TFY4115 Fysikk (MTEL/MTTK/MTNANO)
Øving 3

Veiledning: Torsdag 15 sep. kl 10:15-12.
Innlevering: Tirsdag 20. sep. kl. 13:00

Oppgave 1. En enkel kloss på skråplanet

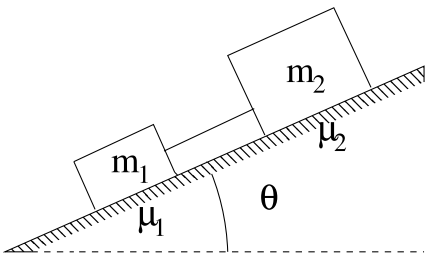
En kloss med masse 1,00 kg holdes i ro på et skråplan med helningsvinkel 30°. Den statiske friksjonskoeffisienten er $\mu_s = 0,43$ og den kinetiske (dynamiske) friksjonskoeffisienten er $\mu_k = 0,40$.

a. Hvor stor er friksjonskrafta og akselerasjonen når klossen slippes?

b. Vi lar så klossen bli påvirket av en tilleggskraft på $F = 1{,}00$ N, rettet oppover langs skråplanet. Hva blir nå klossens friksjonskraft og akselerasjon når den slippes? (Tilleggskrafta virker uendret både før og etter klossen slippes.)

c. Vi gjentar eksperimentet men med tilleggskrafta $F = 2{,}00$ N. Finn igjen klossens friksjonskraft og akselerasjon når den slippes.

Oppgave 2. To sammenbundne klosser på skråplanet



To klosser av forskjellig materiale er forbundet med ei snor og sklir nedover et skråplan med helningsvinkel θ. Klossene har forskjellig masse, og de kinetiske friksjonskoeffisientene er også forskjellige, med $\mu_2 > \mu_1$.

a. Vis at i dette tilfellet er snora alltid stram, uansett massenes størrelse, og finn et uttrykk for snordraget T (som altså må være positivt).

b. Vis at akselerasjonen nedover skråplanet er gitt ved

$$a = g\left(\sin\theta - \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2}\cos\theta\right).$$

c. For hvilken vinkel θ sklir massene nedover med konstant hastighet?

Oppgave 3. Svingefunksjonen

Et legeme svinger med utslag: $x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \theta)$
der $x_0 = 0,50\,\mathrm{m}$, $\omega = \dfrac{3\pi}{4}\ \mathrm{s}^{-1}$, $\theta = -\dfrac{\pi}{4}$, og t er tida i sekunder.

a. Finn perioden T og frekvensen f for oscillatoren (tallverdier).

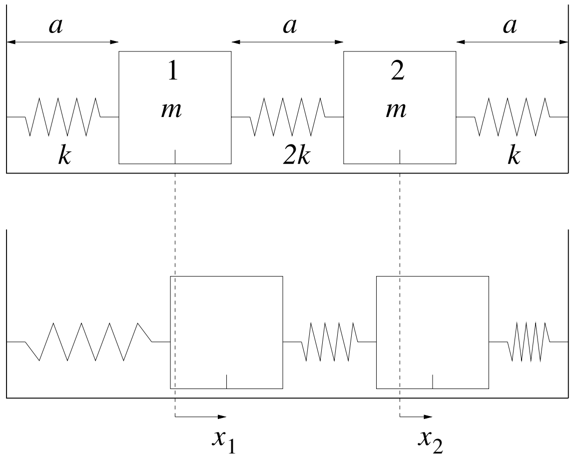
b. Finn uttrykk for hastigheten $v(t) = \dot{x}(t)$ og akselerasjonen $a(t) = \ddot{x}(t)$. (Ikke sett inn tallverdier)

c. Tegn en graf med den relative tida t/T langs horisontal akse og posisjonen $x(t)$ langs vertikal akse. Marker også langs den horisontale aksen verdier for ωt. (Dvs. to skalaer på samme aksen).
Tegn også tilsvarende grafer for $v(t)$ og $a(t)$, tegn alle tre grafene under hverandre.
Du kan få hjelp av svarene i d) - e) til å tegne grafene.

d. Hva er posisjonen x_0 og hastigheten v_0 ved $t = 0$?

e. Hva er den maksimale hastigheten $v_{\max}$ og ved hvilke tider finner vi denne?

Oppgave 4. **Koplet svingning**



To like klosser, hver med masse m, er festet til masseløse fjærer med fjærkonstant henholdsvis k (de to ytterste) og $2k$ (den i midten).
I den øverste figuren er hele systemet i likevekt: Begge masser er i ro, alle fjærer har lengde a, og de er verken strukket eller sammenpresset. Nederst er det vist en generell tilstand, der x_1 og x_2 angir "utsvingene" til henholdsvis masse 1 og 2.

a. Bruk Newton 2 på klossene 1 og 2 til å finne de to koplete bevegelseslikningene for x_1 og x_2.

b. Anta at de to klossene utfører harmoniske svingninger med samme vinkelfrekvens ω og samme fasekonstant ϕ. Med andre ord, anta at

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A\cos(\omega t + \phi) \\ x_2(t) &= B\cos(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

Sett disse antagelsene inn i bevegelseslikningene. Du har da fått to likninger med to ukjente, A og B. For at dette likningssettet skal ha ikke-triviell[1] løsning må det legges visse krav. Du kan finne kravet f.eks. ved å finne to uttrykk for A/B fra henholdsvis de to likningene, og kreve at de to oppnådde uttrykkene må være like. Eller, dersom du har mer avanserte metoder fra lineær algebra, kan du bruke det.[2]

Ut fra det oppnådde kravet får du en andregradslikning for ω^2, vis herfra at de to mulige vinkelfrekvensene som klossene kan svinge med er

$$\omega_\mathrm{a} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{og} \quad \omega_\mathrm{s} = \sqrt{\frac{5k}{m}}\,.$$

c. Bestem, for hver av vinkelfrekvensene ω_a og ω_s, forholdet mellom koeffisientene: A/B. Tegn øyeblikksbilder av systemet når det svinger i hver av disse såkalte "normalmodene" a (for antisymmetrisk) og s (for symmetrisk). Prøv å se direkte fra disse bildene hva de tilhørende ω må være og sammenlign med det du fant i punkt b.

Utvalgte fasitsvar:
1a) 3,4 N, 1,51 m/s^2, 1b) 0,51 m/s^2, 1c) 2,91 N.
3d) 0,35 m og 0,83 m/s, 3e) 1,18 m/s
4c) $A_\mathrm{a}/B_\mathrm{a} = 1 \quad A_\mathrm{s}/B_\mathrm{s} = -1$.

[1] Med triviell løsning menes $A = B = 0$.
[2] Likningssettet med de to ukjente A og B kan skrives som en homogen matriselikning:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kravet til at likningen skal ha ikke-triviell løsning er at determinanten til koeffisientmatrisa er null:

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix} = 0.$$