

Øving 4

Veiledning: Torsdag 22 sep. kl 10:15-12.

Innlevering: Tirsdag 27. sep. kl. 13:00

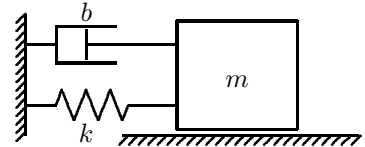
Bruk formelarket ved løsning av øvingsoppgaver! Skriv ut fra nettsidene.

Oppgave 1. Dempet svingning

a. På grunnlag av figuren til høyre, vis hvordan man kommer fram til likningen for dempede svingninger:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

og finn uttrykk for γ og ω_0 .



b. Hva betyr det at et system er over-, under- eller kritisk dempet?

c. Vis at $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$ er en løsning av svingelikningen (1) ved å sette inn.

d. Et stempel beveger seg i en sylinder med olje med (dempet) svingetid $T_d = 2,0$ s og friksjonskoeffisient $b = 2,51$ kg/s. Stempelet veier 1,00 kg. Er stempelet over-, under- eller kritisk dempet?

e. En pendel består av en aluminiumkule festet i en 1,00 m lang tråd. Målinger gir at i løpet av 4,0 minutter vil amplituden minke fra $6,00^\circ$ til $5,40^\circ$.

i) Bestem koeffisienten γ i likningen for svak damping. (Vi regner her med konstant vinkelfrekvens.)

ii) Bestem perioden T_d for den dempede svingningen. Har dempingen noen praktisk betydning på pendelens periode?

Oppgave 2. Svingetid som funksjon av høyden over havet

Den lykkelige eier av en fin gammel bestefarklokke (pendelbasert) skal flytte fra midtbyen i Trondheim (ubetydelig over havets overflate) til et hus på Uгла som ligger ca. 200 m over havets overflate. Eieren er meget stolt av sin gamle klokke, som går og går med imponerende presisjon. Hennes bekymring er: Hvor mye vil klokka sinke, uttrykt som antall sekunder per døgn, når den flyttes til Uгла? Til bruk i overslaget synes hun å huske at jordradien er ca. 6400 km. Og Newtons gravitasjonslov samt svingelikningen for en tyngdependel har hun fått med seg.

a. Kan du hjelpe henne til å fastslå hvor mye klokka på Uгла vil sinke per døgn?

b. Heldigvis kan klokka justeres med en skrue på pendelen, som er 2,0 m lang. Hvor mange millimeter må hun forkorte pendelen for å justere for sinkingen?

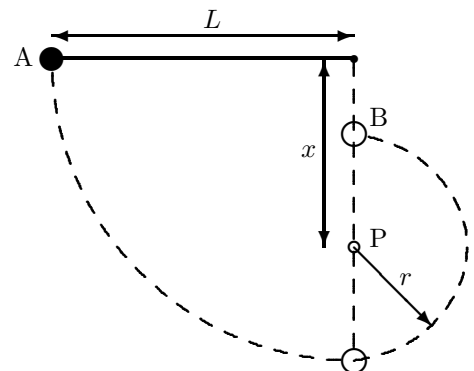
Oppgave 3. Én pendel med to ulike lengder

En pendel består av ei kule med masse m i ei snor med lengde L , som vist i figuren. Pendelen trekkes ut til snora er vannrett i posisjon A, og slippes. Snora treffer en pinne P i avstand x rett under pendelens opphengingspunkt. Herfra svinger pendelen rundt denne pinnen slik at pendellengden blir kortere.

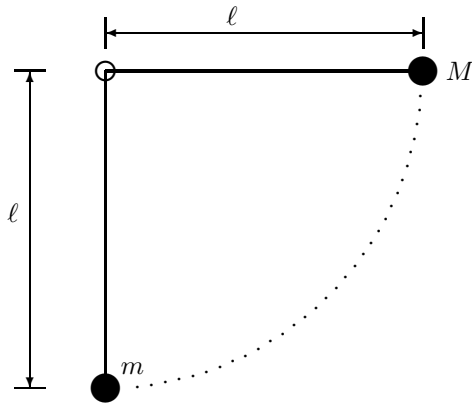
a. Bruk energibetraktning til å vise at farten til kula når den er rett over pinnen i posisjon B, blir:

$$v = \sqrt{2g(2x - L)}$$

b. Hvor stor må x være ift. L for at kula skal nå fram til posisjon B (dvs. med stram snor)?



Oppgave 4. Elastisk støt



To stålkuler, med masser M og m , er hengt opp i samme punkt med tynne snorer, begge med lengde ℓ . Kula med masse M trekkes ut til snora er horisontal (og strukket), og slippes så. Den svinger nedover, treffer kula med masse m ("sentralt støt") – og kulene spretter fra hverandre igjen. Anta fullstendig elastisk støt og vektløse snorer. Betrakt kulene som punktmasser. Tyngdens akselerasjon er g .

Vi bruker V og S for hastighet og snordrag knyttet til masse M ; samt v og s for hastighet og snordrag knyttet til masse m . Umerket før støtet og merket ($'$) etter støtet.

- a.** Finn uttrykk for hastigheten V til kula med masse M og strekket S i snora som masse M henger i, *like før støtet*.
- b.** Finn så uttrykk for hastigheten V' til kula med masse M og hastigheten v' til kula med masse m *like etter støtet*. Sjekk om grensene $M \ll m$ og $M \gg m$ gir det du forventer.
- c.** Finn dernest uttrykk for snorkreftene S' og s' like etter støtet.
- d.** Sett tilslutt inn $M = 10,0 \text{ g}$, $m = 20,0 \text{ g}$, $\ell = 1,00 \text{ m}$ og $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, og finn V , V' , v' , S , S' og s' numerisk. Kontroller at uttrykkene dine gir riktige dimensjoner.

Utvalgte fasitsvar:

- 1d) $\gamma = 1,25 \text{ s}^{-1}$, $\omega_0 = 3,38 \text{ s}^{-1}$, 1e) $4,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, 2,01 s.
2b) 0,13 mm.
3b) $x > \frac{3}{5}L$.
4d) $V' = -1,48 \text{ m/s}$, $s' = 0,37 \text{ N}$.