

## ***Magnetisk felt og fluks***

### *Innledning.*

*Kontroll av statiske og tidsavhengige magnetfelt er viktig. Ofte er det ønskelig å generere felter av en bestemt styrke og retning. Dette skjer i praksis ved å sende elektriske strømmer i et spolesystem; alternativt kan det være ønskelig å skjerme ut magnetfelter.*

*Et magnetisk felt som endrer seg med tiden vil generere elektromotoriske spenninger i ledningssløyfer; magnetisme og elektrisitet er gjensidig avhengige fenomener.*

*I denne oppgaven får du erfaring med å måle statiske magnetfelter med Hall-probe, som er et av flere mulige instrument for måling av magnetfelt. Tidsavhengige felt vil bli studert ved å måle induerte spenninger med bruk av datalogging.*

### ***Laboratorieoppgaver***

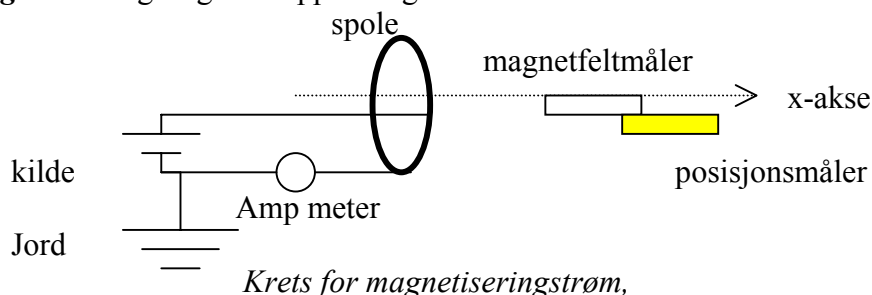
**1** Send like strøm (ca 1 A) gjennom den største spolen. Mål magnetfeltet langs spoletaksen som funksjon av avstand  $x$  fra spolens sentrum ved bruk av Pasco dataloggingsystemet. Sammenlign eksperimentelle med teoretisk forventet resultater ved å framstille dem i samme diagram.

**2** Observer induert spenning i den minste spolen generert fra den største ved bruk *sinus*, *trekant* og *firkantspenning* i den store spolen. Kontroller at teoretisk induert spenning i spolen stemmer med målinger ved bruk av trekant og firkant og trekantspenning og diskuter eventuelle avvik.

**3** La en liten stavmagnet falle gjennom en ledersløyfe og mål induert elektromotorisk kraft i sløyfen. Finn B-feltet i jernet og kommenter resultatet.

### Kommentarer til oppgavene:

**Oppgave 1:** Lag følgende oppstilling:



Send ca 1 Ampere gjennom spolen, og mål denne strømmen med et Amperemeter. Magnetfeltnåleren festes til en posisjonsmåler, og avlesningsverdiene fra begge målerene føres til Pasco loggesystemet. Bruk følsomhet 10x på magnetfeltnåleren med enhet Tesla. Posisjonsmåleren innstilles på *position linear*. Framstill målt magnetfelt mot mål avstand  $x$  fra sentrum i spolen.

Den teoretiske funksjonsavhengigheten kan beregnes i Datastudio ved bruk av Calculator. Uttrykket for magnetfeltet ( $B(x)$ ) i avstand  $x$  fra spolens sentrum er:

$$B(x) = \frac{\mu_0 NI}{2R_m} \left[ 1 + \frac{x^2}{R_m^2} \right]^{-\frac{3}{2}}$$

Det kan være flere grunner til en ikke får fullstendig overensstemmelse mellom teori og målinger. I det teoretiske uttrykket inngår størrelsene  $I$  (strømmen i spolen)  $R_m$  (radius i spolen) og  $x$ , som alle er beheftet med måleusikkerhet. Videre, selv om det heter seg at vi skal stole på målingene, kan vi ikke alltid regne med at målerene er kalibrert, og ofte kan instrumenter vise feil på ca 5%.

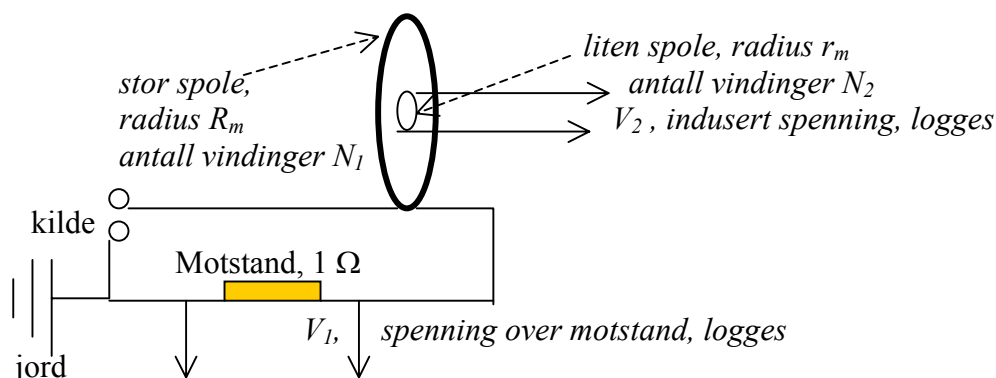
Usikkerheten i den teoretiske verdier for B-feltet som skyldes strømmer og spoleradius kan finnes fra usikkerhetsberegning.

$$\frac{\sigma_B}{B} = \sqrt{\left( \frac{\sigma_I}{I} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{R_m}}{R_m} \right)^2}$$

Den relative usikkerheten i strømmålingen anslås til 2% ( $\frac{\sigma_I}{I} = 0.02$ ) og usikkerheten i spoleradius anslås til 0.5 cm ( $\sigma_{R_m} = 0.5 \text{ cm}$ ).

## Oppgave 2

Bruk følgende oppkobling.



Krets for magnetisringsstrøm og induksjonspole.

Figuren viser spenningskilden og kretsen, som består av den store spolen og en motstand i serie. Over en motstand er strøm og spenning proporsjonale, og når motstanden velges lik  $1 \Omega$ , vil verdien av målt spenningsfall bli like stor som strømmen gjennom motstanden ( $V = R \cdot I$ ). Den samme strømmen fortsetter inn i den store spolen, hvor den årsaker et magnetfelt. I sentrum av den store spolen står den lille, hvor det induseres en spenning. Den elektromotoriske kraften som induseres i den lille spolen er:

$$-\varepsilon = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \frac{d(A \cdot B)}{dt} = N_2 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} = N_2 \cdot A \cdot \left( \frac{\mu_0 \cdot N_1}{2 \cdot R_m} \right) \cdot \frac{dI}{dt} \equiv F \cdot \frac{dI}{dt},$$

der faktoren F er sammensatt av størrelsene:  $F \equiv \mu_0 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \frac{\pi \cdot r_m^2}{2 \cdot R_m}$

der  $A = \pi \cdot r_m^2$  er arealet til den lille spolen, som står i sentrum av den store ( $x = 0$ , se uttrykket for B). Av dette ser en at det er den deriverte av strømmen som må bestemmes. Husk bruk av felles jord når du kobler *Voltage sensor* over motstanden. Faktoren (F) kan beregnes i Excel;

my null	1.25664E-06
N1	200
N2	2000
rm	0.015
Rm	0.102
F(faktor)	0.00174

### Når det brukes firkantspenning:

I følge Kirchhoffs II lov er summen av potensialfall rundt en ledersløyfe lik null.

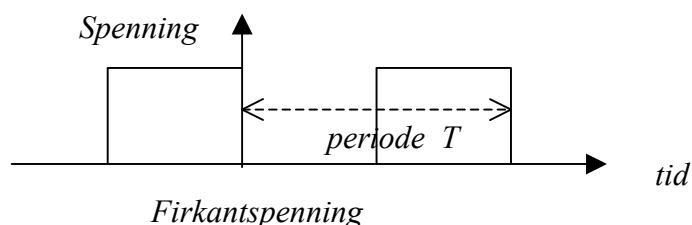
Det betyr at kildespenningen ( $V_k$ ) er like stor og motsatt som summen av spenningene over motstanden ( $V_R$ ) og spolen ( $V_L$ ), som videre er lik;

$$V_R = R \cdot I, \quad \text{og}; \quad V_L = L \cdot \frac{dI}{dt}, \quad \text{altså:} \quad V_k = V_R + V_L = R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Løsningen av differensiallikningen over er:

$$I(t) = I_0 \cdot \exp(-t/\tau), \quad \text{der } \tau \text{ er tidskonstanten til RL kretsen; som er; } \tau = \frac{L}{R}.$$

$I_0$  er strømmen når  $t = 0$ .



**Anbefalinger:** Bruk en frekvens på 20 Hz, en loggefrequens på 2000 Hz, og en loggetid på 0.1 sekunder.

Finn tidskonstanten til kretsen ved kurvetilpasning (Natural exponent fit) og fra dette selvinduktansen  $L$ .

*Hint:* Tilpasningsprogrammet gir ut parameteren;  $k \equiv \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L}$ . Om du for eksempel bestemmer  $k = 480 \text{ s}^{-1}$ , vil

du finne  $L$  til å være:  $L = \frac{R}{k} = \frac{(6.8 + 1)\Omega}{480 \text{ s}^{-1}} \approx 16 \text{ mH}$  (milliHenry). Motstanden i kretsen består både av  $1 \Omega$  motstanden og den Ohmske motstanden til spolen ( $6.8 \Omega$ ).

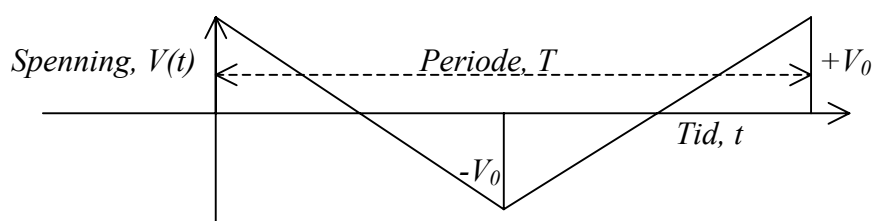
Den deriverte av strømmen er;  $\frac{dI}{dt} = -I_0 \cdot k \cdot \exp(-kt)$ , og innsettes  $t = 0$ , fås den initielle strømendringen;  $\frac{dI}{dt}(t = 0) = -I_0 \cdot k$ . Kontroller at målt initiell verdi til induisert spenning stemmer overens med teoretisk forventet verdi:

Tabell

Målt $I_0$ , Amp	$k$ , eksponentiell konstant, $\text{s}^{-1}$	Teoretisk initiell ind. Spenning; $I_0 \cdot k \cdot F$	Målt initiell induisert spenning, volt

**Bruk av trekantspenning:**

Formen til en trekantspenning er antydnet i figuren under;



Trekantspenning

og den kan beskrives slik:  $V(t) = \pm V_0 \mp k \cdot t$ , der de øverste fortegnene gjelder når spenningen synker og de nederste når spenningen stiger.  $T$  er perioden, som er inversverdien av frekvensen;  $T = \frac{1}{f}$ . Den deriverte av strømmen ( $I = V/R$ , Ohms lov) blir:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{1}{R} \cdot (\mp k) = \frac{1}{R} \cdot (\mp) \cdot \frac{2V_0}{T} = (\mp) \cdot \frac{4V_0 \cdot f}{R} = (\mp) \cdot 4I_0 \cdot f$$

Med samme oppsett som over, logges strømmen gjennom  $R$ , som er  $1 \Omega$ , og den induerte spenningen i den lille spolen. Mål ut platåverdien til induert elektromotorisk spenning fra Datastudio (bruk xy cursor) og sammenlikne med forventet verdi fra likningen over. Bruk også *fit linear* tilpasningen i Pasco til å finne den deriverte av strømmen.

Tabell

Teoretisk $(dI/dt)_t$ $4I_0 \cdot f$	Målt $dI/dt$ ( <i>slope</i> fra <i>linear fit</i> )	Teoretisk Indusert spenning; $(F \cdot 4I_0 \cdot f)$ , Volt	Målt induert spenning, Volt

I disse beregningene er den gjensidige induktansen neglisjert, det vil si at strømmen som dannes i den lille spolen lager et magnetfelt som induerer strømmer i den store spolen.

### ***Sinusspenning***

Da blir kretslikningen:

$V_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt} \approx R \cdot I$ . Ved små frekvenser er det andre leddet lite i forhold til

det første. Da blir:  $\frac{dI}{dt} = \frac{V_0}{R} \cdot \frac{d \sin(\omega t)}{dt} = \frac{V_0}{R} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) = I_0 \cdot 2\pi f \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ .

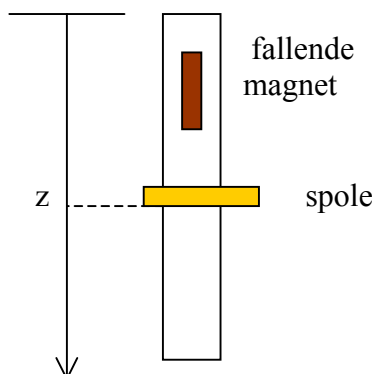
Den induerte spenningen forventes altså å øke proporsjonalt med frekvensen. Mål ut amplitude til induert spenning og framstille denne mot frekvensen. En ser at den induerte spenningen er faseforskjøvet med  $90^\circ$  i forhold til strømmen.

Tabell

Frekvens, Hz	Amplitude for strøm, $I_0$ , Amp	$I_0 \cdot 2\pi f$	Ind. Spenning (teoretisk); $I_0 \cdot \pi f \cdot F$	Amplitude til indusert spenning ( $V_{ind}$ ), V
10				
20				
30				
40				

### Oppgave 3

Figuren under viser en magnet som faller gjennom en spole og den vil da indusere en elektromotorisk spenning i spolen.



En magnet som faller gjennom en spole.

I følge induksjonsloven blir den induserte spenningen ( $\varepsilon$ ) i sløyfa;

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{som gir:} \quad \Phi(T) = \frac{1}{N} \int_0^T \varepsilon(t) \cdot dt$$

Dersom vi altså integrerer den målte induserte spenningen, vil vi få et bilde av hvorledes den magnetiske fluksen ( $\Phi$ ) gjennom spolen til enhver tid ( $T$ ) er, som er den magnetiske fluksen fra magneten som passerer gjennom spolen. Bruk *integrate* in Pasco og diskuter resultatet i forhold til det en vet om feltbildet rundt en stavmagnet (se Fig.2b).

Når magneten er symmetrisk plassert inne i spolen, vil den magnetiske fluksen skyldes feltet i jernet, som er rektangulært formet med tverrsnittsareal;  $A = 0.6\text{cm} \times 1.2\text{cm} = 0.72\text{cm}^2$ . Les av maksimal fluksverdi  $\Phi$  og finn  $B$  feltet i jernet;  $B = \frac{\Phi}{A}$  Sammenlikne dette med målt  $B$ -felt så nært jernet som mulig, ved bruk av magnetfeltmåler.

En kan også finne fluksen  $\Phi$  som funksjon av sted  $z$ .

I følge lovene for fritt fall er:  $z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ , der  $g$  er tyngdens akselerasjon,  $t$  er tiden regnet fra

start av logging som også er tidspunktet når magneten slippes fra toppen av røret (start logging og slipp magneten samtidig, det er best om samme person gjør dette).  $z$  kan finnes som funksjon av  $t$  ved bruk av *Calculate*. Tidsaksen genererer du ved bruk av *Model range (from, to, steps = 0s, 1s, 1000)*. *Steps* er antall loggninger i tidsrommet  $1s$ , dersom du har brukt en loggefrequens på 1000 Hz. Framstill  $B$  som funksjon av  $z$  og diskuter resultatet.

## Måling av magnetfelt

### Hallproben

Det er utviklet mange typer magnetometre, med følskjellig følsomhet. I våre målinger skal vi benytte en Hallprobe. Instrumentet består essensielt av en strømkilde som sender en konstant strøm gjennom en halvleder. Halvlederen har typisk utstrekning noen  $\text{mm}^2$ , og har et bestemt antall  $n$  frie ladningsbærere pr. volumenhet. Proben plasseres i magnetfeltet som skal måles. Når ladningsbærerne, elektroner i vårt tilfelle, med ladning  $e$  beveger seg med hastighet  $\mathbf{v}$  i et magnetfelt  $\mathbf{B}$  blir de bøyd av til den ene siden av lederen. Avbøyningen fører til at det blir flere elektroner på avbøyningssiden. Det bygges derved opp et elektrisk felt  $\mathbf{E}$  som står vinkelrett på både magnetfeltet og retningen til den elektriske strømmen. Når dette elektriske feltet er sterkt nok til å hindre flere elektroner i å bevege seg til siden inntreer det en likevekt, se fig. 4a.

Spenningen  $V_H$  som feltet setter opp kalles for Hallspenningen og kan finnes fra uttrykket for Lorentzkraften, likning (12),

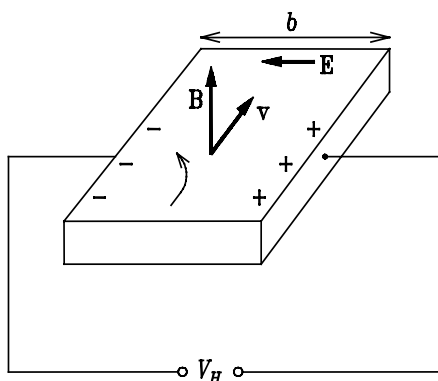
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

ved å kreve at  $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$ . Siden  $E = V_H/b$ , der  $b$  er bredden på lederen, og siden strømmen er:  $I = nev \cdot (bt)$  ( $t$  er tykkelsen til Hallelementet,  $n$  er tettheten av ladningsbærere) får vi:

$$V_H = BIR_H / t$$

der Hallkonstanten er definert ved  $R_H = 1/(ne)$ .  $n$  er antall ladningsbærere pr. volumenhet.

Den målte Hallspenningen er proporsjonal med magnetfeltet  $B$ . Gjennom en kalibreringsprosess kan sammenhengen mellom målt hallspenning og magnetfelt etableres, og utlesningsenheten for spenning graderes direkte i tesla eller gauss.



Hallelement



Nullfeltkammer

Selve målesonden til en hallprobe kan være enten plan eller sylinderformet. I det første tilfellet måles alltid komponenten av magnetfeltet som står normalt planet. I det siste tilfellet måles den aksiale komponenten. Hvis fortegnet på den avleste komponenten er positivt, betyr det at feltlinjene går inn i den aksiale proben. Å kartlegge det lokale magnetfeltet fullt ut i forbindelse med f.eks malmløsing innebærer at *tre* feltkomponenter må finnes.

### Nullfeltkammeret

Kalibreringsprosedyren krever at spenningen kan nulles ut i et magnetfeltfritt rom. Vi avslutter med å vise hvordan et slikt rom (figuren over) kan konstrueres. I figuren under er det vist en feltlinje som går fra vakuum inn i et magnetisk materiale med permeabilitet  $\mu_r$ ,

som kan være veggen i nullfeltkammeret. Fra Maxwells II ligning ser en at normalkomponenten til  $\mathbf{B}$  er lik på begge sider av en overflate, dvs:  $B_1^x = B_2^x$  (null fluks, se venstre figur). Videre, når det ikke er ytre strømmer vil parallellkomponenten til  $\mathbf{H}$  er bevart (Amperes lov, se høyre figur). Det gir for den ytre kammerveggen  $B_1^y / \mu_1 = B_2^y / \mu_2$ . La nå vinkelen mellom feltlinjen og overflatenormalen være  $\varphi_1$ . Siden  $\tan \varphi_2 = B_2^y / B_2^x$  finner vi at  $\tan \varphi_2 = \mu_2 \tan \varphi_1$ . Ved bruk av høypermeabilitetsmaterialer som f. eks. my-metall betyr dette at feltlinjene avbøyes så sterkt at kammervolumet blir tilnærmet feltfritt.

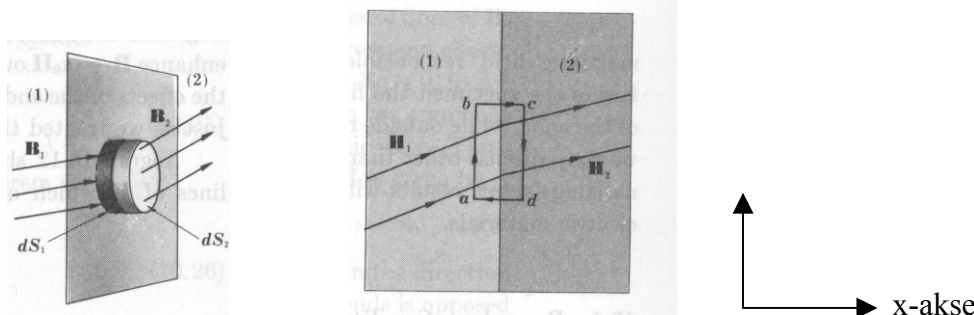
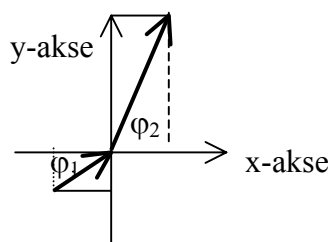


Fig 6 Normalkomponenten til  $\mathbf{B}$  er kontinuerlig og tangentialkomponenten til  $\mathbf{H}$  er kontinuerlig i en grenseflate mellom to magnetiske medier.



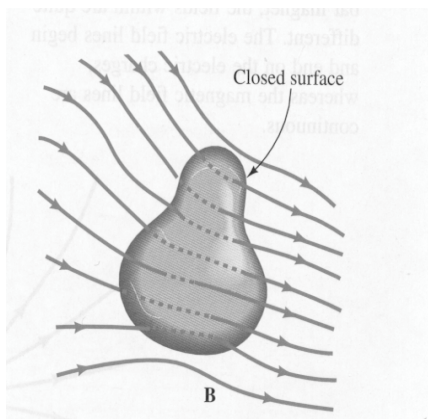
## BAKGRUNNSSTOFF

### 2. Magnetisk fluks

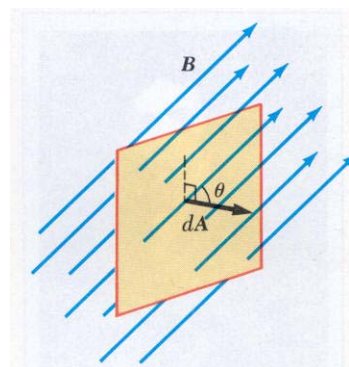
Magnetfeltet er et stedsavhengig vektor-felt;  $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r})$ . Magnetisk fluks ( $\Phi$ ) gjennom et areal  $\mathbf{A}$  er skalarproduktet av magnetfeltet og  $\mathbf{A}$ ;  $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ , som er antallet feltlinjer som passerer denne flaten (se Fig 1b). En flate er bestemt både av arealet og hvordan den ligger i rommet, som karakteriseres ved normalvektoren til flaten. Et annet betegnelse for magnetfeltet er derfor magnetisk flukstetthet; antallet magnetfeltlinjer pr flateenhet. Siden enheten for  $\Phi$  er weber, eller  $\mathbf{Wb}$ , blir dimensjonen for  $\mathbf{B}$  lik  $\mathbf{Wb/m}^2$ , som kalles **tesla**, forkortet **T**. Maxwell-ligning II på integralform sier at magnetisk flukstetthet summert over en lukket overflate er null (se Figur 1a):

$$\Phi \equiv \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad \text{Maxwell II} \quad (1)$$





1a; Magnetiske feltlinjer ut og inn i en lukket flate



1b; Magnetisk fluks

Likning (1) viser at like mange flukslinjer går inn i det lukkede volumet  $V$  som ut av volumet. Magnetiske feltlinjer er derfor alltid *lukket*. Likningen uttrykker i virkeligheten at en eksperimentelt aldri har greidd å påvise eksistensen av magnetiske monopoler, dvs. magnetiske ladninger, som kan fungere som kilde eller sluk for feltlinjene.

(Dette er i markert kontrast til situasjonen for det elektrostatiske feltet. I vakuum lyder som kjent Gauss' lov, eller Maxwell I lov, slik:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{Maxwell I} \quad (2)$$

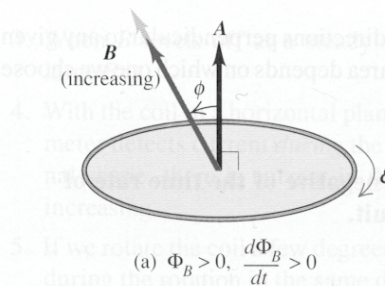
Her er  $Q$  total (elektrisk) ladning innesluttet av integrasjonsflaten. Hver enkelt feltlinje kan tenkes å ende opp på, eller stråle ut fra, en av de ladingene til  $Q$ , og elektriske feltlinjer trenger ikke være lukket!

*Induksjonsloven (Maxwells III likning)*

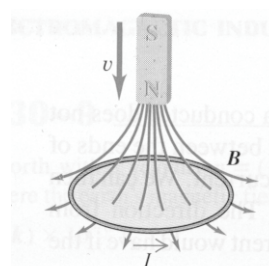
Endring i magnetisk fluks gjennom en lukket sløyfe vil indukere elektriske felter langs sløyfen. Dersom denne sløyfen er en fysisk ledning, vil det oppstå en elektromotorisk kraft i denne bestemt av Faradays lov på integral form:

$$\mathcal{E} \equiv \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{Faradays induksjonslov} \quad (3)$$

Den elektromotoriske kraften er lik linjeintegralet av det elektriske feltet som oppstår på grunn av de magnetiske fluksendringene gjennom sløyfen (se figuren under, Fig 2a).



2a; Økende magnetisk fluks gjennom areal innesluttet av lukket strømsløyfe



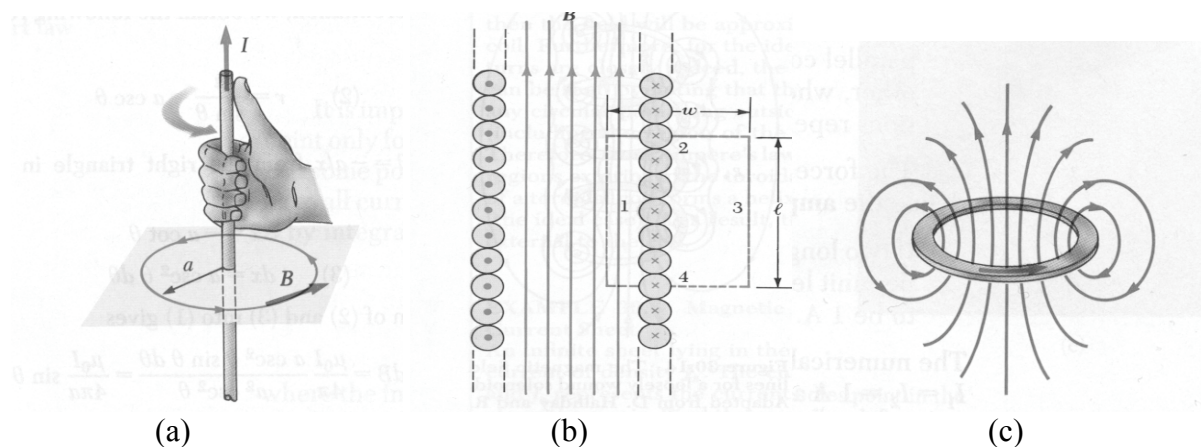
2b; En stavmagnet som beveges mot en strømsløyfe vil indukere en spenning

### 3. Magnetfelt fra elektriske strømmer.

Det er elektriske ladninger i bevegelse, eller *elektrisk strøm*, som er årsaken til magnetfelter. For stasjonære strømmer omgitt av vakuum, gjelder Ampères lov (Maxwell IV for stasjonære strømmer);

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \quad (4)$$

Den sier at linjeintegralet av magnetfeltet rundt en lukket sløyfe er lik samlet strøm ( $I$ ) gjennom sløyfen. Vakuumpermeabiliteten  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb}\cdot\text{m}/\text{A}$ .



(3a) Integrasjonsvei for å beregne feltet rundt en rett leder. (3b) Integrasjonsvei for beregning av felt i lang spole. (3c) Felt rundt strømsløyfe.

Ved å bruke likn (4) kan vi finne feltet rundt en lang rett leder i vakuum. Ved å legge integrasjonsveien langs en sirkel (se figur 3a over) med radius  $a$  rundt lederen får vi

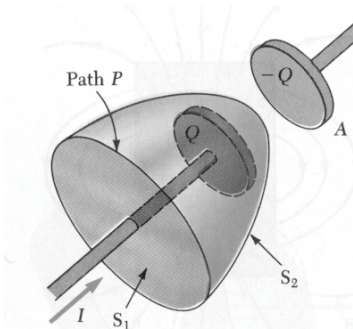
$$B \cdot 2\pi a = \mu_0 I, \text{ dvs.} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad \text{magnetfeltet rundt en leder} \quad (5)$$

Retningen på B-feltet er tangentielt til sirkelen med radius  $a$ . Amperes lov kan også brukes når en skal finne magnetfeltet inne i en spole med  $N$  viklinger fordelt over en lengde  $L$  (figur b). Når  $L$  er stor og Amperevindingstallet;  $n = \frac{N}{L}$ , er konstant langs spolen, er magnetfeltet inne i spolen uniformt og tilnærmet null utenfor spolen. En integrasjonsvei som vist i fig. 3b gir:

$$B \cdot l = \mu_0 I \frac{N}{L} l, \quad \text{eller:} \quad B = \mu_0 \frac{IN}{L} \quad \text{magnetfeltet inne i en spole} \quad (6)$$

B feltet er parallelt med spolens akse.

(Maxwell påviste at (4) er ufullstendig ved raske tidsvariasjoner, f. eks. høye frekvenser. Hans korreksjonsledd er ansvarlig for utsendelse og absorpsjon av radiobølger, for eksempel). En kan finne tilleggsleddet ut fra følgende resonnement, se figuren under:



Figuren over viser en kondensator med tilførselsledninger med strøm  $I$ . En sirkulær sløyfe (Path P) legges inn for å beregne magnetfeltet fra strømmen i ledningen. Ett areal denne omslutter kan enten være sirkelarealet ( $S_1$ ),

som ledningen passerer, eller ellipsoiden ( $S_2$ ) som passerer platene og som ikke krysses av den strømførende ledning. Denne inkonsistensen medførte oppdagelsen av forskyvningsstrøm ( $I_d$ ), slik at utvidet Amperes lov blir:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \left( I + \varepsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_e}{dt} \right) \quad (\text{Maxwells IV likning}), \quad \text{der } I_d = \varepsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_e}{dt}.$$

Dette ses slik:  $I$ ; kondensatorlikningen sier:  $Q = C \cdot V = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{l} \cdot (E \cdot l) = \varepsilon_0 \cdot \Phi_e$ , siden elektrisk fluks

er:  $\Phi_e = E \cdot A$  og videre:  $I$ ; definisjonen av elektrisk strøm er:  $I = \frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \cdot \frac{d\Phi_e}{dt}$ .

Det magnetiske feltet fra en generell strømleder kan beregnes ved hjelp av Biot-Savarts lov

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}'}{r'^2} \quad \text{Biot-Savarts lov} \quad (7)$$

$\mathbf{r}'$  er vektoren som går fra strømelementet  $d\mathbf{l}$  til punktet der en ønsker å finne feltet og  $\hat{\mathbf{r}}'$  er enhetsvektoren rettet langs  $\mathbf{r}'$  (se figuren under, Fig.4). Loven sier at magnetfeltet i et vilkårlig punkt er summen av bidragene fra hvert strømelement i sløyfen, og enkeltbidragene er kryssproduktet av det vektorielle strømsegmentet og enhetsvektor ( $\hat{\mathbf{r}}'$ ) fra segmentet til punktet der en ønsker å finne feltet, dividert med avstanden i kvadrat.

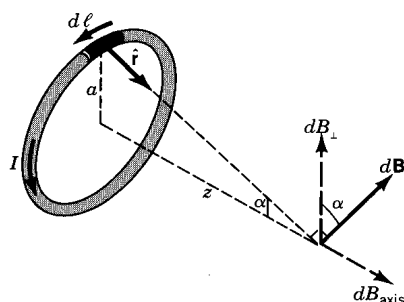


Fig. 4 Strømelement med retning til vektorene

Ved å bruke (7) kan feltet fra en strømsløyfe (se Fig. 4) beregnes. Dersom det vilkårlige punktet ligger på aksene til spolen, vil Biot-Savarts lov gi (vis dette):

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot a^2}{2 \cdot (a^2 + z^2)^{3/2}}, \quad \text{feltet som funksjon av } z \text{ på symmetriaksen} \quad (8)$$

$a$  er radius i strømsløyfen og  $z$  er avstanden fra sentrum i spolen langs symmetriaksen til punktet der vi ønsker å vite magnetfeltet.

Det magnetiske momentet til strømsløyfa,  $\mathbf{m}$ , er produktet av strømmen og arealet av strømsløyfa,  $\mathbf{m} = I\pi a^2 \cdot \hat{\mathbf{n}}$ .  $\mathbf{m} = I \cdot A \cdot \hat{\mathbf{n}}$  er det generaliserte uttrykket for det magnetiske momentet til en strømsløyfe, der  $\hat{\mathbf{n}}$  er arealvektor til strømsløyfa (en enhetsvektor normalt på arealet). Størrelsen  $\mathbf{m}$  er kjent som det klassiske magnetiske dipolmomentet. Vår tankebilde av en stavmagnet er ekvivalent med en spole. I "nordpolenden" til spolen spres flukslinjene symmetrisk utover i rommet, mens de *samles* i "sørpolenden". Videre har feltlinjene har *samme* romlige fordeling som de elektriske feltlinjene rundt en *elektrostatisk* dipol, se Figur 3c.

Jordfeltet ligner på feltet som ville oppstå hvis det var begravet en enorm stavmagnet i jordens indre. Dette forklarer hvorfor feltlinjene på høye breddegrader er nesten vertikale. Jordfeltet i Norge er ca. 0.05 mT. Omregningsfaktoren mellom den eldre gaussenheten til SI enheten Tesla for magnetfelt er:

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ gauss.}$$

Magnetisk sørpole ligger i Hudson Bay-området, Kanada.

#### 4. Magnetiske materialer.

Et materiale sies å være magnetisk hvis et bestemt antall ( $n$ ) mikroskopiske, orienterte dipoler pr. volumenhet er tilstede i materialet. Hvis alle dipolene har samme retning er den magnetiske dipoltettheten, eller magnetiseringen, definert ved  $\mathbf{M} = nm$ , med dimensjon A/m. Når magnetisering oppstår spontant, sies materialet å være *ferromagnetisk*. (De mikroskopiske dipolene i magnetiske materialer er i virkeligheten knyttet til et kvantemekanisk dreiemoment, enten egenspinnet eller banespinnets til elektroner rundt atomkjernene).

Hvis magnetiseringen øker når et ytre magnetfelt påvirker materialet har vi *paramagnetisme*. I slike tilfeller er det den kontrollerbare spoelstrømmen – den "makroskopiske" strømmen - som sørger for opplinjering av de opprinnelig uorienterte mikroskopiske dipolene.

Magnetfeltet i et magnetiserbart materiale består av to deler, det som skyldes strømmer i ledninger (magnetiseringsstrømmer) og selve magnetiseringen ( $\mathbf{M}$ ) av stoffet. Det første delen kalles H-feltet, og for å finne dette brukes Biot-Savart eller Amperes lov som vanlig. Det er en fysisk lovmessighet at magnetiseringen av selvet stoffet er proporsjonal med feltet fra strømspolene:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}, \quad (9)$$

der  $\chi_m$  kalles den magnetiske susceptibiliteten (mottakeligheten) til stoffet. Det samlede magnetfeltet,  $\mathbf{B}$ , på stedet blir da:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 \cdot (1 + \chi_m) \cdot \mathbf{H} \equiv \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \mathbf{H}, \quad (10)$$

der  $\mu_r = 1 + \chi_m$  kalles relative magnetiske permeabiliteten.

Legg merke til at selv om  $\mathbf{B}$  gir det egentlige magnetfeltet på stedet – det er f. eks.  $\mathbf{B}$  som inngår i uttrykket for Lorentz-kraften – så er det bare  $\mathbf{H}$  som kan kontrolleres direkte ved hjelp av en strømkilde. Enkelte materialer har en meget høy permeabilitet. Legeringen kjent under navnet my-metall ( *$\mu$ -metall*) kan ha  $\mu_r = 10^5$ .

Hvis et magnetisk materiale benyttes som kjerne i en lang spole og argumentene som ble brukt for å regne ut feltet gjentas med (12) i stedet for (5) får vi

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r I \frac{N}{L}, \quad (11)$$

dvs. en forsterkning av magnetfeltet med en faktor lik  $\mu_r$ .