

Løsning øving 5.

①

Oppgave 1

a) Avgitt varme fra omgivelsene (varmeplata)

$$Q = \int dQ = \int C_p dT = C_p (T_2 - T_1)$$

e) Entropiendringen til omgivelsene ($0^\circ\text{C} = 273\text{K}$)

$$\Delta S_0 = -\frac{Q}{T_2} = -C_p \frac{T_2 - T_1}{T_2} = -4,184 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \frac{80}{373} = \underline{\underline{-0,90 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}}$$

ii) Entropiendringen til vannet

$$\begin{aligned} \Delta S_v &= \int ds = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \\ &= 4,184 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \ln\left(\frac{373}{293}\right) = \underline{\underline{1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}} \end{aligned}$$

iii) Total entropiendring

$$\Delta S = \Delta S_0 + \Delta S_v = (-0,90 + 1,01) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = \underline{\underline{0,11 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}}$$

b) Avgitte varmemengder ved temperaturene $T_2 = 80^\circ\text{C}$ og $T_3 = 50^\circ\text{C}$ er henholdsvis

$$Q_2 = C_p (T_2 - T_3) \quad \text{og} \quad Q_3 = C_p (T_3 - T_1)$$

Som under pkt. a) finner en nå tilsvarende

$$\begin{aligned} \text{i) } \Delta S_0 &= -\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = -C_p \left[\frac{T_2 - T_3}{T_2} + \frac{T_3 - T_1}{T_3} \right] \\ &= -4,184 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \left[\frac{50}{373} + \frac{30}{323} \right] = \underline{\underline{-0,95 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}} \end{aligned}$$

②

$$\text{ii) } \Delta S_0 = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \underline{\underline{1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}}$$

(som under pkt a, dvs. uendret)

$$\text{iii) } \Delta S = \Delta S_0 + \Delta S_v = (-0,95 + 1,01) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = \underline{\underline{0,06 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}}$$

c) Med varmeplater som er trinnvis varmere kan det hele tiden (tilnærmet) være temperaturlikevekt mellom varmeplata og vannet dersom oppvarmingen skjer tilstrekkelig langsomt. Dette blir da (tilnærmet) en reversibel prosess da den kan reverseres med at vannet kan avkjøles ved å føre varmen tilbake til varmeplatene siden det hele tiden er (tilnærmet) temperaturlikevekt mellom vannet og platene. Med slike likevekt vil da også entropiendring i vannet oppveies av tilsvarende endring i omgivelsene. Så nå finner vi

$$\text{i) } \Delta S_0 = -\int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{T} dT = -C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\Delta S_v = \underline{\underline{1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}}$$

$$\text{ii) } \Delta S_0 = \underline{\underline{1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}} \quad (\text{som tidligere})$$

$$\text{iii) } \Delta S = \Delta S_0 + \Delta S_v = \underline{\underline{0}}$$

Oppgave 2.

(3)

Siden det ikke blir tilført varme eller utført arbeid, vil den indre energi bli uendret ($Q = \Delta U + W$). Vi trenger da den indre energi som funksjon av T og V . Kan da benytte (som i øving 4)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = \frac{RT}{V-b} - \left(\frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right) = \frac{a}{V^2}$$

som integrert gir

$$U = f(T) - \frac{a}{V}$$

Integrasjonskonstanten $f(T)$ bestemmes ved at varmekapasiteten antas konstant $C_v = 12,6 \text{ J/K}$ ($\approx \frac{3}{2}R$) slik at $f(T) = C_v T$ og dermed

$$U = C_v T - \frac{a}{V}$$

Uendret energi $U_1 = U_2$ gir dermed

$$C_v T_1 - \frac{a}{V_1} = C_v T_2 - \frac{a}{V_2}$$

Endringen i temperatur blir dermed

$$T_2 - T_1 = \frac{a}{C_v} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = \frac{0,136 \text{ Nm}^4}{12,6 \text{ J/K}} \frac{1}{10^{-3} \text{ m}^2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \underline{\underline{-5,4 \text{ K}}}$$

Oppgave 3.

(4)

For en reversibel prosess vil entropien være uendret. (Ellers vil den øke ved irreversible prosesser.) Varmemengdene Q_2 og Q_1 tilføres systemet ved temperaturene T_2 og T_1 . Varmen Q_0 vil så avgis ved omgivelsenes temperatur T_0 . Energibevarelse krever så at

$$Q_0 = Q_1 + Q_2$$

Uendret entropi innebærer da at ($\Delta S_i = -Q_i/T$ ($i=0,1,2$) for omgivelsene)

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_0}{T_0} = \frac{Q_1 + Q_2}{T_0}$$

$$Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0} \right) = Q_2 \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_2} \right)$$

$$Q_1 \frac{T_0 - T_1}{T_1 T_0} = Q_2 \frac{T_2 - T_0}{T_0 T_2}$$

Dette gir virkningsgraden (den maksimale)

$$\eta = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1 (T_2 - T_0)}{T_2 (T_0 - T_1)}$$

Alternativt: Med Carnot-maskin mellom temperaturene T_2 og T_0 og kjølemaskin mellom temperaturene T_1 og T_0 finner en

$$\eta = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{W}{Q_2} \frac{Q_1}{W} = \frac{T_2 - T_0}{T_2} \frac{T_1}{T_0 - T_1} = \underline{\underline{\frac{T_1 (T_2 - T_0)}{T_2 (T_0 - T_1)}}}$$