

### Regneøving 7.

(Veiledning: Mandag 27. februar kl. 8.15 - 10.00 og kl. 10.15 - 12.00.)

#### Oppgave 1

a) Vis relasjonen (Maxwell-relasjon)

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p.$$

b) En Cu-blokk (kopperblokk) har volumet  $V = 1 \text{ cm}^3$  ved temperaturen  $T = 100 \text{ K}$  og trykket  $p_1 = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Blokken blir så komprimert reversibelt og isotermt til trykket  $p_2 = 1,3 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ . For Cu er isoterm kompressibilitet og kubisk utvidelseskoeffisient henholdsvis

$$\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = 0,721 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1} \quad \text{og}$$

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 50,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

Beregn arbeidet  $W$  som utføres på Cu-blokken ved denne kompresjonen. (Anta at  $\kappa_T$  og  $\alpha_V$  er konstante og at endringen i  $V$  er liten ved denne kompresjonen.)

c) Hva blir endringen i entropi  $\Delta S$  for Cu-blokken ved denne isoterme kompresjonen, og hvor stor blir endringen i indre energi  $\Delta U$ ? [Hint: Benytt resultatet fra punkt a) til å bestemme  $\Delta S$ .] (Svar:  $\Delta S = -6,55 \cdot 10^{-3} \text{ J/K}$ .)

#### Oppgave 2

a) En ideell gass kjøles fra temperaturen  $T$  til  $T_0$ . Omgivelsenes temperatur er hele tiden  $T_0$ . Start- og slutttilstanden har samme volum ( $\Delta V = 0$ ). Vis at det maksimale arbeid som er mulig å få ut av gassen er

$$W_{max} = C_V(T - T_0) - C_V T_0 \ln \frac{T}{T_0}.$$

b) Hvor mye varme avgis og hva er det maksimale arbeidet når gassen er ett mol toatomig gass og avkjølingen er fra  $100^{\circ}\text{C}$  til  $20^{\circ}\text{C}$ ? (Svar:  $W_{max} = 193\text{ J}$ .)

c) En måte å ta ut det maksimale arbeidet på er å la en Carnot-maskin virke mellom den øvre avtagende temperaturen og den faste  $T_0$ . Vis at dette gir det samme arbeidet  $W_{max}$ .

d) En annen måte å ta ut det maksimale arbeidet på er først å ekspandere gassen adiabatisk slik at temperaturen synker til  $T_0$ . Deretter komprimeres den isotermt tilbake til opprinnelig volum. Vis at dette også gir samme arbeid  $W_{max}$ .

### Oppgave 3

Verdien på differensen mellom spesifikke varme ved konstant trykk og konstant volum  $C_p - C_V$  avhenger av hvor mye et stoff utvider seg med endring i trykk og temperatur. Den kubiske utvidelseskoeffisienten og isoterme kompressibiliteten for et stoff er gitt ved henholdsvis

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \text{og} \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T.$$

For vann ved  $25^{\circ}\text{C}$  er  $\alpha_V = 2,572 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  og  $\kappa_T = 4,525 \cdot 10^{-5} \text{ bar}^{-1}$  (1 bar =  $10^5 \text{ Pa}$ ). Vannets massetetthet er  $0,9971 \text{ g/ml}$  ved denne temperaturen og molekylvekten er  $18 \text{ g/mol}$ .

Bestem verdien av  $C_p - C_V$  for ett mol vann ved  $25^{\circ}\text{C}$  på grunnlag av disse opplysningene. [Hint: Benytt uttrykket for  $C_p - C_V$  og relasjonen mellom deriverte ved syklisk ombytte av variable utledet i forelesningene.] (Svar: 9,5% av tilsvarende verdi for ideell gass.)