Termisk fysikk

Løsning øving 3.

Oppgave 1.

For ideell gass har en adiabatlikningene $pV^\gamma = \text{konst}$ og $TV^{\gamma-1} = \text{konst}$. For sluttrykket finner en da

$$pV^\gamma = p_0 V_0^\gamma$$

$$p = p_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma = 1\,\text{atm} \cdot 18^{1,4} = \underline{\underline{57,2\,\text{atm}}},$$

og for sluttemperaturen ($17°C = 290\,K$)

$$TV^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}$$

$$T = T_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1} = 290\,K \cdot 18^{1,4-1} = \underline{\underline{922\,K}} = \underline{\underline{649°C}}$$

Når ikke noe varme er utvekslet er arbeidet gitt ved endring i indre energi ($Q = U + W = 0$).
Med $C_p - C_v = (\gamma-1)C_v = nR$ finner en

$$C_v = \frac{1}{\gamma-1} nR = \frac{5}{2} nR$$

slik at endring i indre energi og tilført arbeid blir

$$|W| = U = C_v(T - T_0) = \frac{5}{2} nR (T - T_0) = \underline{\frac{5}{2} p_0 V_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1\right)}$$

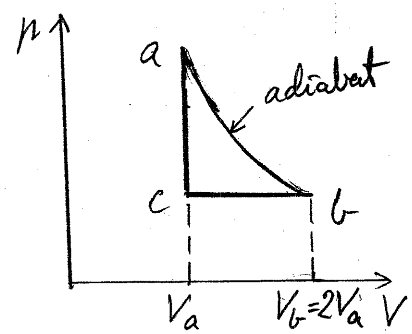
$$= \frac{5}{2} \cdot 1,013 \cdot 10^5\,N/m^2 \cdot 0,80 \cdot 10^{-3}\,m^3 \left(\frac{922}{290} - 1\right) = \underline{\underline{4,4 \cdot 10^2\,J}}$$

Arbeidet kan også regnes ut direkte

$$|W| = \int_V^{V_0} p\,dV = p_0 \int_V^{V_0} \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma dV = \frac{p_0 V_0}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma-1} - 1\right]$$

$$= \underline{\underline{\frac{p_0 V_0}{\gamma-1}\left(\frac{T}{T_0} - 1\right)}} = \underline{\underline{4,4 \cdot 10^2\,J}}$$

Oppgave 2.



Energibevarelse tilsier at arbeidet er ($Q_{ab} = 0$, adiabat)

$$W = Q_{ca} + Q_{bc}.$$

Virkningsgraden er bestemt av

$$\eta = \frac{W}{Q_{ca}}$$

da Q_{ca} er tilført varme mens Q_{bc} (< 0) er avgitt. W finnes enklest av likningen ovenfor men kan også bestemmes ved integrasjon. Ved den første framgangsmåten trenger en sammenhengen mellom temperaturene.

Langs adiabaten ab har en så

$$T_a V_a^{\gamma-1} = T_b V_b^{\gamma-1} \quad \text{eller} \quad T_a = T_b \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1}$$

Fra b til c er $p = \text{konst}$ slik at

$$p = nR\frac{T_b}{V_b} = nR\frac{T_c}{V_c} \quad \text{eller} \quad T_c = T_b \frac{V_c}{V_b} = T_b \frac{V_a}{V_b}.$$

For énatomig gass er varmekapasitetene

$$C_v = \frac{3}{2} nR \quad \text{og} \quad C_p = \frac{5}{2} nR \quad \text{slik at} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}.$$

Tilført varme blir følgelig (konstant V)

$$Q_{ca} = C_v (T_a - T_c)$$

Avgitt varme blir (konstant p)

$$Q_{bc} = C_p(T_c - T_b) = -\gamma C_v (T_b - T_c)$$

Virkningsgraden blir følgelig ($x = V_b/V_a = 2$)

$$\eta = \frac{W}{Q_{ca}} = \frac{Q_{ca} + Q_{bc}}{Q_{ca}} = 1 - \gamma \frac{T_b - T_c}{T_a - T_c} =$$

$$1 - \gamma \frac{1 - 1/x}{x^{\gamma-1} - 1/x} = 1 - \frac{\gamma(x-1)}{x^{\gamma} - 1} = 1 - \frac{5}{3}\frac{2-1}{2^{5/3} - 1} \approx \underline{\underline{0{,}23}}$$

Den maksimale virkningsgraden for en varmekraftmaskin som arbeider mellom temperaturene T_a og T_c vil være (Carnot-maskin)

$$\eta_m = 1 - \frac{T_c}{T_a} = 1 - \frac{1/x\, T_b}{x^{\gamma-1} T_b} = 1 - \frac{1}{x^{\gamma}} = 1 - \frac{1}{2^{5/3}} \approx \underline{\underline{0{,}69}}$$

[Arbeidet kan også bestemmes ved å integrere langs adiabaten ab med arbeid $W_{ab} = \int_a^b p\,dV$ med $pV^{\gamma} = p_b V_b^{\gamma}$ og langs bc med arbeid

$$W_{bc} = \int_b^c p\,dV = p_b(V_a - V_b).$$

$$W_{ab} = \frac{p_b V_b}{\gamma - 1}\left[\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} - 1\right] = \underline{C_v(x^{\gamma-1} - 1)T_b}$$

$$W_{bc} = p_b V_b\left(\frac{1}{x} - 1\right) = \underline{(\gamma-1) C_v\left(\frac{1}{x} - 1\right)T_b}$$

Tilført varme (som ovenfor)

$$Q_{ca} = C_v(T_a - T_c) = \underline{C_v\left(x^{\gamma-1} - \frac{1}{x}\right)T_b}.$$]

Oppgave 4.

Arbeidet mot det ytre trykket skjer ved konstant trykk slik at dette blir

$$W = \int_{V_0}^{V} p\,dV = p(V - V_0) \approx \underline{pV}$$

der volumet av vann V_0 neglisieres i forhold til volumet av damp (ved 1 atm). Videre kan dampen i god tilnærmelse betraktes som ideell gass, dvs. $pV = nRT$. For n mol er fordampingsvarmen nL. Andelen av fordampingsvarmen som går med til arbeid mot det ytre trykket blir derfor ($T = 100°C$)

$$\frac{W}{nL} = \frac{nRT}{nL} = \frac{RT}{L} = \frac{8{,}314 \cdot 373}{40{,}7 \cdot 10^3} = \underline{\underline{0{,}076}} \text{ eller } \underline{\underline{7{,}6\%}}.$$