette og observer spenningen mellom platene for hver gang.
Eksperimentator, Faraday bur og elektrometer må være jordet.

Definisjonen av kapasitans er : $C = Q/V$. *Kapasitansen finnes som ladning* Q *dividert på målt spenning V. Du kan framstille:* $Q(n) = Q \cdot n$, *der* $Q(n)$ *er ladningen etter* ***n*** *overføringer med ladningsøsa og* Q *er ladningen fra en overføring, som funksjon av målt spenning V. Kapasitansen C finnes som vinkelkoeffisienten til den rette linjen (bruk Excel).*

4b: Beregn samlet kapasitansen for dette systemet.

Den *målte* kapasitansen fra *2a* kan sammenliknes med *beregnet* kapasitans for dette systemet, som er to kondensatorer koblet i parallell; platekondensatoren *Cp* og målekondensatoren *Cm*. Samlet kapasitans er:

$$C = (C_p + C_m) = (\varepsilon_0 \cdot \frac{A_P}{d_P} + \varepsilon_0 \cdot \frac{A_m}{d_m}),$$

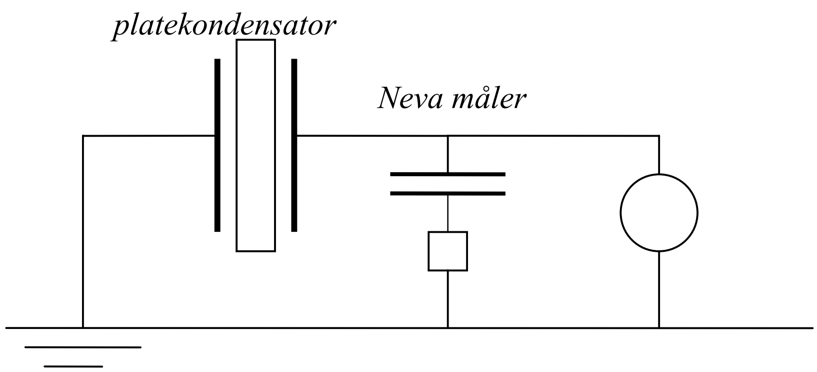
der A er plantearealet, som er: $A_P = \pi \cdot r_P{}^2$, $r_P = 8.8$ *cm ,* $d_P = 2$ *cm og ;*

$$A_m = \pi \cdot r_m{}^2; \quad r_m = 2.9 \text{ cm}, \quad d_m = 0.1 \text{ cm}.$$

Dielektrisitetskonstanten er: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\, Fm^{-1}$. *Beregn denne i Excel.*

5: Bestem dielektrisitetskonstanten til et plastmateriale *(kan velges bort).*

Bruk en Leybold kondensator med et tilkoblet Neva elektrometer. Legg en viss spenning (ca. 500 V) på dette systemet. Les av spenningen mellom platene, sett en plastskive inn mellom kondensatorplatene og les av spenningen, ta den ut igjen og les av spenningen pånytt.



Oppsett for måling dielektrisitetskonstant i plast

Platekondensatoren (C_p) og kondensatoren til Neva potensialmåler (C_n) er koblet i parallell. Når det sitter en ladningsmengde Q på disse, som er isolert fra jord, vil spenningen (V_1) bli:

$$Q = C \cdot V = (Cp + Cn) \cdot V_1$$

Dersom rommet mellom platene er fylt med plast (p), som har relativ dielektrisitetskonstant ε_r, vil kapasitansen og dermed spenningen (V_2) endres;

$$Q = C_2 \cdot V_2 = (C_p^p + C_n) \cdot V_2, \qquad \text{der,} \qquad C_p^p = \varepsilon_r \cdot C_p$$

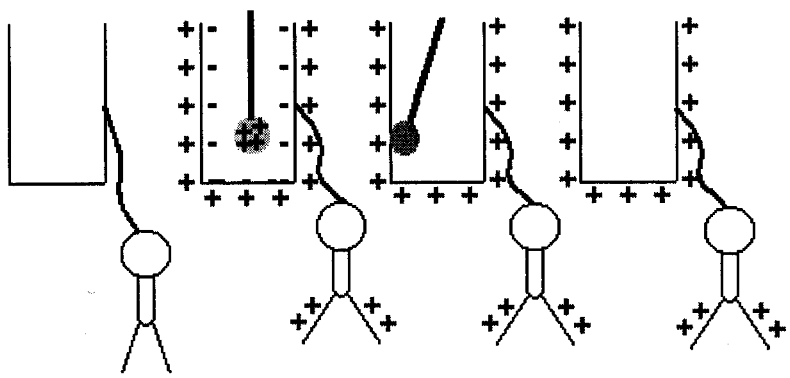
Når disse likningen løses mhp ε_r fås: $\varepsilon_r = \frac{V_1}{V_2} + \frac{C_n}{C_k} \cdot (\frac{V_1}{V_2} - 1)$

V_1 og V_2 leses av på elektrometeret, og C_k og C_n måles med et AVO meter.

Prinsippet for måling av ladninger ved bruk av Faraday bur

For å måle ladninger med *faradaybur* og et *elektrometer* er den prinsipielle framgangsmåten vist i figuren nedenfor. En gjør som følger:

-Før ladningsøsa med ladningen ned i buret (figur 2 fra venstre).
-La øsa berøre den innvendige veggen av buret (figur 3 fra venstre). Dette operasjonen er ikke nødvendig.
-Les av spenningen på elektrometeret og beregne ladningen (figur 4 fra venstre).



Fardaybur med elektrometer. Fra venstre: Buret med elektrometer. En ladning føres inn i buret. Ladningsøsa berører veggen og indre vegg og øse blir elektrisk nøytral. Ladningen og spenningen fra ytre vegg er proporsjonale, og når spenningen måles, kan ladningen bestemmes.

Ulike typer elektrometere

Et elektrometer er et instrument som kan måle spenning uten å trekke strøm, noe som et voltmeter vil gjøre.

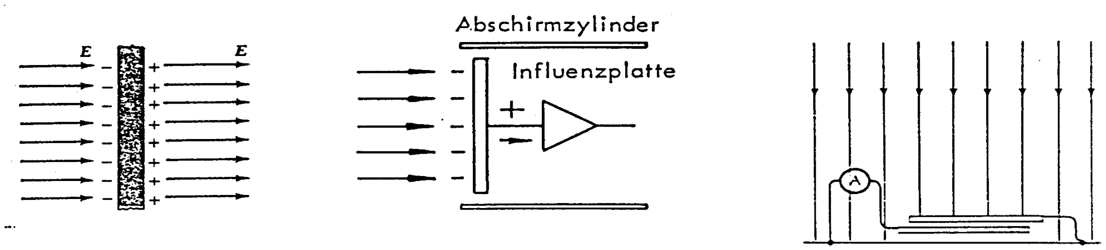
a: Influenselektrometeret (Neva måleren)

En kan utforme en feltmåler/spenningsmåler som er basert på ladningsinfluens. Plasseres en elektrisk leder (her kalt influensskive) i ett homogent elektrisk felt med feltstyrke E, vil det influeres like store og motsatte ladninger på overflatene (se figuren under, venstre del). Dette følger av Gauss`lov, som sier at indusert overflate-ladningstetthet (σ) er proporsjonal med feltet (E) som kommer inn mot overflaten:

$$\sigma = \frac{E}{\varepsilon_0}$$

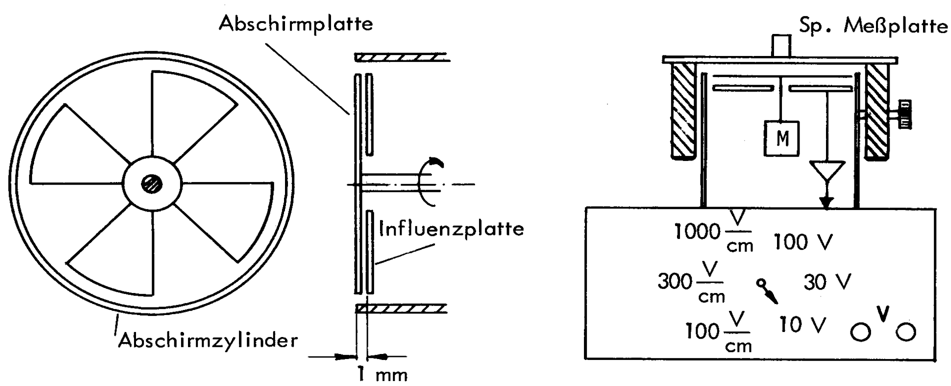
ε_0 er dielektrisitetskonstanten. Dersom E-feltet plutselig skrues på, vil det strømme ladning inne i lederen inntil likevekt er nådd, som vil si at det ligger det ladninger Q og – Q på motsatt side av metallskiva. ($Q = \sigma \cdot A$, A er arealet av influensskiva, se figuren under).
Det er lettere å måle disse strømmene når influensskiva forbindes med jord (se midterste del av figuren). Da vil ladningsadskillelsen bli mellom jord og influensskiva, og det går strøm i ledningen mellom influensskiva og jord. Dersom E-feltet vekselvis slås av og på (ved hjelp av en roterende skive over influensplata, se figur til høyre, vil det gå en vekselstrøm i ledningen. Denne vekselstrømmen lar seg lett forsterke og måle og er proporsjonal med det elektriske feltet.

Influensskive | *Influensskive, med forbindelse til jord* | *Influensskive, med roterende skive over*



Prinsippet for E-feltmåleren

Elektrometer basert på feltmåleren.. Feltmåleren over lar seg lett omforme til en potensialmåler (se figuren under).



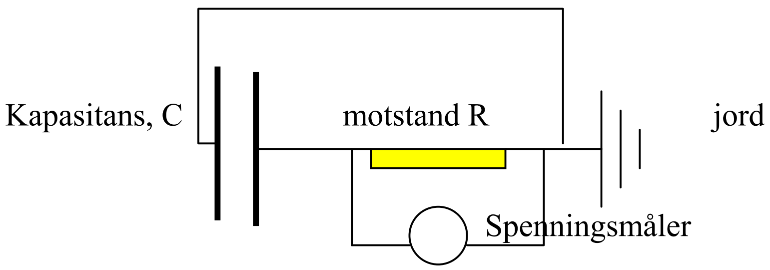
Feltmåleren med tilsats for potensialmålinger

Dette gjøres ved å sette en måleplate (Messplatte) i en viss avstand (avstand *l*) over influensskiva i feltmåleren, se figuren over til høyre. Potensialet fra målestedet forbindes ved hjelp av en ledning til måleplata, og målestedet, forbindelsesledningen og måleplata utgjør en ekvipotensialflate.
Måleplata og influensplata utgjør en platekondensator (se figuren). Det er en nær sammenheng mellom potensialet (V) som skal måles, og feltstyrken (E) i denne kondensatoren:

$$V = E \cdot l$$

Den nederste kondensatorplata (influensskiva) legges oftest på jord. Med en fast avstand (*l*) mellom måleplate og influensplate, vil det derfor være proporsjonalitet mellom potensial og feltstyrke. Når store potensialer skal måles, brukes større avstand (*l*),og instrumentet får da en annen kalibreringsfaktor.
Det går altså ingen strøm fra måleplata til influensplata, og en sier gjerne da at instrumentet har uendelig indre motstand.

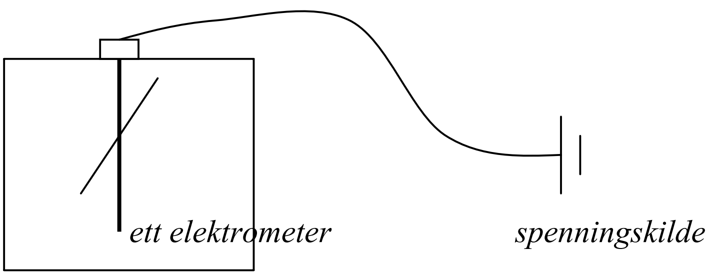
b: Spenningsmåler med høy inngangsmotstand.
Pasco elektrometeret (*Pasco charge*) er en spenningsmåler (*V*) med høy inngangsmotstand. Den store inngangsmotstanden sikrer at ladningen ikke lekker bort fra måleobjektet mens en utfører målingen.



Elektrometer basert på stor utladningsmotstand

Skal den totale motstanden være stor, må både lekkasjemotstanden (R) og motstanden i spenningsmåleren være stor, siden de er koblet i parallell. Tidskonstanten til instrumentet, som bestemmer hvor fort ladning lekker til jord, er produktet av motstand og kapasitans. Ladningen beregnes ved bruk av sammenhengen $Q = C \cdot V$, dere C er kapasitansen til objektet (*Faradayburet; C=140pF*). Denne bestemmes ved måling og brukes ved beregning av *Q*.

c: Vektarm-elektrometer.
Den *vanlige* formen for et elektrometer er vist i figuren under:



Vektarmelektrometer

Et elektrometer består av to elektrisk isolerte metalliske vektarmer, der den nederste delen av den bevegelige armen er litt tyngre enn den øverste. Når disse påføres ladning, vil armene sprike og vinkelen mellom armene er et mål for ladningen på elektrometeret. Er spenningen fra kilden V, vil ladningen *Q* på elektrometeret være; $Q = C \cdot V$, der *C* er kapasitansen til elektrometeret i forhold til jord. Kapasitansen til dette elektrometeret vil variere med vinkelen mellom vektarmene og det er en ikke lineær sammenheng mellom utslagsvinkel og spenning/ladning. En variant av dette er *kvadrantelektrometeret*, som har fire armer.

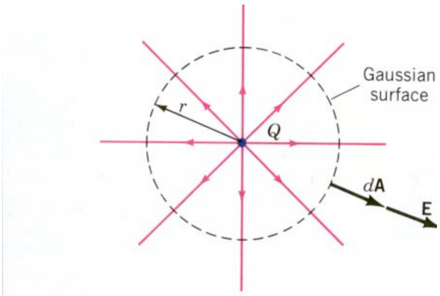
Bakgrunnsstoff

1. Felt og spenning rundt ladet kule

Felt i fritt rom fra punktladning

Det elektriske feltet (**E**) rundt en punktladning Q i vakuum er romlig isotropt og rettet i radiell retning ut fra ladningen;

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}. \qquad \textit{Elektrisk felt rundt punktladning} \quad (1)$$



Feltlinjer fra punktladning

Vakuumpermittiviteten $\varepsilon_0 = 8.85\cdot10^{-12}$ F/m. Gyldigheten av (1) forutsetter at punktladningen befinner seg i fritt rom.

Når en tar flateintegralet av feltstyrken over en lukket flate rundt ladningen, fås Gauss' lov:

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \textit{Gauss lov} \qquad (2)$$

Denne loven sier at den totale fluksen av elektrisk felt gjennom en lukket flate er proporsjonal med ladningen innenfor flaten. Loven har generell gyldighet, så lenge integrasjonsflaten lukker ladningen inne kan flaten ha vilkårlig form. Dessuten kan ladningen være vilkårlig fordelt over et endelig volum innenfor integrasjonsoverflata.

Elektrostatisk energi til en ladning er *arbeidet* (ΔW), med minusfortegn, som må utføres for å flytte denne punktladningen fra et sted til et annet i et område med feltlinjer fra andre ladninger. *Potensiell energi* er elektrostatisk energi pr. ladningsenhet, og *spenningen* er *forskjellen* mellom denne potensialfunksjonen $V(\mathbf{r})$ i to punkter. Som referansepunkt brukes uendelig stor avstand, hvor potensiell energi settes lik null, etter overenskomst. Etter dette kan vi skrive:

$$V = -\frac{\Delta W}{Q} = -\int_{r=\infty}^{R} \vec{E}\cdot d\vec{r} \qquad \textit{elektrisk potensial} \quad (3)$$

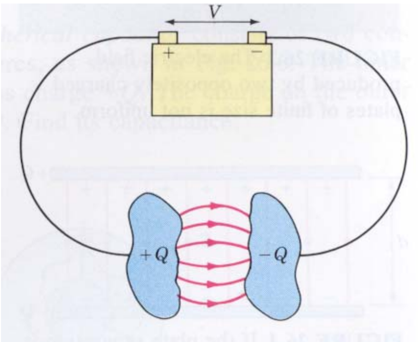
Utføres denne integrasjonen for E-feltet fra en punktladning, fås:

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad \textit{potensial rundt ladningen Q} \quad (4)$$

Dette uttrykket er også gyldig når ladningen Q ligger på en metallisk kule. Når vi lar den vilkårlige radien være kuleradius R, blir (4) potensialet på kuleoverflaten. Potensialet i uendelig (som i praksis er jord) er null, slik at (4) gir spenningen mellom kuleoverflata og jord. Denne likningen gir følgende sammenheng mellom ladning Q og spenning V til en kule;

$$Q = CV \quad , \text{ der } \quad C = 4\pi\varepsilon_0 R \qquad \textit{kapasitans for kule} \quad (5)$$

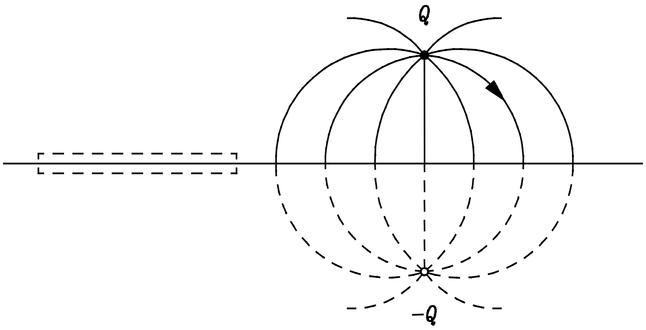
For at uttrykket for kapasitansen til kula gitt over skal være gyldig, må den være alene i rommet, eller holdes langt unna andre ledere. Dette uttrykket, $Q = CV$, gjelder også generelt. Dersom en har to ledere isolert fra hverandre med ladninger $\pm Q$, av vilkårlig størrelse, form og innbyrdes avstand, vil en ha samme avhengighet mellom ladning Q og spenningsforskjell V mellom dem, se figuren under. Proporsjonalitetskonstanten mellom ladning og spenningsforskjell kalles *kapasitansen C*, og defineres som *forholdet mellom ladningen på en av lederne og spenningsforskjellen mellom dem.* C måles i coulomb/volt, dvs. farad eller F. C vil avhenge av geometrien til legemene og avstanden mellom dem. Kapasitansen er altså et mål for hvor mye ladning et legeme har pr. spenningsenhet (volt).



En vilkårlig kondensator. Tilførsel av spenning gir ladning, og omvendt.

2 Felt fra punktladning utenfor ledende plan

Hvordan blir feltlinjene fra en punktladning som befinner seg utenfor et ledende plan? Vi tenker oss da en *virtuell* punktladning plassert symmetrisk i forhold til den opprinnelige, reelle punktladningen, men med motsatt fortegn. Feltlinjene for denne fiktiv *dipolen* står av symmetrigrunner alltid normalt på metallplaten, slik de må gjøre og dipollinjene over metallplaten tilsvarer de *reelle* feltlinjene. Denne "speilings"-effekten, som er vist skjematisk i figuren under, skyldes i virkeligheten at de frie elektronene i metallet omgrupperer seg slik at det *tilsynelatende* blir en punktladning $-Q$ i symmetrisk posisjon.

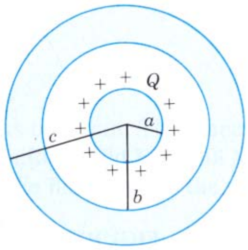


Feltlinjer (skjematisk) for en positiv ladning som speiler seg i en perfekt ledende metallplate.

Hvis punktladningen kommer tilstrekkelig nær metallplaten blir det etter Coulombs lov en målbar kraftvirkning mellom ladning og plate. Ioner og elektroner i nærheten av metalloverflater utsettes f. eks. for denne kraften.

3. Felt mellom kule og konsentrisk og ledende kuleskall

Figuren under viser en ladet kule (ladning Q) med radius a som er konsentriskt et nøytralt metallisk kuleskall med indre og ytre radius b og c. Dette systemet er en idealisering av Faradaybøtten. Feltet i mellomrommet, $a \le R \le b$, er gitt av Gauss`lov:



En ladet kule omgitt av en konsentriskt kuleskall; en idealisering av Faradaybøtten

$$\oint E(R) \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \qquad \text{som gir:} \quad E(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^2} \quad \text{(som lign. 1)}$$

Inne i kuleskallet er feltet lik null, siden det er laget av metall, og dersom vi legger en kuleformet Gaussflate i området $b \le R \le c$, blir $\oint E(R) \cdot dA = 0$. Det vil si at samlet ladning innenfor denne flata null. Det betyr at ladningen på innsida av kuleflata er –Q, like stor og motsatt som ladningen på kula i sentrum. Når vi tilslutt legger en Gaussflate med $R>c$, blir det elektriske feltet igjen:

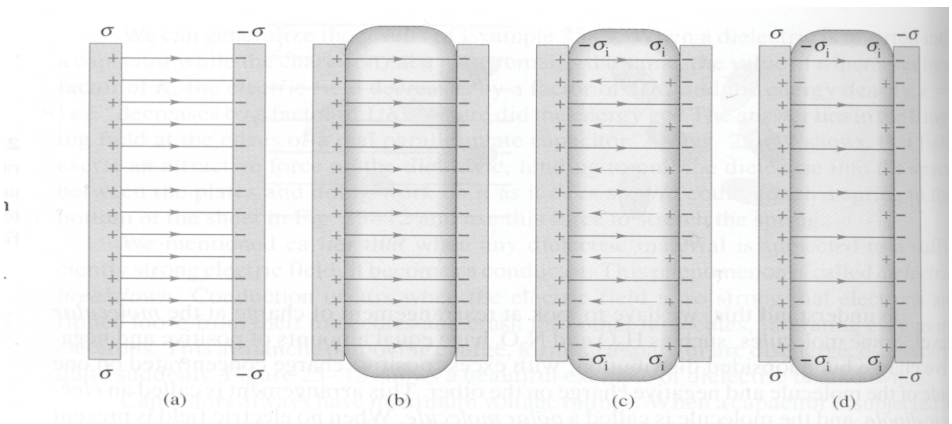
$$E(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^2}, \qquad \text{siden kuleskallet totalt er elektrisk nøytralt.}$$

Når vi bringer den indre kula i kontakt med innerveggen av kuleskallet, blir den en del av samme ekvipotensialflate. Dessuten må samlet ladning være null, igjen som følge Gauss lov. Den opprinnelige ladningen på kula har flyttet seg til utsiden av kuleskallet.
Når vi kjenner kapasitansen til kuleskallet og måler spenningen det har fått i forhold til jord, kan ladningen bestemmes.
Faradaybøtta fungerer på tilsvarende vis: Når ladningen Q på øsa har kommet helt inn i buret vil den influere -Q og +Q på innsiden/utsiden av sylinderveggen. Når øsa berører innsiden, vil bare Q ladningen sitte igjen på utsiden. Denne gir opphav til spenningen V i forhold til jord, og når denne måles ved hjelp av elektrometeret, kan ladningsmengden bestemmes ved likn. 5; $\quad Q = CV$

4. Felt mellom kondensatorplater

Vakuum

Til venstre i figuren (a) under er det vist to motsatt ladede- og ledende plater i vakuum med ladning $\pm Q$. Den innbyrdes avstanden er d og platearealet er A.



(a) Elektrisk felt mellom to ladde plater. (b) Et dielektrisk materiale fylles inn mellom platene.

(c) Induserte overflateladninger i materialet. (d) Resultantfelt i materialet.

Overflate-ladningstettheten på platene blir da:

$$\sigma = \pm Q / A. \qquad (6)$$

Mellom platene, og langt unna kantene, må det elektriske feltet av symmetrigrunner stå normalt på platene og være uniformt fordelt i hele volumet. For å finne feltet mellom kondensatorplatene brukes vi Gauss` lov (likn. 2), og en liten sylinder legges inn som Gaussflate. Denne står normalt på en av platene og med den ene endeplaten inne i metallet, hvor det er null felt, og den andre ute i vakuum, hvor feltstyrken er E_0. Endeflate arealet til sylinderen kan kalles S (se figuren).

$$E_0 \cdot S = \sigma \frac{S}{\varepsilon_0} \qquad (7)$$

Likning (7) medfører at; $$E_0 = \sigma / \varepsilon_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \qquad (8)$$

Siden feltet E_0 er konstant i området mellom platene, blir potensialforskjellen mellom platene, som er integralet av feltstyrken (se likn. 3) ;

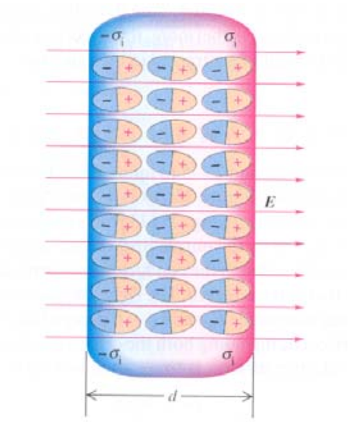
$V = E_0 \cdot d$, som sammen med likn. 8 gir: $V = Q / (\varepsilon_0 A / d)$ (9)

Platene kan lagre ladning og virker følgelig som en *kondensator* med kapasitans

$$C = \varepsilon_0 A / d \qquad \textit{kapasitans til platekondensator} \qquad (10)$$

Dielektrikum

Hvis det plasseres et ikke-ledende materiale i feltet mellom platene vil materialet *polariseres*. Denne prosessen er enklest å forstå når molekylene i stoffet, som f. eks. i vann, er dipoler. Elektriske dipoler er motsatte ladninger i en viss avstand fra hverandre. Det ytre feltet vil orientere dipolene og det vil bare bli nettoladning ved overflaten av stoffet (se figuren).



Et dielektrikum består av dipoler som retter seg inn i feltet.

Dette medfører at feltet inne i det dielektriske stoffet blir mindre. Størrelsen av feltet inne i materialet bestemmes igjen av Gauss` lov (se høyre del av figuren, d):

$$E \cdot S = (\sigma - \sigma_i) \cdot S / \varepsilon_0, \qquad \text{eller} \qquad E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0} \qquad (11)$$

Overflateladningstettheten på kondensatorplatene og dielektrikum er σ og σ_i, henholdsvis. Tettheten av dipoler i materialet, kalt polarisasjonen, er definert slik:

$$P \equiv \frac{Np}{Ad} \qquad \textit{polarisasjonen,} \tag{12}$$

der N er antallet dipoler i stoffet, Ad er volumet (*A er arealet og d tykkelsen av materialet*) av materialet og p er dipolmomentet til molekylene, $p = ql$, der l er avstanden mellom ladningene.
Det er en nær sammenheng mellom polarisasjonen og overflate-ladningstettheten til materialet. Polarisasjonen er like stor overalt i legemet, og en kan derfor legge inn ett volum i overflaten av legemet med samme areal A og med tykkelse l, som er avstanden mellom ladningene i dipolen. Da kan en skrive:

$$P = \frac{n \cdot ql}{Al} = \frac{n \cdot q}{A} = \frac{Q_A}{A} = \sigma_i \tag{13}$$

n er antallet ladninger i volumet Al, som da også er antallet ladninger som sitter på overflata, Q_A, og som dividert med arealet gir indusert overflateladningstetthet, σ_i.
Det er en fysisk lovmessighet at polarisasjonen av et legeme er proporsjonal med det ytre elektriske feltet det utsettes for:

$$P = \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot E \qquad \textit{polarisasjonen sfa feltstyrke} \tag{14}$$

der χ kalles den *elektriske suceptibiliteten* til stoffet. (Når feltene er sterke kan P også avhenge av høyere ordens potenser i E). Ved bruk av likn. 11 fås:

$$E = \frac{Q/A - \chi \cdot \varepsilon_0 \cdot E}{\varepsilon_0}, \quad \text{som løst mhp. } E \text{ gir:} \quad E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A \cdot (1+\chi)} \equiv \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A} \tag{15},$$

der,

$$\varepsilon_r \equiv 1 + \chi, \quad \textit{som kalles den relative permittivitet, eller dielektrisitetskonstanten} \tag{16}$$

Når vi videre bruker at; $V = E \cdot l$, fås for kapasitansen til platene med dielektrikum:

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad \textit{platekondensator med dielektrikum} \tag{17}$$

Den relative elektriske permittivitet blir, ut fra likn. 15, forholdet mellom feltstyrken mellom kondensatorplatene uten og med dielektrikum:

$$\varepsilon_r = \frac{E_0}{E} = \frac{V_0}{V} \tag{17a}$$

Selv om de individuelle induserte dipolene i et dielektrikum er små kan virkningen være stor for kapasitansen. Dette skyldes at antall atomer i et makroskopiske volum er høyt; av størrelsesorden Avogadros tall. Plastmaterialer har for eksempel en statisk relativ permittivitet som ligger i området 2 – 4. Vann har en permittivitet i nærheten av 80. For krystallen strontiumtitanat er det rapportert en verdi på 233 - som dessuten kan øke ytterligere noen størrelsesordener ved avkjøling til 4.2 K.

Hva skjer hvis du øker spenningen på en kondensator? Siden ladningen på platene er proporsjonal med spenningen øker polarisasjonen, ifølge (14). Hvis spenningen blir tilstrekkelig stor kan en dessuten få overslag. Dette innebærer transport av ladning mellom kondensator-platene, og kondensatoren blir utladet. I luft kan en få gnistdannelse. I et dielektrikum kan det dannes ledende kanaler, som kan ødelegge kondensatorvirkningen. Den dielektriske *holdfastheten* angir den kritiske feltstyrken som dielektrika og isolatorer tåler. I isolatormaterialet porselen er holdfastheten typisk 50 kV/cm, som tilsvarer et relativt sterkt elektrisk felt.
Legg merke til at likning (11) gir

$$E = \frac{\sigma - P}{\varepsilon_0} \qquad (18)$$

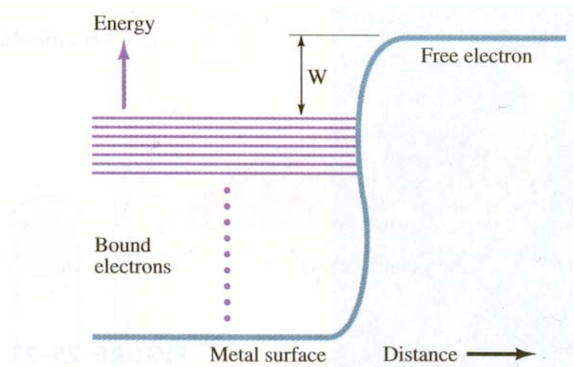
dvs. $\sigma = \varepsilon_0 E + P$. Det er praktisk å innføre vektorfeltet $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$. Av historiske årsaker kalles D-feltet for *elektrisk forskyvning*. Gauss' lov (2) kan skrives

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q_{fri} \qquad (19)$$

Her refererer Q_{fri} til "vanlige" ladninger; bidrag fra mikroskopiske, induserte dipoler er inkludert i **D**-feltet.

5. Kontaktelektrisitet

Både i metaller og dielektrika er elektroner bundet til stoffet. I metaller kan de bevege seg innenfor hele metallstykket, i dielektrika er de bundet til atomer.



Energetiske forhold i et metall

Figuren viser det elektriske potensialet for elektroner som funksjon av sted i grenseområdet mellom metall og luft. W kalles arbeidsfunksjonen (work function) og er den energien som må til for å løsrive et bundet elektron fra metallet. Ulike metaller har forskjellige W, og når de kommer i fysisk kontakt, vil elektroner strømme fra det ene stoffet til det andre inntil de har like store W. Dermed blir stoffene positivt og negativt ladet. Slik er det også for dielektrika, bortsett fra at dette skjer bare i kontaktpunktene mellom stoffene.

Generering og forflytning av av ladninger

I forsøkene skal vi generere målbare nettoladninger ved etter tur å gni tre små skiver, bestående av ulike (og ukjente) materialer, mot hverandre. Ved gnidning blir det en netto transport av elektroner fra det ene materialet til det andre.
Hvis en berører et område på et oppladet legeme med et stykke metall, vil en del av ladningen rundt berøringsområdet flyte over på metallstykket. Dette skjer inntil potensialet på legemene blir like, som medfører forskyvning av ladning med tilhørende nye elektriske felter. Hvis metallstykket er isolert kan vi flytte ladning fra det ladete legemet. På denne måten kan den lokale ladningsfordelingen kartlegges.