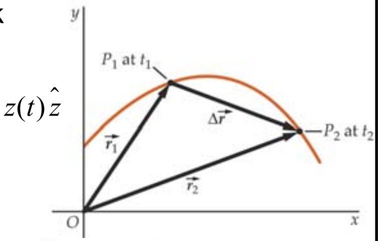
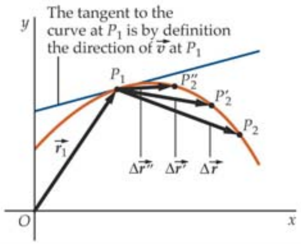
Kap. 2.1. Kinematikk

Posisjon:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y} + z(t)\hat{z}$$

Hastighet:
$\boldsymbol{v}(t) = \mathrm{d}\boldsymbol{r}(t)/\mathrm{d}t$
= endring i posisjon per tid





Akselerasjon:
$\boldsymbol{a}(t) = \mathrm{d}\boldsymbol{v}(t)/\mathrm{d}t$
= endring i hastighet per tid

Vektorstørrelser (har størrelse og retning):

- Posisjon: ***r***
- Hastighet: ***v***
- Akselerasjon: ***a***
- Kraft: ***F***
- Enhetsvektorer: $\hat{x}\ \hat{y}\ \hat{z}\quad (\hat{i}\ \hat{j}\ \hat{k})$

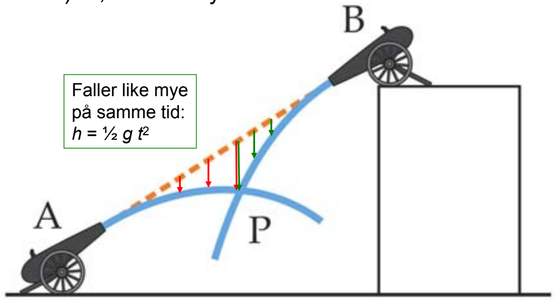
Vektorer: Med pil: $\vec{F}$ eller feit type: ***F***

Usikker på vektorer?
Les Y&F kap 1-7…1-10 eller H&S Appendiks B.2

- 2.1.1 Kastebevegelse.
  - Kjent fra vgs. Ett eksempel.
- 2.1.2 Sirkelbevegelse
  - Kjent fra vgs. Litt repetisjon.

Kulene skytes ut med samme v_0 rett imot hverandre.
Vil kulene kollidere i et punkt P?

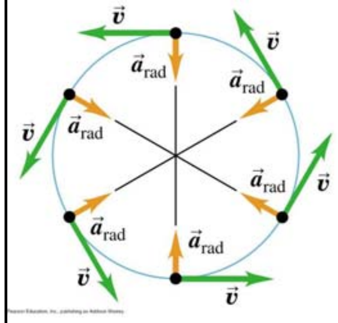
A) Nei, ikke under noen forhold
B) Ja, hvis de skytes ut likt — Også med ulik startfart v_0 !
C) Ja, hvis A skytes ut en viss tid før B
D) Ja, hvis B skytes ut en viss tid før A



Simulering: NTNU-Java

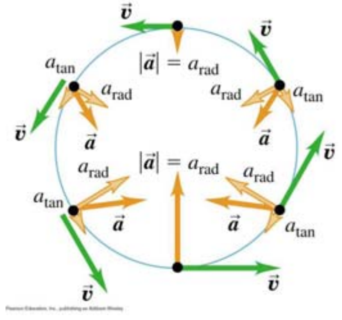
2.1.2 Sirkelbevegelse

Uniform sirkelbevegelse



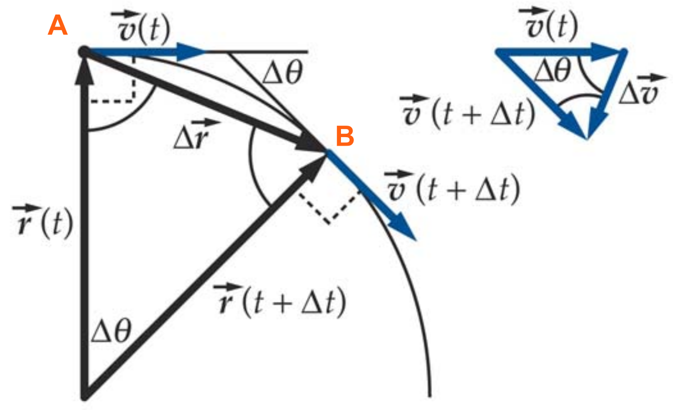
Sentripetalaks. a_{rad} , a_c

Ikke-uniform sirkelbevegelse



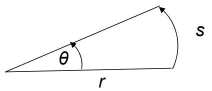
Sentripetalaks. a_c
\+ Tangentialaks. a_{tan} , a_t

A → B på tid Δ*t* (liten)



(Y&F: Fig 3.28)

Viktige størrelser (rotasjon)



- Banefart $v = ds/dt$
- Vinkelpos. $\theta = s/r$
- Vinkelfart $\omega = d\theta/dt = v/r$
- Sentr.aksel. $a_c = v^2/r = \omega^2 r$
- Vinkelaksel. $\alpha = d\omega/dt$
- Baneaksel. $a_t = \alpha\, r$
- (Omløps)frekvens f = #omdr/tid
- Periode T = tid/omdr = $1/f$

  $f = 1/T = \omega/2\pi$

Oppsummert: Kap. 2.1. Kinematikk

		1D:	3D:
Posisjon:	$\boldsymbol{r}(t)$		
Hastighet:	$\boldsymbol{v}(t) = d\boldsymbol{r}(t)/dt$	(2.3)	(3.3)
Akselerasjon:	$\boldsymbol{a}(t) = d\boldsymbol{v}(t)/dt$	(2.5)	(3.9)

(formelnr fra Y & F)

Bevegelseslikninger fra definisjonene ovenfor:

$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{v}(t_0) + \int \boldsymbol{a}(t)\,dt$ (2.17)

Når $\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{a}$ = konstant og $t_0 = 0$:

$\boxed{\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}\cdot t}$ (2.8)

$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(t_0) + \boldsymbol{v}(t_0)\cdot(t-t_0) + \int (\int \boldsymbol{a}(t)\,dt)\,dt$ ≈(2.18)

Når $\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{a}$ = konstant og $t_0 = 0$:

$\boxed{\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0\cdot t + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{a}\, t^2}$ (2.12)

$\boxed{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0 = \tfrac{1}{2}(\boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v})\, t = \langle \boldsymbol{v} \rangle\, t}$ (2.14)

$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0)}$ (”tidløs likn.”) (2.13)

Sirkelbevegelse: $\vec{a} = -a_c \hat{r} + a_t \hat{\theta}$

Sentripetalakselerasjon $a_c = v^2/r = v\,\omega = \omega^2 r$ (2.28) (2.30)

Baneakselerasjon: $a_t = dv/dt$

Uniform sirkelbevegelse: v = konstant => $a_t = 0$.

Kap. 4
Dynamikk. Newtons lover.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Før hans tid:

Aristoteles (300 f.Kr)

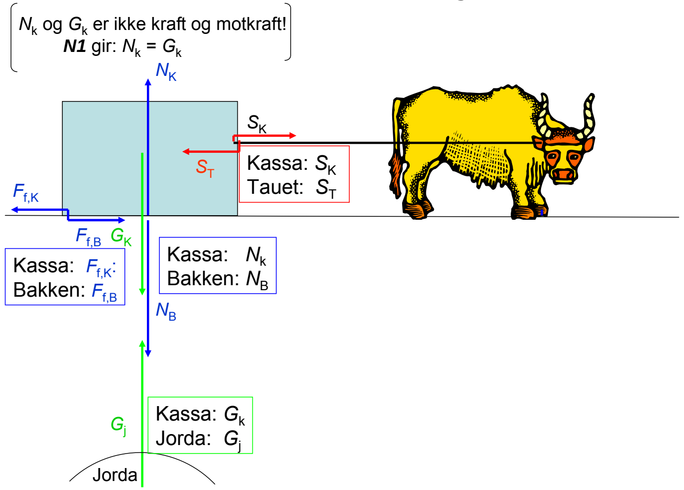
Philoponos (500)

Buridan (1300) Impetus

Galileo Galilei (1600) Bevegelsesmengde

- **Newtons 1., 2. og 3.lov**

Newtons 3.lov. Kraft og motkraft.



"It goes from zero to 60 in about 3 seconds."
© Sydney Harris

0 til 100 km/h på 3 sekunder!

Anvendelse av Newton 2:

$\boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$

$\boldsymbol{F}$ = tyngdekraft

=>

$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$ ≈ 9,8 (m/s)/s
≈ 35 (km/h)/s
≈ 22 (mile/h)/s

2.2.2 Krefter i naturen.

Fire fundamentale krefter (beskrevet lenge etter Newton):

1. **Gravitasjonskraft** – tiltrekning mellom masser
2. **Elektromagnetisk kraft** – frastøtning/ tiltrekning mellom like/ulike elektriske ladninger
3. Sterk kjernekraft – kraft mellom subatomære partikler
4. Svak kjernekraft – kraft mellom subatomære partikler under spesielle radioaktive prosesser.

Krefter i naturen.

Naturens krefter manifesterer seg på ulike måter i mekanikken:

- Tyngdekraft
- Normalkraft (kontaktkraft)
- Friksjon (kontaktkraft)
- Snorkraft
- Fjærkraft
- Luftmotstand
- Væskemotstand
- m.m.

.. men alle mekaniske krefter har sin årsak i en av de to fundamentale kreftene:

gravitasjonskraft

elektromagnetisk kraft

Oppsummert: Kap. 2: Newtons lover

(N1): $\Sigma \boldsymbol{F} = 0$: Uendra hastighet (evt. 0)

(N2): $\Sigma \boldsymbol{F} \neq 0$: Akselerasjon $\boldsymbol{a} = \Sigma \boldsymbol{F} / m$

(N3): Krefter alltid i par.

Enhet kraft: $1\ \text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2 = 1$ newton = 1 N

Gravitasjonskrafta: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$

Vektløs: Eneste kraft er tyngden = $m\boldsymbol{g}$

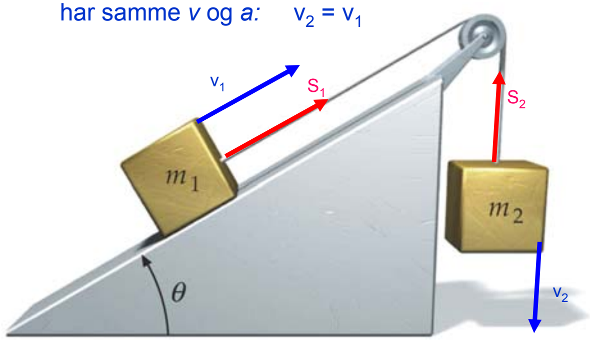
Newtons lover gjelder kun i intertialsystem, dvs. i koordinatsystem uten akselerasjon.

Anvendelse av Newtons lover.

- 2.3.1 Snorkrefter
- 2.3.2 (Tørr) friksjon
- 2.3.4 Væskefriksjon og luftmotstand

2.3.1. Snorkrefter:

- Kun **strekk**-krefter
- Snorkrafta den samme langs hele snora: $S_2=S_1$ (forutsetter masseløs snor)
- Hele snora og alle masser forbundet har samme v og a: $v_2 = v_1$

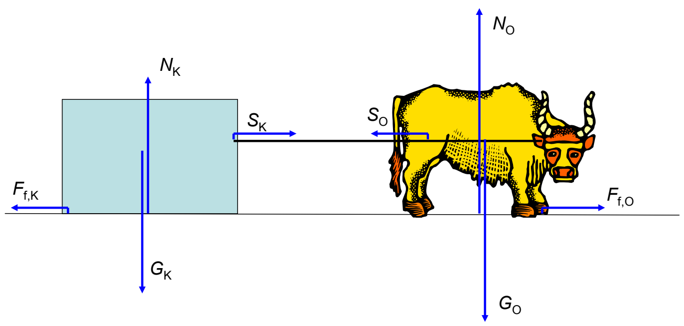


(mange oppgaver med snorer)

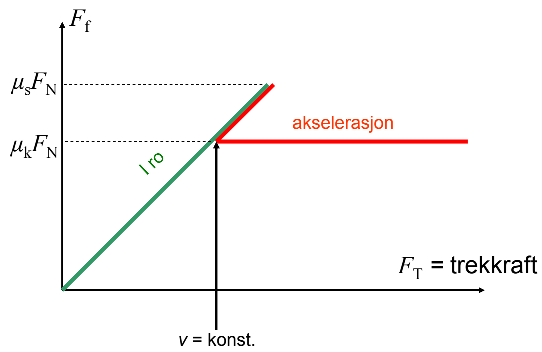
Kraftdiagram:

Alle krefter på et legeme, med angrepspunkt

Eksempel: Oksen og kassa.



- 2.3.2 (Tørr) friksjon



Luftmotstand

Fritt fall:

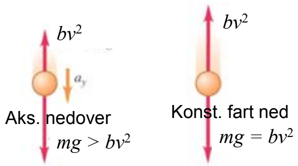
$$mg = F_f = bv^2$$

liten b , stor $v \approx 200$ km/h

I fallskjerm:

$$mg = F_f = bv^2$$

stor b , liten $v \approx 20$ km/h



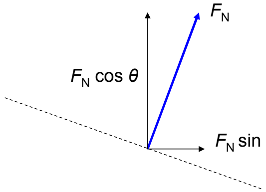
Friksjonskoeffisienter for ulike materialer

Materiale	μ_s	μ_k
Stål mot stål, rein flate	0,7	0,6
Stål mot stål, oljet flate	0,09	0,05
Tre mot tre	0,25-0,5	0,2
Glass mot glass	0,9	0,4
Gummi mot tørr asfalt	1,0	0,8
Gummi mot våt asfalt	0,30	0,25
Ski mot snø 0°C	0,1	0,05
Teflon mot teflon	0,04	0,04

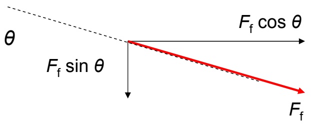
Svingkjøring

- B: Med dosering dannes sentripetalkrafta fra:

normalkrafta $F_N \sin \theta$



pluss friksjonskrafta $F_f \cos \theta$



Eksempel forts.: Svingkjøring

Svært like eksempler her: Ex. 5-22 + 5-23 i Y&F

- **A: Uten dosering**: $v_{max}^2 = gR\,\mu_s$

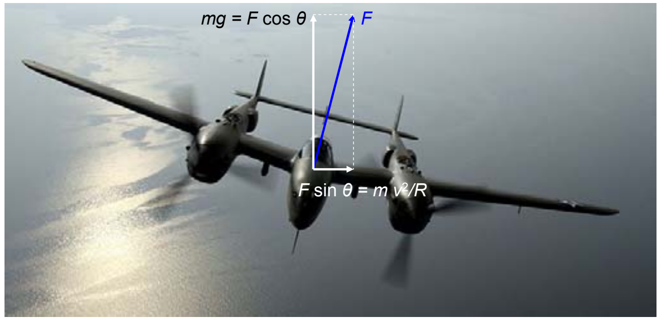
- **B: Med dosering**: v_{max} er større: $v_{max}^2 = gR \dfrac{\mu_s + \tan\theta}{1 - \mu_s \tan\theta}$ (3)

og med null friksjon: $v_{max}^2 = v_{min}^2 = gR \tan \theta$

Syklister må lene seg innover en vinkel θ:

$\tan \theta = v^2 / gR$

Fly må krenge for å få kraft til sentripetalakselerasjon (svinge)



Eksempel: Svingkjøring

- A: uten dosering
- B: med dosering

} Gitt maks friksjon: $F_f = \mu_s F_N$

Beregn v_{max} (og F_N)

Ikke max friksjon:

- B2: med dosering

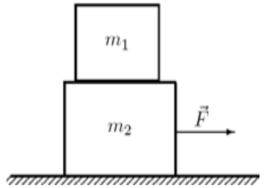
Gitt hastighet v (< v_{max})

Beregn F_f og F_N

$$F_N = F_N(v,\theta) = m\frac{v^2}{R}\sin\theta + mg\cos\theta \quad (5)$$

$$F_f = F_f(v,\theta) = m\frac{v^2}{R}\cos\theta - mg\sin\theta \quad (4)$$

Fra en eks.oppgave



b. En kloss med masse $m_1 = 4{,}40$ kg er plassert oppå en kloss med masse $m_2 = 5{,}50$ kg. Når man holder nedre kloss fast trengs det en horisonal kraft på 12,0 N på den øverste klossen for å få den til å gli av.
De to klossene blir så plassert på et horisontalt, friksjonsløst underlag, som vist i figuren. Bestem, i selvvalgt rekkefølge:

i) Den største horisontale krafta F som kan bli påført den nedre klossen slik at klossene beveger seg sammen og ikke glir seg imellom.

ii) Den resulterende akselerasjonen til klossene i dette tilfellet.

iii) Friksjonskoeffisienten μ_s mellom klossene.

b. iii) Første opplysning bestemmer friksjonskoeffisienten: $F_{f,max} = \mu_s m_1 g = 12,0\,N$ gir

$$\mu_s = \frac{12,0\,\mathrm{N}}{4,40\,\mathrm{kg}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}} = \underline{0,278}\,.$$

ii) Skal øverste kloss følge med nederste, må de ha samme akselerasjon, a. Øverste kloss får sin akselererende kraft fra F_f som er maks. 12,0 N. Newton 2 for øverste kloss gir

$$m_1 a_{max} = 12,0\,\mathrm{N} \quad \text{, som gir} \quad a_{max} = \frac{12,0\,\mathrm{N}}{4,40\,\mathrm{kg}} = 2,727\,\mathrm{m/s^2} = \underline{2,73\,\mathrm{m/s^2}}\,.$$

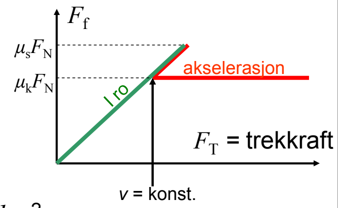
i) Krafta F akselererer begge klossene slik at Newton 2 for (øverste + nederste) kloss som ett system gir:

$$F_{max} = (m_1 + m_2)a_{max} = (9,90\,\mathrm{kg})\cdot 2,727\,\mathrm{m/s^2} = \underline{27,0\,\mathrm{N}}\,.$$

Kap. 2. Newtons lover

Vi har sett på:

- Kinematikk: (kastebevegelse,sirkelbevegelse)
- Newtons lover
- Snorkrefter.
  - Masseløs snor/trinser => lik S gjennom heile snora.
- Friksjon:
  - Hvilefriksjon $F_T = F_f \leq F_{f,max}$
    (F_f "ukjent") $F_{f,max} = \mu_s F_N$
  - Glidefriksjon: $F_T \geq F_f = \mu_k F_N$



- Luft/væskemotstand: $F_f = - b\, v^2$