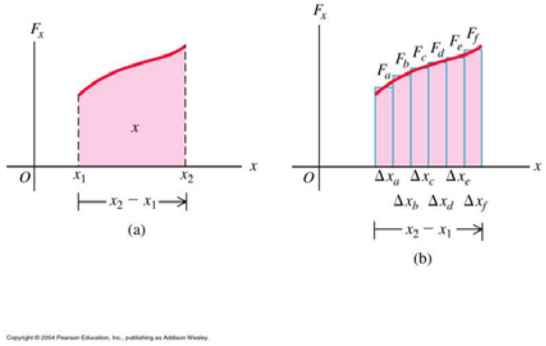
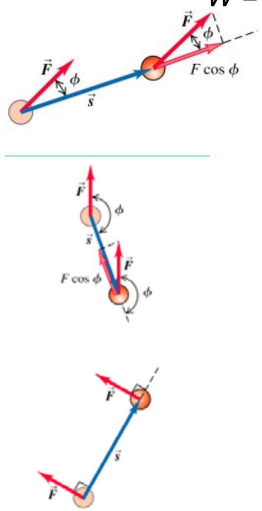
Kap. 3
Arbeid og energi. Energibevaring.

- Definisjon arbeid, W
- Kinetisk energi, E_k
- Potensiell energi, $E_{p.}$ Konservative krefter
- Energibevaring
- Energibevaring når friksjon.

Arbeid = areal under kurve $F(x)$



$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = F\, s \cos \varphi$

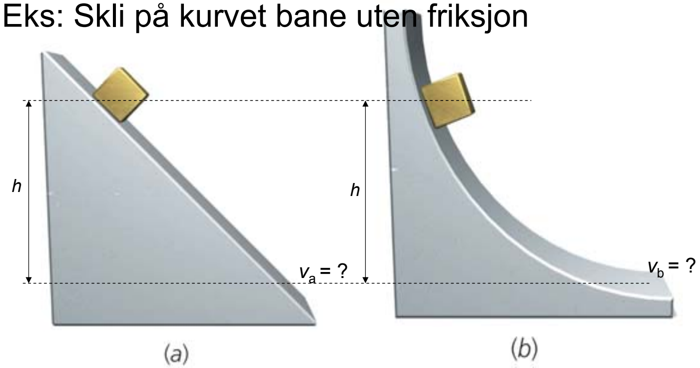


Positivt arbeid på kula
v øker
$\cos \varphi > 0$

Negativt arbeid på kula
v avtar
$\cos \varphi < 0$

Null arbeid på kula
v uendra
$\cos \varphi = 0$

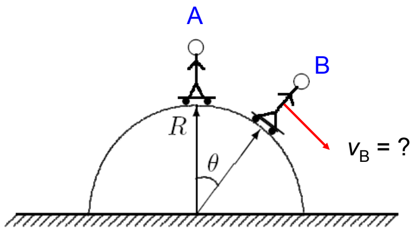
Eks: Skli på kurvet bane uten friksjon



h er lik for begge => samme fart v i bunn av bakken

$mgh = ½ mv_a^2$ $mgh = ½ mv_b^2$

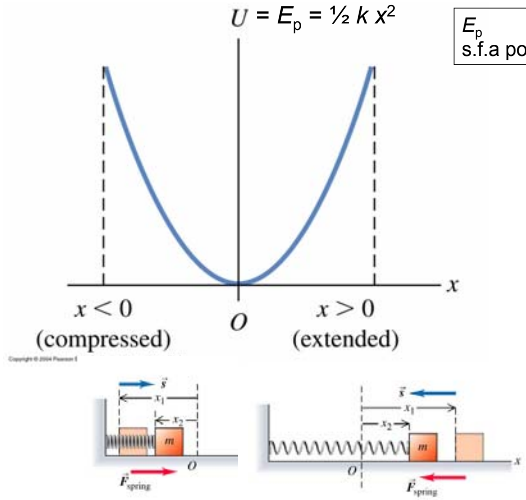
Eks: Skli på halvkule uten friksjon



Skli **med** friksjon: Seinere øving

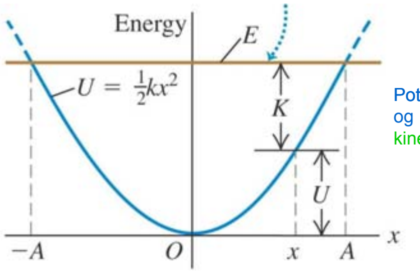
Oppg. 7.63 i Y&F: Hvor mistes kontakt med underlaget?

E_p
s.f.a posisjon



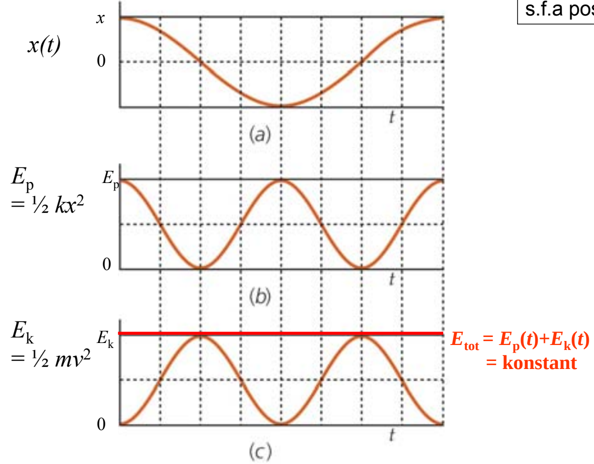
Energi i SHM (Simple Harmonic Motion)

E_p og E_k
s.f.a posisjon



Pot. energi $U = E_p$
og
kinetisk energi $K = E_k$

E_p og E_k
s.f.a posisjon



Energi i svingninger

$E_p(t)$ prop. med x^2

Fjærpendel: $E_p(t) = ½\, k\, x^2$

Torsjonspendel: $E_p(t) = ½\, \kappa\, \theta^2$

Tyngdependel $E_p(t) = mgh$

$= mgL(1 - \cos\theta)$

$\approx mgL/2 \cdot \theta^2$

- Totalenergien $E_{tot} = E_k(t) + E_p(t)$ er konstant og svinger mellom $E_k(t)$ og $E_p(t)$ (mer seinere)

Kap. 3. Oppsummert 1: Arbeid og energi. Energibevaring.

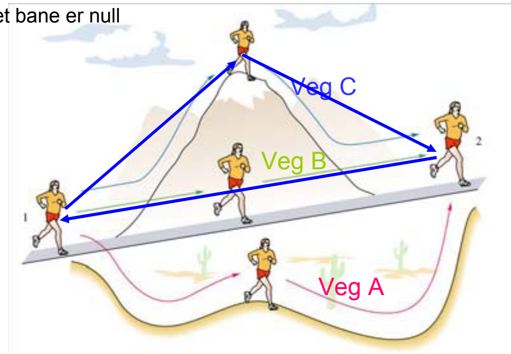
- Arbeid = dW = $\mathbf{F} \cdot$ d$\mathbf{s}$
- Kinetisk energi $E_k = ½\, m\, v^2$
- Effekt = arbeid/tid = P = dW /dt
- Arbeid på legeme øker E_k : $\boxed{dW = dE_k}$
- Potensiell energi $E_p\,(x,y,z)$
  (Tyngdefelt: $E_p = mgz$; Fjærpotensial: $E_p = ½\, k\, x^2$)
- Konservative krefter kan avledes fra pot.energi:
  $$\vec{F} = -\left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right] E_p(x,y,z) = -\vec{\nabla} E_p(x,y,z)$$
  (Tyngdekraft: $\mathbf{F} = -\, m\mathbf{g}$; Fjærkraft: $\mathbf{F} = -\, k\, \mathbf{x}$)
- $dE_p = -\, \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$
- Arbeid av konservativ kraft reduserer tilhørende potensiell energi: $\boxed{dW = -\, dE_p}$
- Energibevaring i konservativt felt:
  d(½ $m\, v^2$ + E_p (x,y,z)) = 0
- Energibevaring når friksjon:
  $\boxed{d(½\, m\, v^2 + E_p\,(x,y,z)) = dW_f = \text{friksjonsarbeid} < 0}$

Potensiell energi

- Tyngdens pot. energi $E_p = mgz$
- Fjærkraftas pot. energi $E_p = ½\, k\, x^2$
- Energibevaring i konservativt felt:
  ½ $m\, v^2$ + E_p (x,y,z) = konstant
- Konservativ kraft:
- Konservativ kraft er den deriverte av **potensialet:**
  $$\vec{F} = -\left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right] E_p(x,y,z) = -\vec{\nabla} E_p(x,y,z)$$
- Eks. tyngdekraft $F = -\, dE_p / dz = -\, m\, g$
- Eks. fjærkraft $F = -\, dE_p / dx = -\, k\, x$
- Arbeid av konservativ kraft er **uavhengig av vegen**, bare avhengig av start- og sluttilstand.

Konservativ kraft:

1) Arbeid = -(endring i E_p)
2) Totalenergien er bevart
3) Arbeid uavhengig vegen
4) Arbeid over lukket bane er null



Ikke-konservativ kraft

1) Har ikke tilhørende potensial

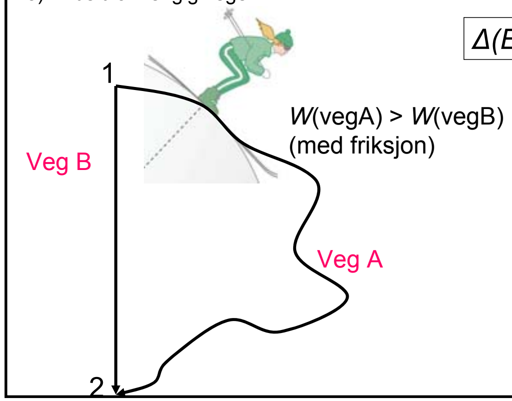
2) Total mekanisk energi avtar

3) Arbeid avhengig vegen

Eks:
- friksjon
- luftmotstand
- magnetisk motstand

Energi til:
- varme
- lyd/lys
- kjemisk

$$\boxed{\Delta(E\mathrm{k}+E\mathrm{p}) = W_\mathrm{f} < 0}$$



Høyverdig energi

(≈100% utnyttelse til mekanisk energi):

- Oppspent fjær
- Pot.en. i vannmagasin
- Elektrisk energi i batteri og lignende

Lavverdig energi

(0-60% utnyttelse til mekanisk energi):

- Varme,
  f.eks. i vannet i vannmagasin eller i sjøvann

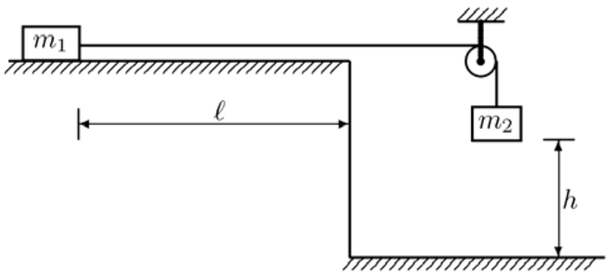
(Sentralt emne i termisk fysikk; måles med **entropi**)

Eksempel

Finn v når m_2 treffer golvet.

Energibalanse:

$$E_\mathrm{slutt} - E_\mathrm{start} = W_\mathrm{f} < 0$$



Kap 3. Oppsummert: Tyngepunkt

- *Punktpartikkel*: all masse i ett punkt
- *Flerpartikkelsystem*:
  Legeme = ∑ punktpartikler
  (nødvendig mhp. rotasjon, bøying, deformasjon)
- *Massefellespunkt*:
- Topartikkelsyst. $\vec{r}_{cm} = \dfrac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)$
- N-partikkelsyst. $\vec{r}_{cm} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \dfrac{1}{M}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$ (8.29)
- Kontinuerlig $\vec{r}_{cm} = \dfrac{\int_{legeme} \vec{r}\cdot \mathrm{d}m}{\int_{legeme} \mathrm{d}m} = \dfrac{1}{M}\int_{legeme} \vec{r}\cdot \mathrm{d}m$ (8.29B)
- *Tyngdepunkt = massefellespunkt* dersom ***g*** er lik over hele legemet

1-dim: Integrasjon langs linje: $\mathrm{d}m = \lambda\, \mathrm{d}s.$

2-dim: Integrasjon over plan: $\mathrm{d}m = \sigma\, \mathrm{d}A.$

3-dim: Integrasjon over volum: $\mathrm{d}m = \rho\, \mathrm{d}V.$

Kollisjoner skjer så raskt at vi *kan se bort fra* ytre krefter under kollisjonen

Hvor store er kreftene?

m = 56 g

v = 50 m/s $\rightarrow$ v = - 50 m/s

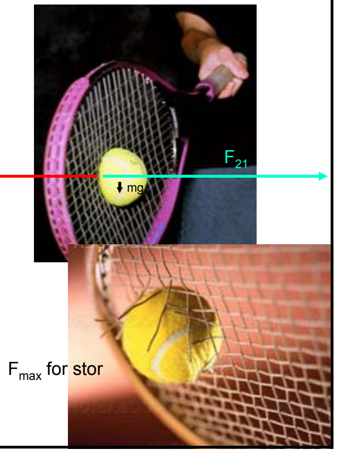
på t = 0,010 s

=>

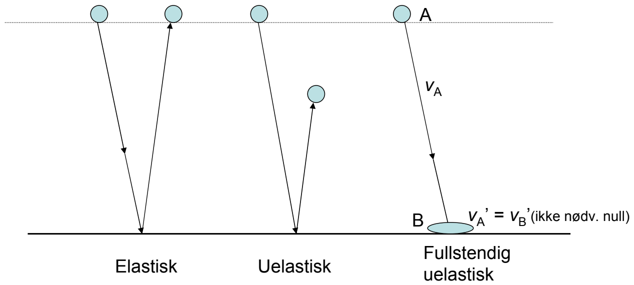
$F_{av} = \Delta p/\, \Delta t$ = 560 N

$F_{max} \approx$ 1000 N

Ytre kraft = tyngde = mg = 0,55 N er forsvinnende liten



Tre klasser kollisjoner



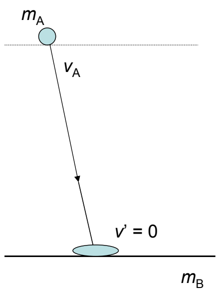
$$m_A \mathbf{v}_A + m_B \mathbf{v}_B = m_A \mathbf{v}'_A + m_B \mathbf{v}'_B \quad (100)$$

Fullstendig uelastisk med $m_B >> m_A$ og $v_B = 0$ (vegg)

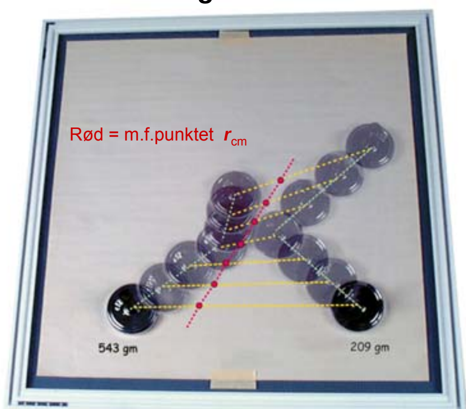
$v' = 0$

Likevel er $\boldsymbol{p}$ bevart !

($m_B v' = m_A v_A$)



Fullstendig elastisk støt



Ingen ytre krefter => $M\, d/dt\, \boldsymbol{r}_{cm} = \boldsymbol{F}_{ext} = \mathbf{0}$

=> Massefellespunktet $\boldsymbol{r}_{cm}$ fortsetter upåvirket under støtet.

Relativbevegelsen (gult) endres under støtet.

Så langt om kollisjoner:

- Kraftstøt = $\boldsymbol{J} = \int \boldsymbol{F}\,dt = \Delta \boldsymbol{p}$ (impulsloven)
- Antar ingen ytre krefter i selve kollisjonen => Bevegelsesmengde er bevart:

$$m_A \boldsymbol{v}_A + m_B \boldsymbol{v}_B = m_A \boldsymbol{v}'_A + m_B \boldsymbol{v}'_B \quad (100)$$

Tilleggslikninger:

- Elastisk støt: Kinetisk energi bevart:

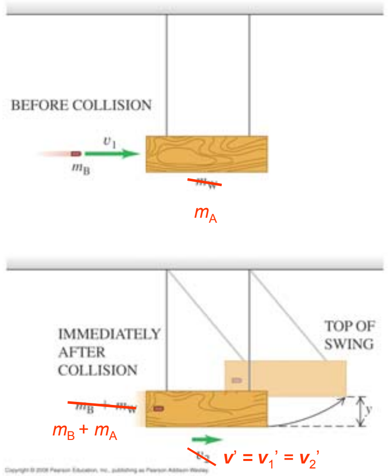
$$m_A \boldsymbol{v}_A^2 + m_B \boldsymbol{v}_B^2 = m_A \boldsymbol{v}'^2_A + m_B \boldsymbol{v}'^2_B \quad (101)$$

Løsning:

$$v_A' = \frac{(m_A - m_B)v_A + 2m_B v_B}{m_A + m_B} \quad (103)$$

$$v_B' = \frac{(m_B - m_A)v_B + 2m_A v_A}{m_B + m_A} \quad (104)$$

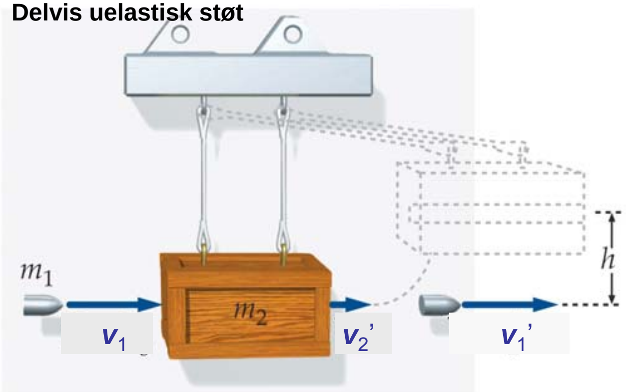
Y&F: Ex. 8.8: Fullstendig uelastisk støt "Ballistisk pendel":



To ukjente:
v_1 og fellesfarten $v' = v_1' = v_2'$

To likninger:
Impulsbevarelse **under** støtet og energibevarelse **etter** støtet

Delvis uelastisk støt



Tre ukjente: Før støt: v_1 . Etter støt: v_1' og v_2'

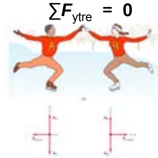
To likninger: Impulsbevarelse **under** støtet og energibevarelse **etter** støtet.

Tilleggsopplysning: F.eks. oppgitt kulas fart etter støtet: $v_1' = ½\, v_1$
(evt. kunne tap i energi være oppgitt)

Kap. 3. Oppsummert 2:
Bevegelsesmengde. Flerpartikkelsystem.

- Massefellespunkt $\boldsymbol{r}_{cm} = \int \boldsymbol{r}\, dm/M.$
- Bevegelsesmengde: $\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v}$
- Opprinnelig form Newton 2: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p} / dt$
- Kraftstøt = $\boldsymbol{J} = \int \boldsymbol{F}\,dt = \Delta \boldsymbol{p}$ (impulsloven)
- Ingen ytre krefter => $\boldsymbol{p}_{tot}$ = konstant
  - Kraftstøt motsatt like stort på hvert legeme
- ***Flerpartikkelsystem, kollisjoner.***
- *Tilleggslikninger:*
  - Elastisk støt: Kinetisk energi bevart
  - Fullstendig uelastisk støt: Felles sluttfart. (Energi avtar)
  - Uelastisk støt: Ingen generell tilleggslikning. (Energi avtar)

$\sum \boldsymbol{F}_{ytre} = \boldsymbol{0}$



- Newtons lov for massefellespunkt: $\sum \boldsymbol{F}_{ext} = m\boldsymbol{a}_{cm}$
- Ikke konstant masse: Rakettlikningen $m\, d\boldsymbol{v}/dt = \boldsymbol{F}_Y + \boldsymbol{u}_{ex}\, dm/dt$