

## Øving 2

Veiledning: Torsdag 8. sep. kl 10:15-12.

Innlevering: Tirsdag 13. sep. kl. 11:00

Lever øvinger i bokser utenfor R1.

Nødvendige begreper ved løsning av oppgavene:

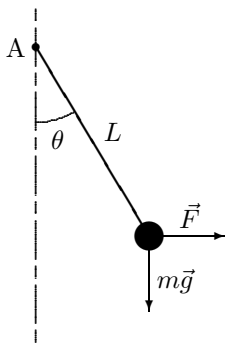
Vinkelhastighet og -akselerasjon, Newtons lover, statisk likevekt, snorkrefter, dynamisk "likevekt", sirkelbevegelse, sentripetalkrefter.

### Oppgave 1. Kinematikk i himmelrommet

En pulsar er en hurtig roterende nøytronstjerne som sender ut radiopulser som vi mottar med helt presise tidsintervall. En puls mottas for hver omdreining av stjernen. Perioden  $T$ , tida det tar å rotere  $360^\circ$ , måles ved å måle tidsintervallet mellom pulsene. I dag har pulsaren i den sentrale delen av Krabbetåken en rotasjonsperiode på  $T = 0,033$  s, og perioden øker med  $1,26 \cdot 10^{-5}$  s per år.

- Vis at sammenhengen mellom vinkelhastighet og periode er gitt ved  $\omega = 2\pi/T$ .
- Hvor stor er vinkelakselerasjonen?
- Når vil rotasjonen stoppe dersom vinkelakselerasjonen forutsettes konstant (med verdi som i pkt.b)?
- Pulsaren oppsto i en supernova-eksplasjon som ble beskrevet av kinesiske astronomer i år 1054. Hva var rotasjonsperioden på det tidspunktet?

### Oppgave 2. Statisk og dynamisk likevekt

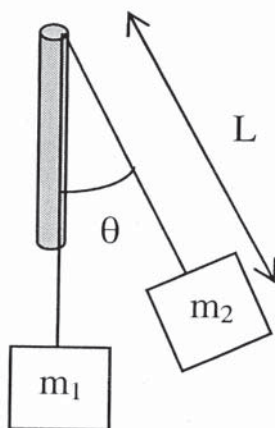


Ei kule (punktmasse) med masse  $m = 0,100$  kg er festa til ei vektløs snor med lengde  $L = 0,50$  m. Snora er festa i et punkt A som den kan bevege seg fritt om.

**a.** Kula trekkes ut til siden (i papirplanet) med ei horisontal kraft  $\vec{F}$  og holdes i ro ved en likevektsvinkel  $\theta = 30^\circ$ . Hvor stor må  $F$  være?

**b.** I stedet for å trekke med ei kraft  $\vec{F}$ , lar vi systemet rotere om en vertikal akse gjennom opphengningspunktet A, med rotasjonsperiode  $T = 1,20$  s. Stanga vil under rotasjonen danne en likevektsvinkel  $\theta$  med vertikalen, slik at snorkraft og tyngdekraft tilsammen gir nødvendig sentripetalkraft. Hva blir vinkelen  $\theta$  ved denne dynamiske likevekten?

### Oppgave 3. Dynamisk likevekt med motvekt

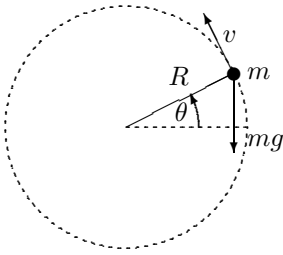


Denne oppgaven er en viderføring av oppgaven ovenfor.

Ei masseløs snor er tredd gjennom et glatt rør (ingen friksjon, heller ikke når snora glir over kanten), og i endene er festet i (punkt)massene  $m_1$  og  $m_2$ . Se figuren til venstre. Massen  $m_2$  roterer i horisontalplanet med omløpstid  $T$ , mens  $m_1$  blir hengende i ro.

- Finn vinkelen  $\theta$  mellom snora og røret, uttrykt med  $m_1$  og  $m_2$ .
- Finn snorlengden  $L$  fra toppen av røret til  $m_2$ , uttrykt med  $m_1, m_2, g$  og  $T$ .
- Bestem  $\theta$  og  $L$  numerisk når  $m_1 = 4,0$  kg,  $m_2 = 2,00$  kg og  $T = 1,00$  s.
- Dette er en dynamisk likevekt, dvs. vi antar  $L$  holder seg konstant under rotasjonen (dynamikken). Er den dynamiske "likevekten" stabil? Diskuter dette ved å svare på følgende spørsmål:
  - Hva skjer dersom snorlengde, med gitt omløpstid  $T$ , er forskjellig fra den funne "likevektslengden"  $L$ ?
  - Hvordan ville denne "likevekten" endres dersom friksjonen mellom snora og øvre kant av røret var forskjellig fra null?

### Oppgave 4. Vertikal sirkelbevegelse i tyngdefeltet



En stein med masse  $m$  er festet til enden av ei (masseløs) snor med lengde  $R$ , og slynges rundt i en vertikal sirkelbane, som vist i figuren til venstre.

a. Vis at Newtons 2. lov for den tangentielle bevegelsen langs sirkelbanen kan skrives som

$$R \frac{d\omega}{dt} = -g \cos \theta,$$

og bruk kjerneregelen  $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$  til å finne en differensiallikning for  $\omega(\theta)$ .

b. Løs likningen og vis at

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{2g}{R} \cdot \sin \theta,$$

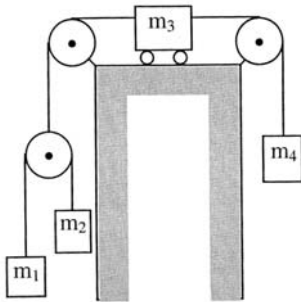
der  $\omega_0$  er vinkelhastigheten ved  $\sin \theta = 0$ .

c. Sett opp likning for sentripetalakselerasjonen  $a_c$  og finn snordraget  $S$  som funksjon av  $\theta$ . I hvilken posisjon av banen er det størst fare for at snora ryker? (Bruk det funne uttrykket for  $S(\theta)$  og sjekk det mot din sunne fornuft.) Hva må  $\omega_0$  minst være for at snora hele tida skal være stram? (Igjen: Sunn fornuft gir en god sjekk også her.)

En oppgave for de ambisiøse:

### Oppgave 5. Snorkrefter, akselerasjoner og likningsbokholderi

Når et antall masser kan bevege seg éndimensjonalt, gir Newtons 2. lov én likning for hver masses akselerasjon, når kreftene er kjente. Hastigheter og posisjoner kan da finnes ved integrasjon, og bevegelsene til massene er derfor i prinsipp bestemt. Men i praksis kan det lett floke seg til med en blanding av krefter og kinematiske føringer, slik at bokholderiet blir strevsomt. Et eksempel på dette følger, som en utfordring til de ambisiøse.



I figuren til venstre er vist fire masser som er forbundet ved (tilnærmet) masseløse snorer. Trinsene snorene ligger over regnes også som masseløse, og de kan rotere friksjonsfritt. Massen  $m_3$  beveger seg friksjonsfritt på sitt horisontale underlag. Hver enkelt av massene beveger seg éndimensjonalt (langs en linje). Vi antar at systemet ved  $t = 0$  er i ro, og så slippes. Når massene og tyngdens akselerasjon er kjent, burde det i prinsipp være mulig å bestemme alle massenes akselerasjoner (inntil kollisjoner og denslags inntreffer og endrer situasjonen fullstendig).

a. Vis at siden alle tre snorer som forbinder massene har en gitt lengde, representerer dette tre kinematiske betingelser som gir relasjoner mellom akselerasjonene til de fire massene. Finn disse relasjonene.

b. Kall strekkraften i snora som forbinder massene  $m_1$  og  $m_2$  for  $T_0$  og strekkraftene i snorene knyttet opp i venstre og høyre side av masse 3 for henholdsvis  $T_v$  og  $T_h$ . Bruk dette til å skrive ned Newtons 2. lov for de fire klossenes akselerasjoner. Vi har neglisjert trinsenes masser. Derved gir Newtons 2.lov for den masseløse trinsen som  $m_1$  og  $m_2$  henger i, en direkte relasjon mellom  $T_0$  og  $T_v$ . Finn denne.

c. Sjekk at du nå har tilstrekkelig mange likninger til å bestemme alle fire klossenes akselerasjoner, og strekkraftene i alle snorene. (Vi slutter der, men veien er nå åpen til den fullstendige løsningen av problemet.)

Utvalgte fasitsvar:

1c) ca. år 4600    1d)  $T = 0,024$  s eller  $T = 0,021$  s, alt etter regnemåten.    2a) 0,57 N;    2b)  $44^\circ$ .    3c)  $L = 0,50$  m