

Løsning øving 4.

①

Oppgave 1.

$$\text{Verkningsgrad for kraftverket: } \eta = \frac{W}{\Phi_2} = \frac{W}{|\Phi_1| + W}$$

der Φ_1 er avgitt varme (effekt) som dumpes.
Løst m. h. p. W som er den største elektriske
effekt kraftverket kan levere, gir dette

$$\eta |\Phi_1| + \eta W = W$$

$$W = \frac{\eta}{1-\eta} |\Phi_1| = \frac{0,4}{1-0,4} 1500 \text{ MW} = \underline{\underline{1000 \text{ MW}}}$$

$$\text{Tilført varmeenergi: } \Phi_2 = W + |\Phi_1| = \underline{\underline{2500 \text{ MW}}}$$

Med varmeføring A , temperaturstigning ΔT
og varmekapasitet C blir avgitt varme

$$|\Phi_1| = C \cdot \Delta T \cdot A$$

som gir varmeføringen ($1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}$)

$$A = \frac{|\Phi_1|}{C \Delta T} = \frac{1,5 \cdot 10^9 \text{ J/s}}{4,184 \text{ J} \cdot 5 \text{ K}} = \underline{\underline{71,7 \cdot 10^3 \text{ kg/s} \approx 72 \text{ tonn/s}}}$$

Oppgave 2.

②

a) Benytter at tilført varme er gitt ved

$$dQ = dU + p dV = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + p dV =$$

$$C_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV = C_V dT + T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV$$

når relasjonen for $(\partial U/\partial V)_T$ benyttes. Fra tilstands-
likningen finner en så

$$\frac{1}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}$$

For adiabatiske prosesser er $dQ = 0$, så
for den reversible prosessen ($dW = p dV$) har vi de

$$0 = C_V dT + \frac{RT}{V-b} dV$$

$$C_V \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V-b}$$

$$C_V \ln T = -R \ln(V-b) + \text{konst}$$

$$\text{eller } \underline{\underline{T(V-b)^{R/C_V} = \text{konst.}}}$$

Fra tilstandslikningen er $RT = \left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b)$
slik at en også finner

$$\underline{\underline{\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b)^{1+R/C_V} = \text{konst.}}}$$

Når $C_V \rightarrow \infty$ finner en $T = \text{konst}$ eller
 $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = \text{konst}$. Dermed er adiabatene blitt
isotermer. Fysisk forstås dette ved at energien som
trengs til å utføre arbeidet blir tatt fra den indre
energien, og når C_V er stor blir temperaturstigningen

liten for å få en gitt energiendring. Med $C_v = \infty$ blir endringen i T like 0. Følgelig må de adiabatene gå over til isotermer. (3)

b) Her vil det være enklest å bestemme arbeidet ved å regne ut tilført varmemengde Q_2 og avgitt varmemengde Q_1 (< 0) langs isotermene ab og cd . Da må en ta hensyn til at indre energi endrer seg med V . Med tilstandslikningen finner en

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = \frac{a}{V^2}$$

eller integrert $U = -\frac{a}{V} + f(T)$

Arbeidet langs isotermene blir

$$W_{ab} = \int_{V_a}^{V_b} p dV = \int_{V_a}^{V_b} \left(\frac{RT_2}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV = RT_2 \ln \frac{V_b-b}{V_a-b} + a \left(\frac{1}{V_b} - \frac{1}{V_a} \right)$$

$$W_{cd} = RT_1 \ln \frac{V_d-b}{V_c-b} + a \left(\frac{1}{V_d} - \frac{1}{V_c} \right)$$

Tilført og avgitt varmemengde blir dermed

$$Q_2 = W_{ab} + U_b - U_a = RT_2 \ln \frac{V_b-b}{V_a-b}$$

$$Q_1 = W_{cd} + U_d - U_c = RT_1 \ln \frac{V_d-b}{V_c-b}$$

Kan så benytte adiabatlikningen

$$T_2 (V_b-b)^{R/C_v} = T_1 (V_c-b)^{R/C_v}$$

$$T_2 (V_a-b)^{R/C_v} = T_1 (V_d-b)^{R/C_v}$$

Ved å dividere likningene på hverandre finnes

$$\left(\frac{V_b-b}{V_a-b}\right)^{R/C_v} = \left(\frac{V_c-b}{V_d-b}\right)^{R/C_v}$$

$$\text{eller} \quad \frac{V_b-b}{V_a-b} = \frac{V_c-b}{V_d-b}$$

Ved å sette inn finner en dermed

$$Q_1 = -\frac{T_1}{T_2} Q_2$$

Rå grunn av energi bevarelsen blir arbeidet

$$W = Q_2 + Q_1 = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) Q_2$$

Siden indre energi er uendret når maskinen er tilbake til utgangspunktet. Virkningsgraden blir følgelig

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \underline{\underline{1 - \frac{T_1}{T_2}}}$$

Virkningsgraden er altså som for Carnot-maskinen med ideell gass. Arbeidet avhenger naturligvis av isotermenes form, men virkningsgraden gir ikke det. (4)